未知入力一般線形システムの構造的オブザーバ存在条件[†]

—センサ位置決定への応用—

小林 伸明*・古屋 栄彦*
井口 茂彦**・中溝 高好***

Structural Conditions for Observers of Generalized State Space Systems with Unknown Inputs

—Application to Selection of Detective Positions—

Nobuaki KOBAYASHI*, Shigehiko FURUYA*,
Shigehiko IGUCHI** and Takayoshi NAKAMIZO***

Observers should exist under some conditions for generalized state space systems having unknown inputs. Such structural conditions are discussed in this paper. New sufficient conditions are derived by using the graph-representation for linear descriptor systems. From the point of view of constructing an observer for the system with unknown inputs, a procedure for selecting detector positions is presented.

Key Words: observers, descriptor systems, structural condition

1. はじめに

一般的なオブザーバは入出力情報を使ってシステムの内部状態を推定する。しかし、実際のシステムでは外乱などの影響により入力情報をすべて既知として取り扱うことができない場合が多い。特に本研究で扱う中間標準システムは、通常のシステムに比べ僅かな入力の変化でもオブザーバに影響が現れやすく、入力情報を用いることには問題のあることが指摘されている。また、LQ理論（線形2次形式最適制御理論）では、入力情報を用いずにオブザーバを構成すると、LTR（Loop Transfer Recovery）が達成されることも知られている。以上のような理由から、入力情報を使わずに出力情報だけから

オブザーバを構成し内部状態を推定する未知入力系オブザーバが検討されている^{1),4)}。

一方、システムの構造に着目すると、制御問題の基本的な性質が明確になりシステムの解析が容易になることから、構造可制御性などの研究²⁾⁵⁾がなされてきた。一般に制御系設計などの初期の段階では、パラメータ情報に先行して、システムの情報伝達構造を知ることができる場合もあるので、オブザーバの構造的な存在条件は、システムのパラメータ情報を知る以前にオブザーバの構成可能性を知ることができる。通常のオブザーバの構成条件は可観測（可検出）条件に一致するので、構造については改めて議論する必要はない。しかしながら未知入力系オブザーバの構成には、その構成条件が新たに必要である。そのため情報伝達構造から未知入力系オブザーバの存在性を議論することは意味のあることであり、センサ位置の選定などの実際の制御系設計に有効であると考えられる。

本研究の目的は、物理的に意味のある情報伝達構造をそのまま表現する中間標準システムの未知入力系オブザーバの存在条件について検討し、情報伝達構造に基づく未知入力系オブザーバの構成条件を導出する。さらに、このようにして得られる構造条件を応用してセンサ位置

[†] 第22回制御理論シンポジウムで一部発表（1993・5）

* 金沢工業大学 石川県石川郡野々市町扇ヶ丘7-1

** 旭硝子（株） 愛知県知多郡武豊町字旭1

*** 防衛大学校 横須賀市送水1-10-20

* Kanazawa Institute of Technology, Ishikawa-gun, Ishikawa

** Asahi Glass Company, Chita-gun, Aichi

*** The National Defence Academy, Yokosuka

(Received July 24, 1995)

(Revised April 22, 1996)

の選定のための手順を導出する。

2. 未知入力系オブザーバの存在条件

次の一般線形システム

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

を考える。ここで $\text{rank} E = r$ ，中間変数 $x \in R^n$ ，出力変数 $y \in R^m$ ，入力変数 $u \in R^m$ ， $p \geq m$ である。(1) 式の未知入力系オブザーバの構造的構成可能条件を導出するため， E, A, B, C が通常の行列である場合の構成可能条件¹⁾の概要を示す。

まず，一意解の存在を保証するため

$$\text{rank} [-sE + A] = n \quad (2)$$

を仮定する。中間変数 x の推定値 $\hat{x}$ が

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0 \quad (3)$$

となる未知入力系オブザーバの構成可能条件は以下のようにして導かれる。まず，

$$PEQ = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

とする正則行列 P, Q を用いて， $x = Q\bar{x}$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= A_{11}\bar{x}_1 + A_{12}\bar{x}_2 + B_1u \\ 0 &= A_{21}\bar{x}_1 + A_{22}\bar{x}_2 + B_2u \\ y &= C_1\bar{x}_1 + C_2\bar{x}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

