局所的対称性の乱れを用いた ロバスト画像認識法[†]

川 上 肇*・黒 江 康 明*・森 武 宏*

A Method for Robust Image Recognition
with a Disorder Measure for Local Symmetry

Hajimu KAWAKAMI*, Yasuaki KUROE* and Takehiro MORI*

This paper describes a new method by which images can be recognized robustly in the presence of random perturbations to the images. In general, a computer could recognize images by the following procedure: (1) Calculate a cross-correlation coefficient between an unknown image and each of images memorized as standards. (2) Find the memorized standard image which maximizes a maximum value of the cross-correlation coefficient. (3) Recognize that the input image belongs to a class of the found standard image. Although this conventional method is effective if imaging environments are calibrated, it does not always work well under a natural environment in the presence of random perturbations; therefore, a problem to be solved next is how to construct a method for the robust image recognition under the natural environment.

To solve the problem in case that input images have a texture region constructed by a partial image i.e. a *texel*, we introduce, as a measure suitable for the robust image recognition, local point symmetry inherent in the cross-correlation coefficient between the input image and the partial image. We show that a disorder measure for the local point symmetry of the cross-correlation coefficient is robust against random perturbations; then, we propose a method for robust image recognition with the disorder measure.

We have made experiments on recognizing input images distorted with random perturbations. Their results have shown that the input images can be recognized by our method more robustly than those done by the conventional method.

Key Words: computer vision, image processing, pattern recognition, matching, symmetry

1. はじめに

人間の画像認識機能は、網膜に写る画像から、視覚的に覚えているアイコン、テクスチャ、及び、物体像などの種類を連想させる関数として捉えることができる。そこで、この関数を計算機に実装することによる人工視覚¹⁾の実現を目指して、下記手順で動作する工学的システムの研究が始まっている。すなわち、観測される画像と各種類を代表する画像との類似の程度が最大、あるいは相違の程度が最小となる種類を出力するシステムである²⁾。

このようなシステムを実現するための従来方法では、二つの画像間の類似の程度を、それらの相互相関係数の最大値として算出している³⁾。この方法は、撮像環境が整備されてお

れば有効に作用するけれども、この方法を屋外などで使用する視覚装置に適用することは困難である^{4), 5)}。その理由は、下記問題が生じるからである。一般に、撮像環境は変化する。その結果、観測される画像は、記憶されている画像からのランダム変動を伴って採取される。その変動項が、相互相関係数の最大値を変化させる。ゆえに、観測される画像と各種類を代表する画像との類似の程度が最大となる種類は、観測される画像に混入するランダム変動の程度に依存して変化する結果、誤認識の生じることが問題となる。

本論文では、観測される画像がある部分画像を単位とする局所的な周期構造で構成されるテクスチャなどを含むような場合に上記問題を解決する方法を検討する。このような場合、観測される画像と上記部分画像との相互相関係数は、その部分画像が観測される画像と一致する位置の近傍で、その部分画像の自己相関係数になる。その結果、その自己相関係数に備わる形態的な下記特徴が相互相関係数に現れる。すなわち、その部分画像が観測される画像と一致する位置で最大値をとるだけでなく、そこを原点として点対称になるという特徴⁶⁾

[†] 第40回システム制御情報学会研究発表講演会で発表(1996・5)

* 京都工芸繊維大学工芸学部 京都市左京区松ヶ崎御所海道町

* Faculty of Engineering and Design, Kyoto Institute of Technology Sakyo-ku, Kyoto

(Received April 12, 1996)

(Revised March 23, 1998)

である。そこで、この相互相関係数の最大値の近傍で相互相関係数の局所的対称性が乱れる程度に基づいて画像間の相違の程度を新たに定義し、その新しい相違の程度を用いて識別することを特徴とする画像認識法を提案する。

新たに定義された相違の程度は、白色雑音から生成されるランダム変動に対してロバストであることを示すことができる。したがって、本論文で提案する画像認識法を用いれば、一般のランダム変動を含むような画像を、従来の画像認識法を用いる場合に比べてよりロバストに認識することができる可能性がある。この可能性を実証するため、ランダム変動を含むようなテクスチャ画像群を識別するシミュレーション実験を行った。その結果、提案する方法を用いれば、従来の方法では認識できないような画像をも正しく認識できることが示された。したがって、提案する方法はロバストな画像認識法であると考えられる。

以下、§2で計算機に画像を認識させる問題を説明した後、その問題を解くための従来方法に関する問題点を示す。§3で、局所的対称性の乱れを用いることによって従来の問題点を解決した新しい画像認識法を示す。§4で、提案する画像認識法に備わるロバスト性を実証するために行われたシミュレーション実験を説明する。最後の§5で、本研究の結果をまとめる。

2. 画像認識問題

観測される画像の種類とそれを計算機で認識する問題を説明した後、それを解くための従来方法とその問題点を示す。

2.1 問題設定

たとえば布地などの表面に現れるテクスチャなどの種類は、そのテクスチャに周期的に現れるプリミティブな部分画像⁷⁾の種類で定まる場合が多い。人間はこのようなテクスチャを見たとき、そのテクスチャの一部分を、あらかじめ記憶している部分画像群のそれぞれと照合することにより類似している部分画像を見つけ、見つかった部分画像の種類として見えているテクスチャの種類を連想していると考えられる。

