束理論による離散事象システムの状態フィードバック制御

高井 重 昌*

State Feedback Control of Discrete Event Systems Using Lattice Theory

Shigemasa TAKAI*

This paper studies state feedback control of discrete event systems where the set of control patterns is closed under union as well as intersection. It has been shown that Γ -controllability of a given predicate is a necessary and sufficient condition for the existence of a state feedback controller. However, the given predicate is not necessarily Γ -controllable. In such a case, a state feedback controller is synthesized for its supremal Γ -controllable subpredicate. An algorithm for computing the supremal Γ -controllable subpredicate has been presented under the assumption that the set of states satisfying the given predicate is finite. In this paper, we obtain the supremal Γ -controllable subpredicate where the set of states satisfying the given predicate is possibly infinite. We first present the supremal solution of a class of systems of inequalities over complete lattices. This result is then applied to obtain the supremal Γ -controllable subpredicate.

Key Words: discrete event system, state feedback, supremal Γ -controllable subpredicate, complete lattice

1. 緒 論

Ramadge と Wonham は離散事象システムに対する制御手法として、形式言語に基づくスーパーバイザ制御¹⁾と述語に基づく状態フィードバック制御²⁾を提案している。

スーパーバイザ制御においては、閉ループシステムで生成される言語が仕様として与えられた言語と等しくなるような、スーパーバイザと呼ばれるコントローラを構成することが問題となる。しかし一般に与えられた言語に対して、仕様を達成するスーパーバイザが構成できるとは限らない。このような場合、与えられた言語の最大可制御部分言語³⁾など、ある言語の性質を満たす最大部分言語を求め、それに対してスーパーバイザを構成することになる。従来、個々の性質ごとに最大部分言語の計算法が考察されていたが、最近 Kumar と Garg により、それらの計算は完備束⁴⁾上の連立不等式の解集合の最大要素を求める問題に帰着できることが示されている^{5), 6)}。そして文献 5), 6) では、スーパーバイザ制御において有用ない

くつかのクラスの連立不等式の解集合の最大要素が求められている。

一方、状態フィードバック制御においては、閉ループシステムの可到達集合が与えられた述語を満たす状態の集合と等しくなるような、状態フィードバックと呼ばれるコントローラを構成することが問題となる。状態フィードバックによって生起が許容される事象の集合を表わす制御パターンの集合が和に関して閉じているとき、与えられた述語に対して、状態フィードバックが構成できるための必要十分条件は、その述語が Γ -可制御であるということが証明されている⁷⁾。与えられた述語が Γ -可制御でない場合、スーパーバイザ制御の場合と同様に、その最大 Γ -可制御部分述語に対して、状態フィードバックを構成することになる。文献 7) では、与えられた述語を満たす状態の集合が有限である場合に関して、最大 Γ -可制御部分述語が得られている。

本論文では、制御パターンの集合が和・交わりの両方に関して閉じている場合において、与えられた述語を満たす状態の集合が一般に無限となる場合の最大 Γ -可制御部分述語を求めることを目的とする。まず文献 5), 6) とは異なるクラスの連立不等式の解集合の最大要素を求める。そしてその結果を用いることにより、最大 Γ -可制

* 大阪大学工学部 吹田市山田丘 2-1

* Faculty of Engineering, Osaka University, Suita, Osaka

(Received July 20, 1995)

(Revised November 6, 1995)

御部分述語が得られることを示す。また従来個々に考察されていた、最大制御不変部分述語²⁾、最大可制御部分述語^{8),9)}などの述語も本論文で考察する連立不等式の解集合の最大要素として、統一的に得られる。

2. 状態フィードバック制御

オートマトン

$$G = (X, \Sigma, \delta, x_0)$$

でモデル化された離散事象システムを考える。ただし、 X は状態の集合、 x_0 は初期状態、 Σ は事象の有限集合、 $\delta: \Sigma \times X \rightarrow X$ は状態遷移関数であり、 $\sigma \in \Sigma$ と $x \in X$ に対して、 $\delta(\sigma, x)$ が定義されているとき、 $\delta(\sigma, x)!$ と書く。