と変換し，次のような状態変数表現とみなす。

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= A^*\bar{x}_1 + B^*\mu \\ \eta &= C^*\bar{x}_1 + D^*\mu \end{aligned} \quad (6)$$

ここで， $\eta = [0^T, y^T]^T$ ， $\mu = [\bar{x}_2^T, u^T]^T$ において A^*, B^*, C^*, D^* を

$$\begin{aligned} A^* &= A_{11} & B^* &= \begin{bmatrix} A_{12} & B_1 \end{bmatrix} \\ C^* &= \begin{bmatrix} A_{21} \\ C_1 \end{bmatrix} & D^* &= \begin{bmatrix} A_{22} & B_2 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

と定義した。(6) 式に Silverman の構成アルゴリズム⁶⁾を施すと

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_\alpha &= \bar{C}_\alpha^* \bar{x}_1 + \bar{D}_\alpha^* \mu \\ \bar{\eta}_i &= \bar{C}_i^* \bar{x}_1 \end{aligned} \quad (7)$$

の関係を導く。ここで α は (6) 式の η の微分回数であり，(6) 式の μ から η の直達項の係数がフルランクになる迄の微分回数で， $\alpha = 1$ まです左可逆とは， η の直達項のない成分を 1 回微分して， μ の係数をフルランクに出来ることをいう。このとき，次の定理が構成可能条件を与えることが知られている。

《定理 1》¹⁾ 中間標準システムが次の条件を満足すれば未知入力系オブザーバは構成可能である。

- 1) システム (1) 式が $\alpha = 1$ まです左可逆
- 2)

$$\text{rank} \begin{bmatrix} -sE + A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m \quad \forall s \in C^+$$

- 3)

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A_{22} & B_2 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} = n - r + \text{rank} B_2$$

(注意) 条件 2) は，零点の実部の正負の判定を必要とするため情報伝達構造からの判定は困難である。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} -sE + A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} < n + m \quad \exists s \in C(8)$$

を満たす s はオブザーバの固定極となるから，構造条件の導出においてはオブザーバの全極が指定できる（固定極を持たない）条件の導出について検討する。

定理 1 の条件は generic な性質であり，ここでは非 zero パラメータのほとんどで成立する条件となることを，情報伝達構造による条件に読み換え可能であることを示すことによって明らかにする。

3. 未知入力系オブザーバの構造的構成条件

3.1 構造化システムのグラフ表現

中間標準システムの未知入力系オブザーバの構造可解条件を導くため，システム (E, A, B, C) のグラフ表現を導入する。パラメータ E, A, B, C は，零固定もしくは互いに独立な非零要素を持つ構造化行列であるものとする。ここでは構造化システムの記述のために二部グラフ表現を応用した修正二部グラフ表現を導入する。

【定義 1】 修正二部グラフ $H(E, A)$

構造化行列 $[sE - A]$ において，行に対応する節点 $X' = x'_1, \dots, x'_n$ と列に対応する節点 $X = x_1, \dots, x_n$ を設け， A の非零要素 a_{ij} について節点 X'_i と節点 X_j を枝で結び，この枝を単純枝と呼ぶ。 sE については E の非零要素 e_{ij} に従って枝を結び， s の重みを表現するために黒丸を付ける。この枝を重み付枝と呼ぶ。定義 1 の修正二部グラフは，行と列が異なる場合にも拡張することが可能である。

この定義から

$$\tilde{E} \triangleq \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{A} \triangleq \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

とすると， $-s\tilde{E} + \tilde{A}$ は (1) 式のシステム行列を示しており，この修正二部グラフを $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ で表す。

次に修正二部グラフにおけるマッチングを定義しておく。

【定義2】 $H(E, A)$ のマッチング

マッチング：互いに節点を共有しない枝の組

最大マッチング：枝数が最大のマッチング

完全マッチング：入力端、出力端のどちらか一方の節点をすべて含むマッチング

最大次数完全マッチング：完全マッチングのうち、重み付枝数が最大のマッチング

このような定義の導入により、以下のことが導かれる。中間変数が(1)式について一意解を持たなければオブザーバは存在しない。すなわち

$$g \cdot \text{rank}[-sE + A] = n \quad (9)$$

が成立しなければならない。修正二部グラフによって次の補題が得られる。

【補題1】 システム(1)式が、構造的に $((E, A))$ のほとんどのパラメータに対し一意解を持つための必要十分条件は、修正二部グラフ $H(E, A)$ に完全マッチングが存在することである。