このような画像認識処理を計算機に実装するため、本論文では、以下で説明される問題を検討する。まず、種類を自然数 $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ で表す。そして、プリミティブな部分画像として計算機がその種類と対してあらかじめ記憶しておく画像を以下のように定める。たとえば、その表面に互いに異なるテクスチャを持つ K 種類の物体群のそれぞれをテレビカメラなどで撮像することにより K 種類の画像群を入力する。入力された各画像に写る物体表面上のテクスチャからそれを構成しているプリミティブな部分画像を切り出し、その部分画像を記憶しておく画像 $S_k(\vec{x})$ とする。ここで、 $S_k(\vec{x})$ は、画面上の位置 $\vec{x} \equiv (x, y)^t$ における明るさを表す関数であり、標準画像と呼ぶ。ただし、添字 t は転置記号である。また、 $D[\cdot]$ で関数の定義域を表わし、特に標準画像 $S_k(\vec{x})$ の原点を $D[S_k]$ の中心にとる。

つぎに、その表面に未知のテクスチャを持つ物体をテレビ

カメラなどで撮像することにより計算機に入力される画像を $I(\vec{x})$ とし、その種類を以下のように定義する：

【定義】 この画像 $I(\vec{x})$ が、 $\alpha \in \{1, 2, \dots, K\}$ で定まる一つの標準画像 $S_\alpha(\vec{x})$ を単位とした局所的な周期構造をもつとき、 $I(\vec{x})$ の種類は α であるとする。

この定義の数式による記述は、3.1.2で示す。

さて、屋外などで物体を画像として入力する場合、物体表面のランダム変色やそれを照らす照明のランダム変動をあらかじめ完全に除去することは困難である。その結果、その物体を撮像したとき、除去することのできない加法的ランダム変動⁹⁾ $W(\vec{x})$ を含む画像 $J(\vec{x}) = I(\vec{x}) + W(\vec{x})$ が入力される。このような画像 $J(\vec{x})$ の種類を推定することを、画像認識問題と呼ぶ。ここに、画像 $I(\vec{x})$ は未知画像、画像 $J(\vec{x})$ は観測画像である。ただし、 $D[J] = D[W] = D[I]$ であるとする。また、各画像の定義域は、それに原点が含まれるように設定される。

2.2 従来方法

画像認識問題を解決するための相互相関係数を用いた方法³⁾を以下で説明する。

この従来方法では、まず、観測画像 $J(\vec{x})$ と各標準画像 $S_k(\vec{x})$ との類似の程度を測るために、 $J_{\vec{x}}(\vec{u}) \equiv J(\vec{x} + \vec{u})$ としたうえで、相互相関係数⁶⁾

$$\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k) \equiv \frac{\int_{D[S_k]} \tilde{J}_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{D[S_k]}, \quad (1)$$

$$\tilde{J}_{\vec{x}}(\vec{u}) \equiv \frac{J_{\vec{x}}(\vec{u})}{\sqrt{\int_{D[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}},$$

$$\tilde{S}_k(\vec{u}) \equiv \frac{S_k(\vec{u})}{\sqrt{\int_{D[S_k]} |S_k(\vec{u})|^2 d\vec{u}}}$$

を算出する。ここで、 $D[\tilde{C}]$ は、その中心が原点となるような $D[J]$ の部分集合であるとする。また、一般に $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k) \in [-1, 1]$ である。つぎに、相互相関係数 $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k)$ の最大値

$$\Lambda[J, S_k] \equiv \max_{\vec{x} \in D[\tilde{C}]} \tilde{C}(\vec{x}; J, S_k) \quad (2)$$

を観測画像 $J(\vec{x})$ と標準画像 $S_k(\vec{x})$ との類似度であるとする。最後に、この類似度を最大化する標準画像の種類

$$\arg \max_{k \in \{1, 2, \dots, K\}} \Lambda[J, S_k] \quad (3)$$

が観測画像 $J(\vec{x})$ の種類であると認識する。

2.3 解決すべき問題点

上述した従来の画像認識法は比較的単純に実現し得るけれども、観測画像に混入するランダム変動 $W(\vec{x})$ が、従来の画像認識法に下記悪影響を及ぼす。

まず、未知画像 $I(\vec{x})$ の種類は α であるとする。このとき、観測画像 $J(\vec{x})$ と各標準画像 $S_k(\vec{x})$ との相互相関係数が次式で算出される：

$$\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k) = \xi \tilde{C}(\vec{x}; I, S_k) + \eta \tilde{C}(\vec{x}; W, S_k), \quad (4)$$

$$\xi \equiv \sqrt{\frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |I_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}}, \eta \equiv \sqrt{\frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |W_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}}.$$

(4) 式の導出の詳細を付録Aに示す。

ここで、ランダム変動 $W(\vec{x})$ に、下記を仮定する：

(1) 定常性：ランダム変動の空間位置を推移してもそのアンサンブル平均 $E[\cdot]$ が不変であるという特性¹⁰⁾。定常性は、最もしばしば現れる物理的なランダム変動に備わる一般的特性である⁶⁾。

(2) エルゴード性：アンサンブル平均 $E[\cdot]$ がランダム変動の集合中の任意の一つを単に空間平均することによって得られるという特性⁹⁾。多くの実際の物理現象は、それに定常性が備わるとき、エルゴード性をもつ⁶⁾ことが知られている。

(3) 独立性：TVカメラによって入力対象が走査される場合に加法的に混入するランダム変動が、画像信号の強さと無相関であるという特性⁹⁾。独立性は、1次元白色ランダム過程の素直な2次元への拡張である¹⁰⁾。