一般に離散事象システムにおいて、コントローラはある規則に従っていくつかの事象の生起を禁止することにより、与えられた仕様を満たすようにシステムを制御する。生起を禁止する事象の決定規則がそのときの状態のみに依存するようなコントローラを状態フィードバックと呼ぶ²⁾。状態フィードバックによって生起が許容される事象の集合を制御パターンという。制御パターンの集合 Γ は、つぎの条件 (C1) を満たすような Σ のべき集合²⁾ の部分集合で与えられると仮定する⁷⁾。

(C1) 任意の $\sigma \in \Sigma$ に対して、 $\sigma \in \gamma$ を満たす $\gamma \in \Gamma$ が存在する。

条件 (C1) が成り立たない場合は、任意の $\gamma \in \Gamma$ に対して $\sigma \notin \gamma$ となる事象 $\sigma \in \Sigma$ が存在することになる。これは σ がどのような制御動作のもとでも決して生起しないことを意味する。したがってそのような σ は存在しないと仮定しても一般性は失わない。

状態フィードバック f は関数 $f: X \rightarrow \Gamma$ として定義され、各 $x \in X$ で $\sigma \notin f(x)$ なる事象 $\sigma \in \Sigma$ の生起が禁止される。 f を施した閉ループシステム $G|f$ は、

$$G|f = (X, \Sigma, \delta_{cf}, x_0)$$

となる。ただし $\delta_{cf}: \Sigma \times X \rightarrow X$ は次式で定義される。

$$\delta_{cf}(\sigma, x) = \begin{cases} \delta(\sigma, x) & \text{if } \sigma \in f(x) \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}$$

X 上の述語の集合を $\mathbf{P}$ とおく。状態 $x \in X$ において、述語 $Q \in \mathbf{P}$ が真であるとき $Q(x) = 1$ 、偽であるとき $Q(x) = 0$ と定義する。述語 $\mathbf{1}, \mathbf{0} \in \mathbf{P}$ をそれぞれ任意の $x \in X$ に対して $\mathbf{1}(x) = 1, \mathbf{0}(x) = 0$ と定義する。 $\mathbf{P}$ 上の演算である否定、交わり、結びをそれぞれ $\sim, \wedge, \vee$ で表す。また $\mathbf{P}$ 上の半順序関係 $\leq$ を、 $Q_1 \wedge Q_2 = Q_1$ のとき $Q_1 \leq Q_2$ と定義する。各 $\sigma \in \Sigma$

に対して述語 D_σ と $\mathbf{P}$ 上の変換 wp_σ, wlp_σ をそれぞれつぎのように定義する²⁾。

$$D_\sigma(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \delta(\sigma, x)! \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$wp_\sigma(Q)(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \delta(\sigma, x)! \text{ and } Q(\delta(\sigma, x)) = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$wlp_\sigma(Q) = wp_\sigma(Q) \vee \sim D_\sigma$$

事象 σ の生起により、状態 x から Q を満たす状態に遷移するとき、 $wp_\sigma(Q)(x)$ は 1、そうでないとき 0 となる。また状態 x において、 σ は生起不可能であるか、 σ の生起後の状態が Q を満たすとき、 $wlp_\sigma(Q)(x)$ は 1、そうでないとき 0 となる。

以下、本論文では制御パターンの集合 Γ はつぎの条件 (C2) を満たしているとする。

(C2) 任意の $\gamma_1, \gamma_2 \in \Gamma$ に対して、 $\gamma_1 \cup \gamma_2 \in \Gamma$ かつ $\gamma_1 \cap \gamma_2 \in \Gamma$ である。

つまり Γ は和・交わりの両方に関して閉じているとする。条件 (C1) と (C2) より、明らかに $\Sigma \in \Gamma$ である。たとえば、各事象の生起が独立には禁止できないが、 Σ がいくつかのグループに分けられ、そのグループごとに独立に禁止できる場合には、条件 (C2) が満足される。そのような例として通信システム¹⁰⁾があげられる。

