内点法を用いた用役プラント最適化[†]

—warm-start による再計画—

村井 雅彦*・飯野 穰*・重政 隆*

Interior Point Method for Utility Plant Optimization

—Re-scheduling by Warm-start—

Masahiko MURAI*, Iino YUTAKA* and Takashi SHIGEMASA*

This paper focuses on the re-scheduling problem for utility plant operation. The optimal scheduling problem is described as LP model, and solved by the primal affine scaling algorithm. We try to re-optimize the perturbed LP model using warm-start. Numerical example shows that the warm-start solve the problem about half the time which the cold-start does.

Key Words: optimization, linear programming, primal affine scaling algorithm, utility plant, re-scheduling

1. はじめに

Karmarkar による射影変換法¹⁾の発表以来、線形計画問題に対する内点法の研究が盛んに行われている²⁾。先に筆者の一人は、限られた時間内で実用上十分な最適解（準最適解）を計算するという観点から、内点法の一つである主アフィン変換法アルゴリズムに注目し、実際の問題において変数の大部分を占めると考えられる有界変数を陽に考慮した高速な主アフィン変換法アルゴリズムを提案し、石油化学プラント用役系の運転コスト最小化問題に適用してその有効性を検証した³⁾。

しかしながら、あらかじめ予定していた計画が何らかの理由により実行不可能となった場合には、実行可能かつ最適な計画を立案し直す必要があり、このような再計画問題はプラントの実運用上重要な問題となっている。

本論文では、プラントに負荷変動など予想外の事態が起こった場合に対して、すでに得られている解を初期点とする warm-start の手法を用いることにより、変動した問題に対して再計画を行うことを考える。この方法により、ある決まった初期点から出発する cold-start に比べ、高速に解を求めることができるものと期待される。この手法を用役プラントのコスト最小化問題に適用し、数値例により計算速度を比較した結果について報告する。

2. 用役プラント最適化

Fig. 1 の用役プラントに対するコスト最小化問題を考える³⁾。決定すべき変数として、ガス A、ガス B、石炭、重油の 4 種類の燃料の操作量をそれぞれ、 x_1 [ton/h], x_2 [ton/h],

Fig. 1 Utility plant configuration

x_3 [ton/h], x_4 [ton/h], ボイラー 2 へ入力する燃料ガスを x_5 [Gcal/h], 蒸気タービンへ入力する蒸気を x_6 [Gcal/h] とする。また、ガス A、ガス B、石炭、重油の発熱量をそれぞれ q_1 [Gcal/ton], q_2 [Gcal/ton], q_3 [Gcal/ton], q_4 [Gcal/ton], ボイラー 1、ボイラー 2 の効率をそれぞれ λ_1 , λ_2 , 蒸気タービン発電機の効率を η で一定とし、プラント出力目標値として、燃料ガス負荷、蒸気負荷、電力負荷をそれぞれ、 F [Gcal/h], S [Gcal/h], E [MW] とすると、燃料ガス、蒸気、電力に関する熱バランス式が以下のように定式化できる。

$$\text{燃料ガス: } q_1 x_1 + q_2 x_2 - x_5 = F$$

$$\text{蒸気: } \lambda_1 q_3 x_3 + \lambda_2 q_4 x_4 + \lambda_2 x_5 - x_6 = S$$

$$\text{電力: } k \eta x_6 = E$$

ただし、 $k = 1.163$ [MWh/Gcal] とする。また、各変数の上限値をそれぞれ u_1 [ton/h], u_2 [ton/h], u_3 [ton/h], u_4 [ton/h], u_5 [Gcal/h], u_6 [Gcal/h] とすると、各変数の上下限に関する制約式が以下のように定式化できる。

[†] 第 39 回自動制御連合講演会で発表 (1996・10)

* (株) 東芝 研究開発センター 川崎市川崎区浮島町 4-1

* Research and Development Center, Toshiba Corporation, Kawasaki-ku, Kawasaki

(Received April 25, 1997)

$$\begin{aligned}
 \text{ガス A:} & \quad 0 \leq x_1 \leq u_1 \\
 \text{ガス B:} & \quad 0 \leq x_2 \leq u_2 \\
 \text{石炭:} & \quad 0 \leq x_3 \leq u_3 \\
 \text{重油:} & \quad 0 \leq x_4 \leq u_4 \\
 \text{ボイラー入力:} & \quad 0 \leq x_5 \leq u_5 \\
 \text{蒸気タービン入力:} & \quad 0 \leq x_6 \leq u_6
 \end{aligned}$$

これらの制約条件のもと、燃料コストが最小になるような運転計画を立案するため、以下の目的関数を定める。

$$\text{最小化 } J = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4$$

ここで、 c_1 [円/ton], c_2 [円/ton], c_3 [円/ton], c_4 [円/ton] である。

$$A = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 q_3 & \lambda_2 q_4 & \lambda_2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k\eta \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} F \\ S \\ E \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x^T = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}$$

$$u^T = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \end{bmatrix}$$

とくと、以上の問題は以下の線形計画問題となる。

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad c^T x \\
 & \text{subject to} \quad Ax = b, \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq x \leq u
 \end{aligned} \quad (1)$$