(証明) 構造的に一意解が存在するためには、構造化行列 E, A のほとんどのパラメータに対して

$$g \cdot \text{rank}[-sE + A] = n \quad (10)$$

が成立すればよい。 $q_{ij} = se_{ij} - a_{ij}$ とおくと

$$\det[-sE + A] = \sum \epsilon(P_1, \dots, P_n) q_{1P_1} \dots q_{nP_n} \quad (11)$$

であり、このとき $H(E, A)$ に完全マッチングが存在すれば e_{ij}, a_{ij} は互いに独立であるから、通常の構造化行列の場合と同様に(10)式が成立する。ただし $\epsilon(P_1, P_2, \dots, P_n)$ は順列の符号を表す。■

補題1の結果を拡張して(1)式のシステム行列に適用すると、修正二部グラフ $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ に完全マッチングが存在することは

$$g \cdot \text{rank} \begin{bmatrix} -sE + A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m \quad (12)$$

for some s

を意味する。これは構造的左可逆条件であるから次の定理が得られる。

【定理2】 システム(1)式が構造的に左可逆であるための必要十分条件は、修正二部グラフ $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ に完全マッチングが存在することである。

3.2 構造条件の導出

2章で述べた未知入力系オブザーバの構成可能条件

から、 E, A, B, C を構造化行列として、ほとんどのパラメータに対し成立する構造条件を導出する。

【定義3】 構造化システムに対し、ほとんどのパラメータで未知入力系オブザーバが構成可能であるとき、構造的に未知入力系オブザーバが構成可能であるという。

構造条件を導出するための準備として、まずいくつかの補題を用意する。

(4) 式の変換

$$-sE + A \sim \begin{bmatrix} -sI + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

の A_{22} のランクは中間標準システムの純静的モードの次数を示すもので、システム (E, A) に固有のものであって変換行列に依存しない⁸⁾。この A_{22} のランクについて次の補題が成立する。

【補題2】 修正二部グラフ $H(E, A)$ に r_g 本の重み行列を持つ枝数 $r_g + \nu$ の最大マッチングが存在すれば、 E, A のほとんどのパラメータについて A_{22} のランクは ν であり、また逆も成立する。ここで $r_g = g \cdot \text{rank} E$ である。

(証明) $g \cdot \text{rank} E = r_g$ であるから、まず P, Q なる順列行列により

$$E \sim \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad A \sim \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

$g \cdot \text{rank} E = g \cdot \text{rank} E_{11} = r_g, E_{11} \in R^{r_g \times r_g}$ とできる。さらに $\tilde{P}, \tilde{Q}$ の順列行列

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{P}_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{Q} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{Q}_{22} \end{bmatrix}$$

によって

$$\tilde{P} P A Q \tilde{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$g \cdot \text{rank} A_{22} = g \cdot \text{rank} \tilde{A}_{22} = \nu, \tilde{A}_{22} \in R^{\nu \times \nu}$$

とできる。(これらは $(r_g + \nu)$ のマッチングを対角ブロックに並べる操作である。) つぎに E_{11} で $\tilde{E}_{21}$ の要素を打ち消す操作を行う。 E の要素 e_{ij} 、 A の要素 a_{ij} は独立であるから、操作した後の A の右下 $(2, 2)$ ブロックの $\tilde{A}_{22}$ に相当するランクは増加しない。何故ならこの操作でランクが増加することがあれば、もとの E_{11} とする変換行列 P を換えておけばよい。例えば、 E_{11} のある k 行で E_{21} の ℓ 行を打ち消す操作でランクが増加したとき、 E_{11} の k 行と E_{21} の ℓ 行を入れ換える行操作する変換行列をもとの P に掛けておけばよい。同様に E_{11} で E_{12} の要素を打ち消す操作を行う。これらの行列操作を施した E, A は

$$E \sim \begin{bmatrix} E_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A \sim \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix}$$