述語 $Q \in \mathbf{P}$ と状態 $x \in X$ に対して、部分集合 $\Gamma(Q, x) \subseteq \Gamma$ を次式で定義する⁷⁾。

$$\Gamma(Q, x) = \{\gamma \in \Gamma; \wedge_{\sigma \in \gamma} wp_\sigma(Q)(x) = 1\}$$

つまり $\Gamma(Q, x)$ は、その生起により、 x から Q を満たさない状態に遷移するすべての事象を禁止する制御パターンの集合である。ここで、 $\mathbf{P}$ 上の変換 Per を次式で定義する⁷⁾。

$$Per(Q)(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Gamma(Q, x) \neq \emptyset \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$Per(Q)(x) = 1$ なる任意の状態 $x \in X$ に対して、 $\Gamma(Q, x)$ の最大要素 $\sup \Gamma(Q, x)$ は存在する⁷⁾。

さらに $\mathbf{P}$ 上の変換 Re を定義する⁷⁾。 $Q(x_0) = 1$ なる $Q \in \mathbf{P}$ に対しては、 $Re(Q)$ をつぎのように帰納的に定義する:

(C3) $Re(Q)(x_0) = 1$

(C4) $Re(Q)(x) = 1$ であり、 $\sigma \in \sup \Gamma(Q, x)$ なる $\sigma \in \Sigma$ に対して、 $D_\sigma(x) = 1$ ならば、 $Re(Q)(\delta(\sigma, x)) = 1$ である。

(C5) $Re(Q)$ を満たすすべての状態は上の (C3), (C4) により得られる。

また $Q(x_0) = 0$ なる $Q \in \mathbf{P}$ に対しては, $Re(Q) = 0$ とする.

述語 $R_{G|f} \in \mathbf{P}$ は $G|f$ における可達な状態においてのみ真となる述語とする. たとえば, 制御仕様が $Q(x_0) = 1$ なる述語 $Q \in \mathbf{P}$ で与えられたとき,

$$R_{G|f} = Q$$

となる状態フィードバック $f: X \rightarrow \Gamma$ を構成することが問題となる⁷⁾. このとき上式を満たす f が存在するための必要十分条件は Q が Γ -可制御, すなわちつぎの2つの条件が成り立つことである⁷⁾.

- $Q \leq Re(Q)$
- $Q \leq Per(Q)$

また Q が Γ -可制御でない場合, Q の最大 Γ -可制御部分述語⁷⁾, すなわち集合

$$\{P \in \mathbf{P} \mid [P \leq Q] \text{ and } [P \leq Re(P)] \text{ and } [P \leq Per(P)]\} \quad (1)$$

の最大要素を求め, それに対して状態フィードバックを構成する. 文献7)では, Q を満たす状態の集合が有限であるという仮定のもとで, Q の最大 Γ -可制御部分述語が得られている.

しかし一般には, 仕様を満たす状態の数が無限となるような制御問題も存在する^{9), 11)}. たとえば並行プロセスのリーダー/ライタ問題において, 座席予約システムのように予約を行うライタのアクセスは1つの座席を複数の人が予約することがないように1人ずつに制限されるが, 予約状況の参照を行うリーダーの数には制限はなく不特定多数のアクセスを許す場合がある¹²⁾. このようなシステムをオートマトンでモデル化する場合, アクセスしているリーダーとライタの数を表わす状態の集合は, 不特定多数のアクセスを扱うためにつぎのような非負整数の組によって定義される⁹⁾.

$$X = Z \times Z \quad (Z \text{ は非負整数の集合})$$

ここで $(x_1, x_2) \in X$ において, x_1, x_2 はそれぞれアクセスしているリーダーとライタの数を表わす. このとき上記のリーダー/ライタのアクセスに関する仕様はつぎのような述語 Q により表現でき, それを満足する状態の数は無限となる.

$$Q((x_1, x_2)) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

そこで本論文では, 完備束上の連立不等式の最大解として, Q を満たす状態の集合が一般に無限となる場合の最大 Γ -可制御部分述語を求める.

3. 完備束上の連立不等式の最大解

本章では, 離散事象システムの状態フィードバック制御において有用な, 完備束上での連立不等式の解集合の最大要素を求める.