以上の仮定のうち、まず、エルゴード性の仮定を導入すれば、 $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_k) = \frac{E[W_{\vec{x}} S_k]}{\sqrt{E[W_{\vec{x}}^2] E[S_k^2]}}$ が成り立つ。つぎに、独立性の

仮定を導入することにより、この等式の右辺は $\frac{E[W_{\vec{x}}] E[S_k]}{\sqrt{E[W_{\vec{x}}^2] E[S_k^2]}}$

となる。さらに、この式に定常性の仮定を導入し、以上の結果、 $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_k) = \frac{E[W] E[S_k]}{\sqrt{E[W^2] E[S_k^2]}}$ となる。したがって、ラン

ダム変動 $W(\vec{x})$ を白色雑音でモデル化することができれば $E[W] = 0$ を自然に仮定できるので、(4) 式の第二項、すなわち、ランダム変動の悪影響を無視することができると考えられる。しかしながら、工学的な撮像系は、局所的な領域に亘る空間的平滑化を含むようなレンズ系によって合成される映像のうち、撮像素子群がカバーする一部分だけを定義域として透過させるような空間フィルタとして実現される。ここで、上記平滑化領域や透過領域は使用している撮像系に対して固有に定まるので、任意の撮像系で $E[W] = 0$ を仮定することは現実的ではない。したがって、(4) 式に示す第二項の悪影響によって、(3) 式の値が正しい種類 α となることを期待することは困難である状況が生じ得る。その結果、従来方法では観測画像 $J(\vec{x})$ の種類を誤認識してしまう可能性の生じることが問題となる。

3. ロバスト画像認識法

§2に示した従来方法の問題点を解決するための一つの方法は、(2) 式に示した従来の類似度を改善することである。以下、自己相関係数に備わる点対称性を利用した新しい相違度と、その相違度を利用することによって従来の問題点を改善し得ることを示す。

3.1 新しい相異度：局所対称性の乱れ

以下での表現に関する準備の後、新しい相違度の原理とその相違度の具体的な記述とを示す。

3.1.1 相互角度関数と相違度の導入

便宜上、まず、類似度に替えて相違度を導入する。すなわち、(1) 式に現れる $\tilde{J}_{\vec{x}}(\cdot)$ と $\tilde{S}_k(\cdot)$ のそれぞれはヒルベルト空間内の単位ベクトルとして捉えることができるので、これらの違いは、それらの成す角度により、自然に記述れると考える。このとき、類似の程度を表す相互相関係数 $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k)$ はそれらの内積となるので、上記角度は、下記関数として具体的に算出される：

$$\theta(\vec{x}; J, S_k) \equiv \cos^{-1}(\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k)). \quad (5)$$

ここで、 $0 \leq \theta(\vec{x}; J, S_k) \leq \pi$ とする。このような角度を導入する目的は、相互相関係数が最大値をとる位置の近傍では $\cos(\cdot)$ の原点付近の特性により相互相関係数の値の変化が抑制されてしまうので、その変化を顕在化し、その近傍における形態的特徴、特に点対称性、を安定に抽出できるようにすることにある。以下、 $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ は観測画像 $J(\vec{x})$ と標準画像 $S_k(\vec{x})$ との相違の程度を角度の単位で表すので相互角度関数と呼ぶ。この相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ は相互相関係数 $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_k)$ を単調減少関数 $\cos^{-1}$ によって1対1写像したものである。相互相関係数が最大値をとる位置で、相互角度関数は最小値をとる。したがって、この相互角度関数を用いて

$$\hat{\Delta}[J, S_k] \equiv \min_{\vec{x} \in \mathcal{D}[\theta]} \theta(\vec{x}; J, S_k) \quad (6)$$

なる尺度 $\hat{\Delta}[J, S_k]$ を導入したうえで、

$$\arg \min_{k \in \{1, 2, \dots, K\}} \hat{\Delta}[J, S_k] \quad (7)$$

により観測画像 $J(\vec{x})$ を認識すれば、その結果は(3)式による認識結果と一致する。したがって、この尺度を(2)式に対応する従来の相違度であると考ええる。

3.1.2 原理

つぎに、自己相関係数に備わる対称性を用いた画像間の新しい相違度について説明する。

一般に、2.1で導入した種類の定義は、下記の数式で記述し得る。すなわち、その種類が α である画像 $I(\vec{x})$ に対して、標準画像 $S_{\alpha}(\vec{x})$ と一致する位置 $\vec{x}_i \equiv (x_i, y_i)^t \in \mathcal{D}[I]$ が存在し、その位置 $\vec{x}_i$ の近傍 $\Phi_{\vec{x}_i} \equiv \{\vec{\phi} + \vec{x}_i; \forall \vec{\phi} \in \Phi\}$ で、 $I(\vec{x})$ は $S_{\alpha}(\vec{x})$ を単位とする局所的な周期構造：

$$I(\vec{\phi} + \vec{x}_i) = F(S_{\alpha})(\vec{\phi}), \quad \forall \vec{\phi} \in \Phi \quad (8)$$

を備える。ただし、 Φ は、標準画像の定義域 $\mathcal{D}[S_{\alpha}]$ をその外部に拡張した領域であり、原点を中心とする $\mathcal{D}[S_{\alpha}]$ の部分集合

$$\Omega \equiv \{\vec{\omega} \equiv (\omega_x, \omega_y)^t; |\omega_x| \leq X_{\omega}, |\omega_y| \leq Y_{\omega}\} \subset \mathcal{D}[S_{\alpha}]$$