と書ける。従って $H(E, A)$ に r_g 本の重み付枝を含む $(r_g + \nu)$ の最大マッチングが存在することは、 A の変換後の $(2, 2)$ 要素 $\tilde{A}_{22}$ が $g \cdot \text{rank} \tilde{A}_{22} = \nu$ となることと一致する。変換後の A_{22} のランクは変換行列に依存しないことから逆も成立することがわかる。■

つぎに逆システム構成のために必要な微分器の数について、つぎの補題が成立する。

[補題 3] ⁷⁾ 左可逆なシステムにおいて、逆システムを得るための微分回数の総和を Q とすると、次式が成り立つ。

$$Q = \{ \text{システムの次数} \} \\ - \{ \text{不変零点数最大となるように出力の中から} \\ m \text{ 個の出力変数を選んだ正方システムの不変} \\ \text{零点の数} \} \quad (13)$$

構造化行列 E, A, B, C のほとんどのパラメータ値に対し、微分回数 $\alpha = 1$ までで可逆であるとき、構造的に $\alpha = 1$ までで可逆と呼ぶこととすれば、補題 2、補題 3 からつぎの定理を得る。

〔補助定理〕システム (E, A, B, C) が構造的に $\alpha = 1$ までで左可逆であるための必要十分条件は

$$r_g - z_0 = n + m - \nu_0 - r_g \quad (14)$$

が成立することである。ただし、

r_g : E の二部グラフの最大マッチングの枝数

z_0 : $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ の最大次数完全マッチングの重み付枝の数
 ν_0 : $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ で r_g 本の重み付枝を持つ最大マッチングの単純枝の数

(証明) システム (E, A, B, C) について、(6) 式の変換したシステムを考える。このシステムが $\alpha = 1$ までで可逆とすると逆システム構成に必要なかつ十分な微分回数は

$$n + m - \text{rank} D^* - \text{rank} E \quad (15)$$

である。補題 2 を考慮するとほとんどのパラメータについて $\text{rank} D^* = \nu_0$ に対応し、 $g \cdot \text{rank} E = r_g$ である。一方、特別 $p = m$ が成立する同一入出力系では補題 3 の正方システムの場合の関係から

$$Q = r_g - z_0 \quad (16)$$

である。 $\alpha = 1$ までで可逆であるためには (15)、(16) 式が同じになることから、構造的に $\alpha = 1$ までで可逆である条件のグラフによる表現 (14) 式を得る。

未知入力数より出力数が多い ($p > m$) システムの場合、未知入力数 m 個と同数の出力 m 個を選定し正方システムをつくることができる。このとき零点数最大 (z_0

最大) とする正方システムの修正二部グラフ $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ ($H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ は不変零点数最大であるから、重み付枝最大とする最大次数完全マッチングを持つ) とすれば、 $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ で r_g 本の重み付枝を持つ最大マッチングの単純枝の数 ν_0 は $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ のそれと等しい、もしそうでなければ、微分回数が $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ のシステムより増すから $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ の最大次数完全マッチングが $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ の最大次数完全マッチングと一致しなくなり $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ の選定に反する。従って ν_0 は $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ と $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ では不変であり、このことと補題 3 を正方システム $H^-(\tilde{E}, \tilde{A})$ に用いて入出力数同数の場合に帰着させれば (14) 式を得る。■

つぎに定理 1 の条件 3) に関する構造条件として次の補題が得られる。

[補題 4] 構造化システム (E, A, B, C) において、ほとんどのパラメータで定理 1 の条件 3) を満たすための条件は、

$$n = 2r_g + \nu_0 - \mu \quad (17)$$

μ : $H(E, B)$ の最大マッチングの枝数

を満たすことである。

(証明) 定理 1 の条件 3) の左辺のランクは、補題 2 より $H(\tilde{E}, \tilde{A})$ のグラフより ν_0 として得られる。一方右辺の $g \cdot \text{rank} B_2$ は

$$P \begin{bmatrix} E & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & B_1 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}$$