負荷目標値および変数の上限値の瞬時値が得られれば、この線形計画問題を解くことにより、燃料コストを最小化する変数の値が得られることになるが、ここでは、1日の負荷目標値が1時間単位で与えられているものとし、24時間分のコスト最小化問題を一度に解くことを考える。この時、問題は144変数、72制約式、144有界変数の線形計画問題となる。

3. 計算条件および結果

以上の問題に対し、変数の上限を Fig. 2 のように設定し、負荷パターンが Fig. 3 から Fig. 4 のように変動したもとして再計画を行い、主アフィン変換法の cold-start と warm-start との計算時間を比較した。ただし、各燃料の発熱量、コストおよび、ボイラー効率、蒸気タービン発電機の効率は Table 1 のように一定であるものとし、ボイラー2と蒸気タービン発電機への入力の上限値はそれぞれ 100[Gcal/h], 15[Gcal/h] で一定とした。また、使用した計算機環境を Table 2 に示す。

まず、負荷パターンが Fig. 3 であるとして cold-start にて最適解を計算し、その後、Fig. 4 の負荷パターンに対して上で求めた最適解を初期点として最適化計算を行う warm-start と、再びある初期点から最適解を計算する cold-start との計算時間を比較した。ただし、cold-start の初期点は $x^0 = [1, 1, \dots, 1]^T$ とした。

Fig. 2 Upper bound of input variables

Fig. 3 Utility plant load

Fig. 4 Perturbed plant load

Table 1 Plant parameters

q_1	13.0	c_1	10.0	λ_1	0.8
q_2	10.0	c_2	5.0	λ_2	0.8
q_3	5.0	c_3	1.0	η	0.8
q_4	10.0	c_4	0.0		

Table 2 Computer environment

Computer	TOSHIBA J-3100PV2 CPU:486DX4-100MHz
FORTTRAN Compiler	Microsoft FORTRAN Power Station Ver. 1.0
Compile Option	f32 /Ox /G4

計算結果を Fig. 5 に示す。この問題の場合、再計画に要した時間は warm-start が cold-start の約 2 分の 1 となっており、warm-start を用いることにより、再計画問題が高速に解けることが確認できる。

また、計算過程における収束の様子を調べるため、反復計算中の残差ベクトルノルム $\|b - Ax^k\|$ の値および、目的関数の値を調べた。結果を Table 3, Table 4, Fig. 6 に示す。実行可能解が得られるまでの計算時間は変わらないが、warm-start では最適解に十分近い近似解が得られるまでの時間が非常に短いことが分かる。

Table 3 Re-optimization result (warm-start)

Iterations		$\ b - Ax\ $	$J - J_{opt}$
Phase-I	Phase-II		
0		51.96078	-
1		40.59025	-
2		40.58515	-
3		40.52272	-
4		0.03634	-
5		0.00004	-
6	0	0.00000	0.01317
	1	0.00000	0.00841
	2	0.00000	0.00143
	3	0.00000	0.00040
	4	0.00000	0.00006
	5	0.00000	0.00002
	6	0.00000	0.00000
	7	0.00000	0.00000
	8	0.00000	0.00000

Fig. 5 Computing time **Fig. 6** Re-optimization result**Table 4** Re-optimization result (cold-start)

Iterations		$\ b - Ax\ $	$J - J_{opt}$
Phase-I	Phase-II		
0		478.3867	-
1		401.7855	-
2		266.6991	-
3		13.48796	-
4		0.65902	-
5		0.00026	-
6	0	0.00001	472.2100
	1	0.00001	286.9511
	2	0.00001	155.8389
	3	0.00001	37.8233
	4	0.00001	18.56064
	5	0.00001	4.51441
	6	0.00001	1.32609
	7	0.00001	0.17746
	8	0.00001	0.06318
	9	0.00001	0.01155
	10	0.00001	0.00332
	11	0.00001	0.00109
	12	0.00001	0.00028
	13	0.00001	0.00001
	14	0.00001	0.00002
	15	0.00001	0.00003
	16	0.00001	0.00004

4. おわりに

本論文では、用役プラントの運転コスト最小化問題の再計画問題について考察し、内点法において warm-start を用いる場合について、cold-start を用いる場合と比較して、その有効性を検証した。

参考文献

- 1) N. Karmarkar: A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming, *Combinatorica*, **4-4**, 373/395 (1984)
- 2) 水野：内点法 (1) — 概論 —, オペレーションズ・リサーチ, **25-6**, 321/326 (1995)
- 3) 村井：線形計画問題に対するアフィン変換法の一構成法と用役プラント最適化問題への応用, システム制御情報学会論文誌, **10-2**, 62/69 (1997)