を用いて、 $\Phi = \mathcal{D}[S_{\alpha}] * \Omega$ で記述する。ここに、二項演算子 $*$ は、一般に、

$$\mathcal{D}[S_{\alpha}] * \Omega \equiv \{\vec{u} + \vec{\omega}; \forall \vec{u} \in \mathcal{D}[S_{\alpha}], \forall \vec{\omega} \in \Omega\} \quad (9)$$

を表す。したがって、

$$\Omega \subset \Phi \quad (10)$$

である。また、 $\mathcal{F}(S_\alpha)(\cdot)$ は、 Φ における $S_\alpha(\cdot)$ を単位とした局所的な周期構造を表現するために導入した、 $S_\alpha(\cdot)$ のフーリエ級数表示である。

さて、このフーリエ級数表示を用いて、標準画像 $S_\alpha(\vec{x})$ の自己相関係数を $\tilde{C}_\alpha(\vec{x}; S_\alpha) \equiv \tilde{C}(\vec{x}; \mathcal{F}(S_\alpha), S_\alpha)$ で定義する。ここに、その定義域 $D[\tilde{C}_\alpha]$ は Ω であるとする。このとき、 $\tilde{C}_\alpha(\vec{x}; S_\alpha)$ はその定義域の原点で最大値をとる。さらに、その原点に関して点対称である⁶⁾ という形態の特徴を備える。すなわち、任意の $\vec{x} \in D[\tilde{C}_\alpha]$ に対して $\tilde{C}_\alpha(\vec{x}; S_\alpha) = \tilde{C}_\alpha(-\vec{x}; S_\alpha)$ が成立する。ゆえに、種類が α である画像 $I(\vec{x})$ と標準画像 $S_\alpha(\vec{x})$ との相互相関係数 $\tilde{C}(\vec{x}; I, S_\alpha)$ が最大値をとる位置 $\vec{x}_i$ を中心とする近傍 $\Psi_i \subset \Omega_{\vec{x}_i} \equiv \{\vec{x}_i + \vec{\omega}; \forall \vec{\omega} \in \Omega\}$ が存在し、(8) 式と (10) 式とが成立するので、 $\vec{x} = \vec{\omega} + \vec{x}_i \in \Psi_i$ に対して $\tilde{C}(\vec{x}; I, S_\alpha) = \tilde{C}(\vec{\omega} + \vec{x}_i; I, S_\alpha) = \tilde{C}_\alpha(\vec{\omega}; S_\alpha)$ 、すなわち、相互相関係数の形態が自己相関係数の原点近傍における形態に一致する。したがって、近傍 Ψ_i の中心を原点とする点対称性が相互相関係数に現れる。相互角度関数は、その相互相関係数を単調減少関数を用いた (5) 式によって変換した関数であるので、相互角度関数 $\theta(\vec{x}; I, S_\alpha)$ が最小値をとる位置を中心とする近傍 $\Psi_i \subset \Omega_{\vec{x}_i}$ においても、その位置を原点とする点対称性が相互角度関数 $\theta(\vec{x}; I, S_\alpha)$ に現れる。ゆえに、観測画像 $J(\vec{x})$ と標準画像 $S_k(\vec{x})$ との相違度を、それらの相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_\alpha)$ が最小値をとる位置の近傍 Ψ_j において $\theta(\vec{x}; J, S_\alpha)$ の局所的対称性が乱れる程度によって測ることができる。

3.1.3 具体的な記述

この新しい相違度は、以下の考察に基づいて具体的に記述される。まず、相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ が最小値をとる位置を $\vec{x}_j$ とし、そこで相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ に関する二階微分が存在して $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ は局所的に二次曲面で近似し得ることを仮定する。つぎに、位置 $\vec{x}_j$ を原点とした座標

$$\vec{u} \equiv \vec{x} - \vec{x}_j \equiv (u \ v)^t \quad (11)$$

と、その座標 $\vec{u}$ の原点を中心とする有界な近傍

$$\Psi[\vec{e}] \equiv \{\vec{u}; |u| < \frac{\epsilon_x}{2}, |v| < \frac{\epsilon_y}{2}\}, \vec{e} \equiv (\epsilon_x \ \epsilon_y)^t \quad (12)$$

を導入する。そして、この座標 $\vec{u}$ で議論するため、相互角度関数の座標 $\vec{x}$ を消去する： $\theta(\vec{x}; J, S_k) = \theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k)$ 。そのうえで、近傍 $\Psi[\vec{e}]$ において、相互角度関数 $\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k)$ を、座標 $\vec{u} = (u \ v)^t$ に関する下記の二次曲面で近似する：

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k) \equiv & c + b_1 u + b_2 v \\ & + a_{11} u^2 + 2a_{12} uv + a_{22} v^2. \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、各パラメータは、下記二乗誤差

$$H \equiv \int_{\Psi[\vec{e}]} (\hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k) - \theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k))^2 d\vec{u}$$

を最小化する値の組として、算出される。後の議論をも含めて、それらを簡潔に取り扱うため、

$$A \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}, \vec{b} \equiv (b_1 \ b_2)^t$$