であるから、 $H(E, B)$ の二部グラフから、

$$g \cdot \text{rank} B_2 = \mu - r_g \quad (18)$$

となる。よって定理 1 の条件 3) は

$$\nu_0 = \mu - r_g + n - r_g$$

となり、(17) 式が得られる。■

つぎに未知入力系のオブザーバの安定性を保証するため、システム (E, A, B, C) に構造的に零の存在しない条件を導出する。これは中間標準システムの構造可制御性の問題と関連しており、文献 [2] [3] の結果の適用により導くことができる。

中間標準システム (E, A, B, C) において、

$$K = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} A & B \\ C_1 & 0 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \end{bmatrix}$$

とする。ただし、

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \} m \\ \} p - m \end{matrix}$$

であって (E, A, B, C_1) は補助定理の条件を満足するように選定される。もし、このような分割ができなければ、構造的に未知入力系オブザーバの存在条件を満足しないので除外できる。

順列行列 (Q_1, Q_2) を用いて

$$Q_1 K Q_2 = \begin{bmatrix} \tilde{I}_{z_0} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Q_1 L Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tilde{I}_{n+m-z_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{L}_{11} & \tilde{L}_{12} \\ \tilde{L}_{21} & \tilde{L}_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$M Q_2 = \begin{bmatrix} \tilde{M}_1 & \tilde{M}_2 \end{bmatrix}$$

とできる²⁾。ただし、 $z_0 = g - \deg |sK - L|$, $\tilde{K}_{11} \in R^{z_0 \times z_0}$, $\tilde{L}_{22} \in R^{(n+m-z_0) \times (n+m-z_0)}$ である。この z_0 の等式より構造化行列 K の中から z_0 個の独立要素が選べる。また、 $\tilde{I}_{z_0}$, $\tilde{I}_{n+m-z_0}$ は各々 K, L の独立要素を対角に持つ $z_0 \times z_0$, $(n+m-z_0) \times (n+m-z_0)$ の構造化行列である。 K, L の分割サイズはこれに従って分割される。順列行列を施したとき、修正二部グラフはその変数の位置が変わるだけでその性質は変わらない。いま、中間変数の節点と入出力節点の m 個の節点を $v_1, \dots, v_{n+m}$ とし、残余の出力節点の $p-m$ 個を $\hat{v}_{n+m+1}, \dots, \hat{v}_{n+p}$ とする。節点 $v_1, \dots, v_{n+m}$ を同一視して文献[2]に倣い coates グラフ $G(E, A, B, C)(G(K, L, M))$ を定義する。この coates グラフでは $\tilde{K}_{ij}, \tilde{L}_{ij} \neq 0$ について j から i に有向枝をつける。注意する点は $\tilde{I}$ については枝を付けないことである。

以上のことからつぎの補題が成立する。

[補題5] 補助定理の条件が成立する下でつぎの条件は等価である。

1) (E, A, B, C) のパラメータ空間のほとんどすべてにおいて

$$\text{rank} \begin{bmatrix} -sE + A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n+m \quad \forall s \in C \quad (21)$$

が成立する。

2) つぎの2つの条件を満足する。

a) 修正二部グラフ $H(E, A, B, C)$ から重み付枝を除いた二部グラフ $H(\tilde{A})$ に完全マッチングが存在する。

b) 行列変換し $\tilde{I}$ の枝を除いた修正二部グラフ $H(\tilde{K}, \tilde{L}, \tilde{M})$ で、節点 $v_1, \dots, v_{n+m}$ を同一視し無向枝を有向枝とすると、 $v_i (i=1, 2, \dots, z_0)$ から $\hat{v}_{n+m+1}, \dots, \hat{v}_{n+p}$ に到達する少なくとも1つの有向道が存在する。

(証明) 文献[2]の定理にあてはめれば1)の条件は

$$a)' \quad g \cdot \text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n+m$$

b)' (K, L, M) が既約

ということと等価である。条件 a)' は二部グラフ表現で二部グラフ $H(A, B, C)$ に完全マッチングが存在することと等しい。さらに既約条件 b)' については、文献[2]の結果の双対を考えれば、coates グラフ表現で、 $v_i (i=1, 2, \dots, z_0)$ から $\hat{v}_{n+m+1}, \dots, \hat{v}_{n+p}$ のいずれかに至る有向道が存在する。これは、修正二部グラフに読みかえた条件では b) の条件に一致することが容易にわかる。■