完備束 $(A, \leq)$ を考える. 任意の要素 $a, b \in A$ に対して, $a \sqcup b, a \sqcap b$ はそれぞれ集合 $\{a, b\}$ の上限, 下限を表わすとする.

関数 $f: A \rightarrow A$ は,

$$[a \leq b] \Rightarrow [f(a) \leq f(b)] \quad \forall a, b \in A$$

ならば単調,

$$f(a) = f(f(a)) \quad \forall a \in A$$

ならばベキ等,

$$f(\sqcup_{b \in B} b) = \sqcup_{b \in B} f(b) \quad \forall B \subseteq A$$

ならば disjunctive,

$$f(\sqcap_{b \in B} b) = \sqcap_{b \in B} f(b) \quad \forall B \subseteq A$$

ならば conjunctive であるという⁶⁾.

関数 $f: A \rightarrow A$ が disjunctive であるならば, 任意の要素 $b \in A$ に対して, a を変数とした不等式

$$f(a) \leq b$$

の解集合の最大要素が存在する⁶⁾. そこで disjunctive な関数 $f: A \rightarrow A$ に対して, 関数 $f^\perp(\cdot)$ を不等式

$$f(a) \leq (\cdot)$$

の解集合の最大要素と定義する⁶⁾. このとき $f^\perp$ が conjunctive となることが文献6)で証明されている.

[補題1]⁶⁾ 完備束 $(A, \leq)$ 上の不等式の集合

$$\{f_i(a) \leq g_i(a)\}_{i \in I} \quad (I \text{ はインデックス集合})$$

を考える. そして関数 $h: A \rightarrow A$ をつぎのように定義する.

$$h(b) := \sqcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(b)) \quad \forall b \in A$$

各 $i \in I$ に対して, f_i が disjunctive, g_i が単調ならば, h は単調であり, 任意の $b \in A$ に対して, つぎの関係が成り立つ.

$$[b \leq h(b)] \Leftrightarrow [f_i(b) \leq g_i(b) \quad \forall i \in I]$$

《定理1》 完備束 $(A, \leq)$ 上の不等式の集合

$$\{f_i(a) \leq g_i(a)\}_{i \in I} \quad (I \text{ はインデックス集合})$$

と A の要素 d を考える. 各 $i \in I$ に対して, f_i が disjunctive, g_i が conjunctive であるとき,

- $b_0 := d$
- $\forall k \geq 0; b_{k+1} := d \sqcap (\sqcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(b_k)))$

と定義すると、集合

$$B := \{b \in A \mid [b \leq d] \text{ and } [f_i(b) \leq g_i(b) \quad \forall i \in I]\}$$

の最大要素 b^* は $b^* = \bigcap_{k \geq 0} b_k$ として得られる。

(証明) $(A, \leq)$ は完備束であるから、 $\bigcap_{k \geq 0} b_k$ は存在する。まず $\bigcap_{k \geq 0} b_k \in B$ を示す。関数 $f, g: A \rightarrow A$ を

$$f(a) = a, \quad g(a) = d \quad \forall a \in A$$

と定義すると、集合 B は連立不等式

$$f(a) \leq g(a), \quad f_i(a) \leq g_i(a) \quad (i \in I)$$

の解集合である。 f, g はそれぞれ disjunctive, conjunctive であり、conjunctive な関数は常に単調であるから⁶⁾、補題 1 より、

$$\begin{aligned} \bigcap_{k \geq 0} b_k &\leq \\ (f^\perp(g(\bigcap_{k \geq 0} b_k))) &\cap (\bigcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(\bigcap_{k \geq 0} b_k))) \end{aligned}$$