とおく。また、上記二乗誤差に現れる積分記号をコンパクトに表現するため、 $\Psi[\vec{e}]$ で二乗可積分である実数値関数 $f(\vec{u})$ と $h(\vec{u})$ との対に導入される内積を

$$(f(\vec{u}), h(\vec{u}))_{\Psi[\vec{e}]} \equiv \int_{\Psi[\vec{e}]} f(\vec{u}) h(\vec{u}) d\vec{u}$$

とし、この内積から誘導されるノルムを

$$\|f(\vec{u})\| \equiv \sqrt{(f(\vec{u}), f(\vec{u}))_{\Psi[\vec{e}]}} = \sqrt{(f^2(\vec{u}), 1)_{\Psi[\vec{e}]}}$$

とする。以上の準備の下、各パラメータは、最小二乗法により、以下のように算出される：

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \|u\|^{-2} (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), u)_{\Psi[\vec{e}]} \\ \|v\|^{-2} (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), v)_{\Psi[\vec{e}]} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$a_{12} = \frac{(\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), uv)_{\Psi[\vec{e}]}}{2(u^2, v^2)_{\Psi[\vec{e}]}} \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{22} \\ c \end{pmatrix} = G^{-1} \begin{pmatrix} (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), v^2)_{\Psi[\vec{e}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), v^2)_{\Psi[\vec{e}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), 1)_{\Psi[\vec{e}]} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

ここに、 $G \equiv \begin{pmatrix} \|u^2\|^2 & \|uv\|^2 & \|v\|^2 \\ \|uv\|^2 & \|v^2\|^2 & \|u\|^2 \\ \|u\|^2 & \|v\|^2 & \|1\|^2 \end{pmatrix}$ である。以上のパラメータの導出過程を、付録 B に示す。

さて、座標 $\vec{u}$ で表現したとき、この二次曲面 $\hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k)$ の極値の位置 $\vec{u}_e \equiv (u_e \ v_e)^t$ と原点とのユークリッド距離は $|\vec{u}_e| = |-\frac{1}{2} A^{-1} \vec{b}|$ で算出される。このユークリッド距離 $|\vec{u}_e|$ に関して、中心が位置 $\vec{x}_j$ にあり、さらにあるパラメータ $\vec{E} \equiv (E_x \ E_y)^t$ が存在して、そのパラメータで定まる近傍 $\Psi[\vec{E}]$ 内の任意の近傍 $\Psi[\vec{e}] \subset \Psi[\vec{E}]$ で $|\vec{u}_e| = 0$ が成立すれば、 A は正則であると仮定しているの

$$\vec{b} = (0 \ 0)^t, \forall \Psi[\vec{e}] \subset \Psi[\vec{E}] \quad (17)$$

となる。ゆえに、(14) 式より相互角度関数 $\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k)$ は近傍 $\Psi[\vec{E}]$ で点対称である。したがって、このユークリッド距離 $|\vec{u}_e|$ によって位置 $\vec{x}_j$ における相互角度関数の局所的対称性の乱れを測ることができるので、このユークリッド距離 $|\vec{u}_e|$ を観測画像 $J(\vec{x})$ と標準画像 $S_k(\vec{x})$ との新しい相違度 $L(J, S_k)$ とする。すなわち、

$$L(J, S_k) = |\vec{u}_e|. \quad (18)$$

以下、 $|\vec{u}_e|$ を相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_k)$ の局所的対称性の乱れと呼ぶ。

3.2 ランダム変動に対するロバスト性

(18) 式に示した新しい相違度は、それが未知画像とその未知画像の種類を定義する標準画像とから算出される場合に、 $E[W] \neq 0$ であるようなランダム変動 $W(\vec{x})$ に対してロバストであること、すなわち、二つの画像が一致する位置 $\vec{x}_i$ は正しく求まり、しかもそこで算出される相互角度関数の局所的対称性の乱れ $|\vec{u}_e|$ は不変であることを示す。したがって、このようなロバスト性を備えた局所的対称性の乱れ $|\vec{u}_e|$ を相違度 $L(J, S_k)$ として観測画像を識別すれば、従来の問題点を解決することができる。ただし、観測画像に混入するランダム

変動 $W(\vec{x})$ は、使用している撮像系に対して固有に定まる領域 $D \equiv \{\vec{\omega}; |\omega_x| \leq l_x, |\omega_y| \leq l_y\}$ が存在して、二次元白色雑音 $N(\vec{x}) \equiv \iota(x)\kappa(y)$ の領域

$$D_{\vec{x}} \equiv \{\vec{x} + \vec{\omega}; \forall \vec{\omega} \in D\} \quad (19)$$

に亘るレンズ系による平滑化によって生成された信号の観測し得る部分、すなわち

$$W(\vec{x}) = \int_{D_{\vec{x}}} N(\vec{\omega}) d\vec{\omega}, \quad \mathcal{D}[W] = \mathcal{D}[J] \quad (20)$$