以上の結果をまとめれば、中間標準システムに関する構造的未知入力系オブザーバの存在条件がつぎのように得られる。

《定理3》 中間標準システム (E, A, B, C) がつぎの条件を満足すれば構造的に未知入力系オブザーバが存在する。

1) (14) 式が成立

2) (17) 式が成立

3) 補題5の条件2)が成立

ここで、 $|E| \neq 0$ ならば上記の条件1), 3) は全極指定可能な未知入力系オブザーバが存在するための必要十分条件である。

定理3の条件を $g \cdot \text{rank} E = n$ の場合で未知入力の数と出力変数が同数の場合にあてはめてみる。このとき、 $r_g = n, v_0 = 0$ であるから(14)式は

$$z_0 = n - m$$

であり、(17)式は常に成立する。同一入力の状態変数システムで零点がないことは $z_0 = 0$ すなわち $n = m$ を意味するから、内部変数がすべて出力によって決定できることを意味している。このことは自明のことであるが、定理3が特別の場合自明結果を含むことは、定理3の妥当性を示している。

3.3 センサ位置選定の手順

前節の結果を考慮にいと、システム (E, A, B) が存在するとき、未知入力系オブザーバが構成できるセンサ位置の選定法を与えることができる。これを以下のよう手順としてまとめておく。

未知入力系オブザーバ存在のためのセンサ位置選定手順

Step1 与えられたシステム (E, A, B) の修正二部グラフを描く。

Step2 状態節点 m 個を選定し、 $y_i = x_i (i=1, \dots, m)$ のセンサ位置を条件(14), (17)式を満足するように選定する。満足する y_i の選定の組 $G_j(y_i); j=1, \dots, p$ をすべて求めておく。

Step3 Step2 で得た $G_j(y_i)$ のセンサ位置を含めたシステム (E, A, B, C_j) について順列行列によって(19),

(20) 式のシステムの修正二部グラフを描く。

Step4 G_j について Step3 の条件を満たす節点以外の x_i を選定し、これを付加したシステムのグラフが条件 2) の a), b) を満足する節点を選ぶ。このうち選定した節点数の最小のものを G_j^+ とする。

Step5 $G_j^+, (j = 1, \dots, p)$ について状態節点最小の組み合わせ G_j^+ を選定する。

(Step2) で m 個のセンサー位置の選定によって、未知入力系オブザーバが存在すれば (14), (17) 式を満足するので ($|E| \neq 0$ では) 必ず m 個のセンサーで条件を満足する。

(Step4) のセンサ位置選定ではすべての状態を測定すれば未知入力系オブザーバは必ず存在するから G_j^+ は必ず有限数で求められる。

(remark) 上述の手順はしらみつぶしの選定法であるが、ここで導出された結果の範囲で必ず最小のものを選定できるし、物理的制約により測定できない状態が存在していれば、この状態の選定を考察する必要はないので手順は減少する。

アルゴリズムをつぎの簡単な例で説明しておく。

[例題] つぎの中間標準システムを考える。このシステムに対し、未知入力系オブザーバが構成できるように少ないセンサ位置を選定する。

$$E = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & * \\ 0 & * & * & 0 \\ * & * & 0 & * \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ * \\ * \\ 0 \end{bmatrix}$$

Step1 (E, A, B) の修正二部グラフを描くと、Fig.1 のようになる。

Step2 $m = 1$ であるので $x_1, \dots, x_4$ のいずれかをモニタすれば (14), (17) 式の条件が満足される。 $v_0 = 1$ であることが必要であり、これを満足するために $x_i (i = 1, \dots, 4)$ のうち x_3 をモニタしなければならない。 x_3 をモニタすると $y_1 = ax_3$ としてとると、条件 (14) を満足するので $C_1 = [00 * 0]$ とする。