を示せば十分である。任意の $a \in A$ に対して、 $f(a) = a$ 、 $g(a) = d$ となるので、 $f^\perp(g(a))$ は a を変数とした不等式

$$a \leq d$$

の解集合の最大要素となる。よって $f^\perp(g(\cdot)) = d$ である。さらに $f_i^\perp$ は conjunctive であるから、

$$\begin{aligned} &(f^\perp(g(\bigcap_{k \geq 0} b_k))) \cap (\bigcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(\bigcap_{k \geq 0} b_k))) \\ &= d \cap (\bigcap_{i \in I} \bigcap_{k \geq 0} f_i^\perp(g_i(b_k))) \\ &= \bigcap_{k \geq 0} (d \cap (\bigcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(b_k)))) \\ &= \bigcap_{k \geq 1} b_k \\ &\geq \bigcap_{k \geq 0} b_k \end{aligned}$$

を得る。

最後に $\bigcap_{k \geq 0} b_k$ が B の最大要素となることを証明する。 $\hat{b} \in B$ とする。 $\hat{b} \leq b_k$ ($k \geq 0$) を示せば十分である。明らかに $\hat{b} \leq d = b_0$ である。 $\hat{b} \leq b_j$ であると仮定する。関数 $h': A \rightarrow A$ を

$$\begin{aligned} h'(b) &:= (f^\perp(g(b))) \cap (\bigcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(b))) \\ &= d \cap (\bigcap_{i \in I} f_i^\perp(g_i(b))) \quad \forall b \in A \end{aligned}$$

と定義すると、補題 1 より、

$$\hat{b} \leq h'(\hat{b}) \leq h'(b_j) = b_{j+1}$$

を得る。□

また定理 1 とは別のクラスの連立不等式に対して、つぎの定理が得られる。

《定理 2》 完備束 $(A, \leq)$ 上の不等式の集合

$$\{f_i(a) \leq g_i(a)\}_{i \in I} \quad (I \text{ はインデックス集合})$$

と A の要素 d を考える。

• f_j : 恒等関数, g_j : 単調かつベキ等

• f_i : disjunctive, g_i : conjunctive ($\forall i \in I - \{j\}$)
なる $j \in I$ が存在するとする。このとき

$$\bullet b_0 := d$$

$$\bullet \forall k \geq 0; b_{k+1} := d \cap (\bigcap_{i \in I - \{j\}} f_i^\perp(g_i(b_k)))$$

によって得られる $\bigcap_{k \geq 0} b_k$ に対して、 $g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)$ が集合

$$B' := \{b \in A \mid [b \leq d] \text{ and}$$

$$[f_i(b) \leq g_i(b) \quad \forall i \in I - \{j\}]\}$$

の要素であるならば、 $g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)$ は集合

$$B := \{b \in A \mid [b \leq d] \text{ and } [f_i(b) \leq g_i(b) \quad \forall i \in I]\}$$

の最大要素である。

(証明) 定理 1 より、 $\bigcap_{k \geq 0} b_k$ は集合 B' の最大要素であり、また仮定より $g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k) \in B'$ である。さらに f_j は恒等関数であり、 g_j はベキ等であるから、

$$\begin{aligned} f_j(g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)) &= g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k) \\ &= g_j(g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)) \end{aligned}$$

である。よって $g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k) \in B$ である。

つぎに $g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)$ が B の最大要素となることを示す。 $\hat{b} \in B$ とする。明らかに $\hat{b} \in B'$ であるから、 $\hat{b} \leq \bigcap_{k \geq 0} b_k$ である。さらに g_j は単調であるから、

$$\hat{b} = f_j(\hat{b}) \leq g_j(\hat{b}) \leq g_j(\bigcap_{k \geq 0} b_k)$$

となる。□

4. 最大 Γ -可制御部分述語

本章では、3 章で得られた結果を用いて、与えられた述語 $Q \in \mathbf{P}$ を満たす状態の集合が一般に無限となる場合の最大 Γ -可制御部分述語を求める。

($\mathbf{P}, \leq$) は明らかに完備束となる。まず定理 1 を用いて、集合

$$\{P \in \mathbf{P} \mid [P \leq Q] \text{ and } [P \leq \text{Per}(P)]\} \quad (2)$$