で表されることを仮定する。ただし、 $E[W] = 0$ であることを要請しない。ここに、 $\iota(\cdot)$ と $\kappa(\cdot)$ は、2.3で導入された定常性、エルゴード性、独立性を備えた、互いに独立な一次元白色雑音であるとする。ただし、定常性は、 $K \equiv \{\vec{\omega}; |\omega_x| \leq K_x, |\omega_y| \leq K_y\}$ 、および $K_{\vec{x}} \equiv \{\vec{x} + \vec{\omega}; \forall \vec{\omega} \in K\}$ が存在して、

$$K_{\vec{x}} \equiv (\mathcal{D}[S_{\alpha}] * D) * K_{\vec{x}} \quad (21)$$

で記述される領域で、成立するものとする。

上記仮定のもとで新しい相違度に備わるロバスト性を二段階で説明する。その第一段階として、未知画像とその種類を定義する標準画像とが一致する位置 $\vec{x}_i$ は正しく求まることを以下に示す。まず、真の種類が α である観測画像 $J(\vec{x}) = I(\vec{x}) + W(\vec{x})$ と標準画像 $S_{\alpha}(\vec{x})$ との相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J, S_{\alpha})$ が最小値をとる位置 $\vec{x}_j$ と位置 $\vec{x}_i$ との関係を調べる。そのために、あるパラメータ $\vec{\mu}$ で定まる近傍

$$\Upsilon_{\vec{x}}[\vec{\mu}] \equiv \{\vec{x} + \vec{u}; \forall \vec{u} \in \Psi[\vec{\mu}] \cap \Omega \cap K\} \quad (22)$$

を導入する。このとき、 $\vec{x}_i$ を中心とする近傍 $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ が存在し、任意の $\vec{x} \in \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ に対する相互角度関数の勾配

$$\vec{\nabla} \theta(\vec{x}; J, S_{\alpha}) = - \frac{\vec{\nabla} \tilde{C}(\vec{x}; J, S_{\alpha})}{\sqrt{1 - \tilde{C}^2(\vec{x}; J, S_{\alpha})}}, \quad \vec{\nabla} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \right)^t$$

に関して次式が成立する：

$$\vec{\nabla} \theta(\vec{x}; J, S_{\alpha}) = - \frac{\xi \vec{\nabla} \tilde{C}(\vec{x}; I, S_{\alpha})}{\sqrt{1 - \tilde{C}^2(\vec{x}; J, S_{\alpha})}}. \quad (23)$$

ここで、 ξ は (4) 式で導入されたパラメータである。(23) 式の導出を付録 C に示す。したがって、相互角度関数 $\theta(\vec{x}; I, S_{\alpha})$ の極小値群のそれぞれを値の小さい順に並べて $\theta(\vec{x}_i; I, S_{\alpha}) \equiv \phi_1 < \phi_2 < \dots$ としたとき、値域の幅が

$$\left(\max_{\vec{x} \in \mathcal{D}[W]} W(\vec{x}) - \min_{\vec{x} \in \mathcal{D}[W]} W(\vec{x}) \right) < \frac{1}{2} |\phi_1 - \phi_2|$$

に制限されるようなランダム変動 $W(\vec{x})$ に対して、 $\vec{x}_i$ は $\theta(\vec{x}; J, S_{\alpha})$ が最小値をとる位置 $\vec{x}_j$ に一致する。すなわち、ランダム変動 $W(\vec{x})$ に対して $\vec{x}_i$ はロバストに検出されることが示された。

つぎに第二段階として、検出された位置 $\vec{x}_j = \vec{x}_i$ を中心とした近傍 $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ における局所的対称性の乱れ $|\vec{u}_e|$ もまたランダム変動 $W(\vec{x})$ に対して不変であることを示す。まず、未知画像 $I(\vec{x})$ に対する仮定より、 $\tilde{C}(\vec{x}; I, S_{\alpha})$ は $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で $\vec{x}_i$ に

関して点対称であるので、

$$\begin{pmatrix} \theta(\vec{u} + \vec{x}_i; I, S_{\alpha}), u_{\Psi[\vec{\mu}]} \\ \theta(\vec{u} + \vec{x}_i; I, S_{\alpha}), v_{\Psi[\vec{\mu}]} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となる。ゆえに、(14) 式より $|\vec{b}| = 0$ を得るので、 $|\vec{u}_e| = 0$ となることを確認しておく。つぎに、付録 C で示された ξ 、 η 、および $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_{\alpha})$ の不変性と (4) 式とから、 $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ において $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_{\alpha})$ は $\tilde{C}(\vec{x}; I, S_{\alpha})$ に比例する。したがって、 $\tilde{C}(\vec{x}; J, S_{\alpha})$ も $\vec{x}_i$ に関して点対称となるので $|\vec{u}_e| = 0$ である。すなわち、近傍 $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ において局所的対称性の乱れ $|\vec{u}_e|$ はランダム変動 $W(\vec{x})$ に対して不変であることが示された。

以上の結果、新しい相違度 $L(J, S_{\alpha}) = |\vec{u}_e|$ はランダム変動 $W(\vec{x})$ に対してロバストである。ゆえに、 $L(J, S_{\alpha})$ に基づいて観測画像を識別すれば、従来の問題点を解決できると考えられる。

4. 実験

局所的対称性の乱れを新しい相違度として用いた画像認識法によって、ランダム変動が混入する画像を認識する実験を行った。以下、その方法、結果、考察を示す。

4.1 方法

種類があらかじめ既知である画像を計算機で認識した後、その結果を従来方法による結果と比較する実験を、下記手順で行った：

(1) 標準画像群の作成：あらかじめ記憶しておく標準画像群を以下の手順で作成する。大きさが $29 * 29$ [画素²] であり、画素値の最小値と最大値とがそれぞれ 0.5 と 1.0 となるように正規化された 5 種類のテキストチャ画像群 $\{I_k(\vec{x}), k = 1, 2, \dots, 5\}$ を用意する。各画像の中心を原点として切り出された部分画像群を標準画像群 $\{S_k(\vec{x}), k = 1, 2, \dots, 5\}$ とする。標準画像 $S_k(\vec{x})$ の一辺の大きさは、それが大きい程一般に互いの相違度が大きくなると考えられる。その大きさと画像認識方法に備わるロバスト性との関係を調べるために、本実験では標準画像 $S_k(\vec{x})$ の一辺の大きさを 15 [画素] 以下のパラメータとする。以下、この値を **template サイズ** と呼ぶ。