Step3 $G_j(E, A, B, C_1)$ の行列の入れ換えをしたシステム行列と修正二部グラフは Fig.2, Fig.3 である。

Step4 条件 2) の a), b) を満足する状態節点の選定は

$$y_2 = bx_2, y_2 = cx_4$$

がある。 $y_2 = bx_2$ とした場合、Fig.4 に示すように v_i ,

Fig. 1 The modified bipartite graph of (E, A, B)

$$\begin{bmatrix} \otimes + * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \otimes + * & * & * & 0 \\ 0 & * & \times & \otimes & * \\ * & * & 0 & \times & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \times \end{bmatrix}$$

Fig. 2 Systemmatrix of the permuted system $G_i(A, B, C_1)$

Fig. 3 Modified graph of the permuted system $G_j(A, B, C_1)$

$v'_i (i = 1, \dots, 5)$ を同一視して矢印を付すと v_1, v_2 から v_5 に到達する有向道 (図中の矢印をつないだもの) が存在する。

Step5 G_j^+ は 2 組で

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * \end{bmatrix}$$

となり、いずれもセンサ 2 個で未知入力系オブザーバが構成できる。

4. おわりに

本論文では中間標準システムの未知入力系オブザーバ

Fig. 4 Path from nodes v_1, v_2 to the node v_6'

の存在性について考察し、二部グラフを応用した修正二部グラフ表現を用いて、未知入力系オブザーバの構造的な存在条件を導出した。この条件はシステムの構造からオブザーバの構成可能性を知ることができ、これを応用して、未知入力オブザーバが構成できる為のセンサー位置の選定の手順を新しく導出した。

ここで得られた結果の双対は、制御問題では最適予見制御⁹⁾の条件にも適用でき、未知入力オブザーバの存在判定以外にも有用と考えられる。

参考文献

- 1) 小林, 井口, 神崎: 未知入力中間標準システムのオブザーバ, 計測自動制御学会論文集, Vol.27, No.2, 236/238(1991)
- 2) 松本, 池田: 中間標準形表現に基づく構造可制御性, 計測自動制御学会論文集, Vol.19, No.18, 601/606(1983)
- 3) Y.Hayakawa and D.D.siljak: On Almost Invariant Subspaces of Structured Systems and Decentralized Control, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-33-10, 931/939(1988)
- 4) C.W.Yang and H.L.Tan: Observer design for singular systems with unknown inputs, Int.J.Control, 49-6, 1937/1946(1989)
- 5) 青木, 細江, 早川: 中間標準形で記述されたシステムの構造可制御性, 計測自動制御学会論文集, Vol.19, No.8, 628/635(1983)
- 6) L.M.Silverman and H.J.Payne: Input-Output Structure of Linear Systems with Application to Decoupling Problem, SIAM J.of Control, 9-2, 199/233(1971)
- 7) 小林, 中溝, 内門, 金井: 構造的見地によるモデル適合条件とインタラクタ, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.11, 1143/1149(1988)
- 8) 汐月: ディスクリプタ・システムにもとづく制御, 講習会 Talk 制御理論資料, 27/32(1990)
- 9) 河村, 土谷: 最適予見制御系の漸近特性, 計測自動制御学会論文集, Vol.25, No.10, 1083/1090(1989)

[著者紹介]

小林 伸明 (正会員)

1976年, 熊本大学大学院修士課程(機械工学)終了, 防衛大学校研究生, 東京工業大学研究生, 防衛庁技術研究本部勤務などを経て, 現在, 金沢工業大学教授, 多変数制御理論に関する研究に従事(工学博士)

古屋 栄彦 (正会員)

1993年金沢工業大学機械システム工学科卒業, 1995年金沢工業大学大学院工学研究科システム設計工学修士課程修了, 同年金沢工業大学工学設計教育センター助手, 現在に至る。

井口 茂彦

1990年金沢工業大学機械システム工学科卒業, 1992年金沢工業大学大学院工学研究科システム設計工学修士課程修了, 同年旭硝子(株)に勤務, 現在に至る。

中溝 高好 (正会員)

1964年, 京都大学大学院工学研究科航空工学専攻博士課程修了, 防衛大学校機械工学科講師, 助教授を経て74年教授, 1996年より足利工業大学教授。確率システムの推定, 同定, 制御, 安定などの研究に従事。(工学博士)