の最大要素を求める。

変換 T を $T(P) = P$ ($\forall P \in \mathbf{P}$) と定義すると、(2) 式の集合は、

$$\{P \in \mathbf{P} \mid [P \leq Q] \text{ and } [T(P) \leq \text{Per}(P)]\}$$

と書ける。 T は disjunctive であり、 $T^\perp = T$ であることが容易に確かめられる。さらにつぎの命題より、変換 Per が conjunctive であることがわかる。

[命題] $\mathbf{P}$ 上の変換 Per は conjunctive である。

(証明) I を任意のインデックス集合とする。このとき各 $\alpha \in I$ に対して、明らかに

$$\text{Per}(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_\alpha) \leq \text{Per}(Q_\alpha)$$

すなわち,

$$\text{Per}(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_{\alpha}) \leq \bigwedge_{\alpha \in I} \text{Per}(Q_{\alpha})$$

が成り立つ. 逆の関係を証明する. $\bigwedge_{\alpha \in I} \text{Per}(Q_{\alpha})(x) = 1$ なる $x \in X$ を考える. 各 $\alpha \in I$ に対して, $\gamma_{\alpha} \in \Gamma(Q_{\alpha}, x)$ なる $\gamma_{\alpha} \in \Gamma$ が存在する. Γ は交わりに関して閉じているので, $\hat{\gamma} := \bigcap_{\alpha \in I} \gamma_{\alpha}$ とおくと, $\hat{\gamma} \in \Gamma$ である. 任意の $\sigma \in \hat{\gamma}$ に対して, $D_{\sigma}(x) = 0$ ならば, $\text{wlp}_{\sigma}(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_{\alpha})(x) = 1$ である. $D_{\sigma}(x) = 1$ の場合を考える. 各 $\alpha \in I$ に対して,

$$\sigma \in \hat{\gamma} \subseteq \gamma_{\alpha} \in \Gamma(Q_{\alpha}, x)$$

であり, かつ wlp_{σ} は conjunctive であるから²⁾,

$$\begin{aligned} \text{wlp}_{\sigma}(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_{\alpha})(x) &= \bigwedge_{\alpha \in I} \text{wlp}_{\sigma}(Q_{\alpha})(x) \\ &= 1 \end{aligned}$$

となる. よって $\hat{\gamma} \in \Gamma(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_{\alpha}, x) \neq \emptyset$ となり, $\text{Per}(\bigwedge_{\alpha \in I} Q_{\alpha})(x) = 1$ を得る. $\square$

よって定理1より,

$$\bullet P_0 := Q$$

$$\bullet \forall k \geq 0; P_{k+1} := Q \wedge \text{Per}(P_k)$$

と定義すると, (2) 式の最大要素 Q^* は, $Q^* = \bigwedge_{k \geq 0} P_k$ として得られる.

また変換 Re は明らかに単調であり, しかも文献7)の補題3よりベキ等である. さらに文献7)の定理2の証明より, (2) 式の最大要素 Q^* に対して, $Re(Q^*)$ もまた (2) 式の要素である. よって定理2より, $Re(Q^*)$ は Q の最大 Γ -可制御部分述語, すなわち (1) 式の最大要素である.

5. 例 題

非負整数の三項組 $Z \times Z \times Z$ を状態集合としてもつオートマトンを考える. 事象の集合を $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\}$ と定義する. そしてそれぞれの状態遷移は以下のようになる.

$$\sigma_1: (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1 + 1, x_2, x_3)$$

$$\sigma_2: (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1 + 1, x_2, x_3)$$

$$\sigma_3: (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1 - 1, x_2 + 1, x_3) \text{ if } x_1 \geq 1$$

$$\sigma_4: (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_2 - 1, x_3 + 1) \text{ if } x_2 \geq 1$$

さらに初期状態を $x := (0, 0, 0)$, そして制御パターン

$$\Gamma := \{\{\sigma_3, \sigma_4\}, \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\}\}$$

とおく. 今,

$$Q((x_1, x_2, x_3)) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

なる述語 Q を考える. まず (2) 式の最大要素 Q^* を4章の結果を用いて計算する. $P_0 := Q$ とおくと, $P_1 := Q \wedge \text{Per}(P_0)$ はつぎようになる.

$$\begin{aligned} P_1((x_1, x_2, x_3)) \\ = \begin{cases} 1 & \text{if } [x_2 = 0] \text{ or } [x_1 = 0, x_2 = 1] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

さらに

$$P_2((x_1, x_2, x_3)) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_1 + x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P_2 = P_k \quad k \geq 3$$

となる.