(2) 観測画像群の合成：計算機へ入力される画像の合成方法は以下の通りである。すなわち、正規化された各テキストチャ画像 $I_l(\vec{x})$ にランダム変動 $W(\vec{x})$ を加算することにより、真の種類が l である観測画像群

$$\{J_l(\vec{x}) = I_l(\vec{x}) + W(\vec{x}), l = 1, 2, \dots, 5\} \quad (24)$$

を合成する。ここで、レンズ系による空間的平滑化を現実的にモデル化するためにガウス関数を導入し、それを点広がり関数としてランダム変動 $W(\vec{x})$ は生成されるものとする。すなわち、 $W(\vec{x})$ を標準偏差が σ_N である N 個のガウス関数群の和で構成する：

$$W(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N Z_n e^{-\frac{(\vec{x} - \vec{N}_n)^t (\vec{x} - \vec{N}_n)}{2\sigma_N^2}}$$

ただし、各ガウス関数の位置 $\{\vec{N}_n; n = 1, 2, \dots, N\}$ はテクスチャ画像の定義域から、また、振幅 Z_n は、適当な区間 $[-z, z]$ から、それぞれランダムかつ一様に選ばれる。したがって、 z はランダム変動の強度を表すことになる。また、このランダム変動は、それを合成するための加算回数 N の増大に伴い、そのパワーとその空間的定常性が同時に増大するという特性を備えている。

(3) 照合：観測画像 $J_l(\vec{x})$ の種類を、下記手順で認識する。まず、相互角度関数 $\theta(\vec{x}; J_l, S_k)$ が最小値をとる画素の位置 $\vec{x}_j$ を中心とする近傍 $Q_j[\vec{e} = (3 \ 3)^t]$ から、各観測画像 $J_l(\vec{x})$ ごとにすべての標準画像 $S_k(\vec{x})$ との相違度 $L(J_l, S_k)$ を (18) 式により算出する。つぎに、 $L(J_l, S_k)$ を最小化する標準画像 $S_k(\vec{x})$ の種類 α を、観測画像 $J_l(\vec{x})$ の種類であると認識する。

(4) 評価：一般に相違度を用いて観測画像 $J_l(\vec{x})$ を認識する場合、算出される相違度が、(1) 同種、すなわち $l = k$ のとき小さく、(2) 異種、すなわち $l \neq k$ のとき大きいことが重要である。そこで、この観点から提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ を評価するため、下記形式の識別力 C を導入する：

$$C = \frac{\text{異種との最小値} : \min_{l \neq k} L(J_l, S_k)}{\text{同種との最大値} : \max_{l=k} L(J_l, S_k)}$$

ここに、相違度 $L(J_l, S_k)$ がランダム変動 $W(\vec{x})$ の悪影響を抑制できず、その結果、§4.1に示した照合方法だけでは観測画像 $J_l(\vec{x})$ を正しく認識できない場合、識別力は1より小となる。

4.2 結果

MIT, Media Lab. によって一般に公開されている自然界に現れるテクスチャ画像群のうち、異なる木の葉を写した5枚の画像群のそれぞれから特徴的な部分として切り出された部分画像群を用いて実験を行った。これらの画像群を Fig.1 に示す。

まず、テクスチャ画像 $I_l(\vec{x})$ に加えるランダム変動 $W(\vec{x})$ が空間的な定常性を満たすように、特に加算回数 N が小さくならないようなパラメータ群： $N = 420, \sigma_N = 0.2, z = 0.25$ としたうえで、各観測画像 $J_l(\vec{x})$ を合成した。その後、これらを各標準画像 $S_k(\vec{x})$ と照合することにより、提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ の識別力 C を調べる実験を行った。このときの観測画像群を Fig.2に示す。

つぎに、テクスチャ画像 $I_l(\vec{x})$ に加えるランダム変動 $W(\vec{x})$ の空間的な定常性を乱すために、それを合成するときの加算回数 N を減らしてパラメータ群を $N = 42, \sigma_N = 0.2, z = 0.25$ としたうえで観測画像群を合成した。その後、先と同様の実験を行った。このときの観測画像群を Fig.3に示す。

以上の実験を、ランダム変動 $W(\vec{x})$ を発生させるための初期値を変化させて10回繰り返す、各場合で識別力 C を求めることにより、識別力 C の変動を調べた。 $N = 420$ の場合に対する結果を Fig.4に、 $N = 42$ に対する結果を Fig.5にそれぞれ示す。ここに、Fig.4(a) と Fig.5(a) の両図は、(6) 式

Fig. 1 A set of texture images.

Fig. 2 A set of observed images with $N = 420, \sigma_N = 0.2, \text{ and } z = 0.25$.

Fig. 3 A set of observed images with $N = 42, \sigma_N = 0.2, \text{ and } z = 0.25$.