よって, $Q^* = P_2$ となり, $Re(P_2) = P_2$ となることも確かめられる. 故に, P_2 は Q の最大 Γ -可制御部分述語である. さらに次式で与えられる状態フィードバック $f: X \rightarrow \Gamma$ に対して, $R_{G|f} = P_2$ となる.

$$\begin{aligned} f((x_1, x_2, x_3)) \\ = \begin{cases} \{\sigma_3, \sigma_4\} & \text{if } x_1 + x_2 \leq 1 \\ \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

6. 結 論

本論文ではまず, 離散事象システムの状態フィードバック制御において有用な, 完備束上の連立不等式の解集合の最大要素を求めた. そしてその結果を用いて, 与えられた述語を満たす状態の集合が一般に無限となる場合の最大 Γ -可制御部分述語を与えた. また最大制御不変部分述語, 最大可制御部分述語などの最大部分述語も, 本論文の結果を用いることにより, 連立不等式の解集合の最大要素として統一的に得られる.

しかし実際には最大 Γ -可制御部分述語の計算が有限ステップで終了するとは限らない. 有限ステップで終了するための条件の導出は今後の課題である.

最後に, 本研究に関して有益なご助言を頂いた大阪大学潮俊光助教授に深く感謝いたします.

参 考 文 献

- 1) P.J. Ramadge and W.M. Wonham: Supervisory Control of a Class of Discrete Event Processes, SIAM J. Contr. Optimiz., **25-5**, 1202/1218 (1987)
- 2) P.J. Ramadge and W.M. Wonham: Modular Feedback Logic for Discrete Event Systems, SIAM J. Contr. Optimiz., **25-5**, 1202/1218 (1987)
- 3) W.M. Wonham and P.J. Ramadge: On the Supremal Controllable Sublanguage of a Given Language, SIAM J. Contr. Optimiz., **25-3**, 637/659 (1987)
- 4) B.A. Davey and H.A. Priestley: Introduction to Lattices and Order, Cambridge University Press (1990)
- 5) R. Kumar and V.K. Garg: Extremal Solutions of

- Inequations over Lattices with Applications to Supervisory Control, Proc. of 33rd IEEE Conf. on Decision and Control, 3636/3641 (1994)
- 6) R. Kumar and V.K. Garg : Modeling and Control of Logical Discrete Event Systems, Kluwer Academic Publishers (1994)
 - 7) 高井, 潮, 兄玉 : 離散事象システムにおける Γ -可制御性と状態フィードバック, 計測自動制御学会論文集, **31**-9, 1488/1494 (1995)
 - 8) Y. Li and W.M. Wonham : Control of Vector Discrete-Event Systems I -The Base Model, IEEE Trans., **AC-38**-8, 1214/1227 (1993)
 - 9) R. Kumar, V.K. Garg and S.I. Marcus : Predicates and Predicate Transformers for Supervisory Control of Discrete Event Dynamical Systems, IEEE Trans., **AC-38**-2, 232/247 (1993)
 - 10) 潮, 海江田, 松本 : 通信システムに対するスーパーバイザ制御, 第19回制御理論シンポジウム資料, 281/284 (1990)
 - 11) P. Kozák : Infinite State Space Models of Discrete Event Systems, Technical Report, Czechoslovak Academy of Sciences, Inst. of Information Theory and Automation (1995)
 - 12) 前川 守: オペレーティングシステム, 岩波書店 (1988)
- ////////////////////////////////////

[著 者 紹 介]

高 井 重 昌 (正会員)

1989年神戸大学工学部システム工学科卒業, 92年大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻博士課程中退, 同年同大学工学部助手, 現在に至る. 離散事象システムの制御に関する研究に従事(博士(工学)). システム制御情報学会, IEEEなどの会員

////////////////////////////////////