に示す従来の相違度 $\hat{L}[J_l, S_k]$ に基づく場合の識別力を、両図 (b) は提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ を導入した場合の識別力を、それぞれ示す。これらの図において、横軸は template サイズ、縦軸は各識別力に対する平均値、最大値、および、最小値である。

(a) The ordinary template matching.

(b) The matching by the disorder measure for symmetry.

Fig. 4 Performance in identification of classes with $N = 420, \sigma_N = 0.2, \text{ and } z = 0.25$.

(a) The ordinary template matching.

(b) The matching by the disorder measure for symmetry.

Fig. 5 Performance in identification of classes with $N = 42$, $\sigma_N = 0.2$, and $z = 0.25$.

さらに、提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ を導入した場合に、識別力のロバスト性とランダム変動の空間定常性との関係調べるため、template サイズごとに識別力の標準偏差を算出した。Table 1 に $N = 420$ と $N = 42$ の場合をまとめて示す。

Table 1 Standard deviations for performance in identification with $\sigma_N = 0.2$, $z = 0.25$.

Size[Pixel]	3	5	7	9	11	13	15
$N = 420$	3.853	9.993	11.37	0.7608	5.425	6.250	1.454
$N = 42$	80.15	227.1	42.52	45.79	37.25	11.55	41.63

4.3 考察

まず、従来方法と提案する画像認識法の各識別力に関して検討する。Fig.4(a) と Fig.5(a) に示す従来方式の識別力は、すべての template サイズにおいて、その最小値が1より小である。したがって、ランダム変動の悪影響により、誤認識が生じていることがわかる。一方、両図 (b) は、template サイズが7[画素]以上のとき、提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ の識別力が1より大であることを示している。したがって、この場合、誤認識は生じていない。ゆえに、本論文で提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ によって識別すれば、ランダム変動が混入するような悪状況においても、計算機に入力される画像を、従来

方式に比べてよりロバストに認識することができると考えられる。

つぎに、提案する相違度 $L(J_l, S_k)$ を導入した場合に、識別力のロバスト性とランダム変動 $W(\vec{x})$ の空間定常性との関係を検討する。Table 1より、 $N = 420$ のときの識別力 C に関する標準偏差は、 $N = 42$ のときの識別力 C に関する標準偏差よりも小である。ランダム変動 $W(\vec{x})$ は、 N の増加に伴って、その空間定常性とパワーが増加する特性を備えているので、この実験結果から、ランダム変動が空間的に定常に混入する場合であれば、たとえそのランダム変動が計算機に入力される画像の S/N を大きく劣化させたとしても、提案する相違度はロバストであると考えられる。

5. むすび

相互相関係数の局所的対称性が乱れる程度を用いた画像間の新しい相違度を導入し、そのランダム変動に対するロバスト性を示した。この新しい相違度によって識別することの特徴とした画像認識法を提案した。さらに、この画像認識法に備わるロバスト性を実証するため、空間的ランダム変動が混入する画像を認識するシミュレーション実験を行った。その結果、従来方法に比べて、提案する方法はランダム変動が混入する画像をよりロバストに認識することが示された。

参考文献

- 1) ジョン・P・フリスビー：シーイング，誠信書房(1984)。
- 2) 飯島 泰蔵：パターン認識理論，70/73，森北出版(1991)。
- 3) R.C.Gonzalez and P. Wintz: Digital Image Processing, 425/427, Addison-Wesley (1987)。
- 4) C.Thorpe, M.Hebert, T.Kanade, and S.Shafer: Vision and Navigation for the Carnegie-Mellon Navlab, IEEE PAMI, 10-3, 362/373 (1988)。
- 5) 塩 昭夫：情景中文字認識のための動的2値化法，NTT R&D, 39-5, 677/686 (1990)。
- 6) 日野 幹雄：スペクトル解析，朝倉書店(1993)。
- 7) M.D.Levine: Vision in Man and Machine, 426/434, McGraw-Hill (1985)。
- 8) アタナシアス・バボリス：工学のための応用確率論，322/323, 東海大学出版(1983)。
- 9) A.Rosenfeld and A.C.Kak: デジタル画像処理，近代科学社，日本語初版第16刷，166/168 (1997)。
- 10) 雑元 孝夫，浜田 望(編)：2次元信号と画像処理，コロナ社，計測自動制御学会編，198/200 (1996)。

《付 録》

A. (4) 式の導出

(4) 式の導出過程を以下に示す：

$$\begin{aligned}
 \tilde{C}(\vec{x}; J, S_k) &= \frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} J_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}} \\
 &= \frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} (I_{\vec{x}}(\vec{u}) + W_{\vec{x}}(\vec{u})) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} I_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}} + \frac{\int_{\mathcal{D}[S_k]} W_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}} \\
&= \frac{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |I_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}} \int_{\mathcal{D}[S_k]} \tilde{I}_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}} \\
&\quad + \frac{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |W_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}} \int_{\mathcal{D}[S_k]} \tilde{W}_{\vec{x}}(\vec{u}) \tilde{S}_k(\vec{u}) d\vec{u}}{\sqrt{\int_{\mathcal{D}[S_k]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}}} \\
&= \xi \tilde{C}(\vec{x}; I, S_k) + \eta \tilde{C}(\vec{x}; W, S_k).
\end{aligned}$$

B. 二次曲面を表すパラメータの導出

(13) 式に示す二次曲面 $\hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k)$ が, 二乗誤差

$$H = \int_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} (\hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k) - \theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k))^2 d\vec{u}$$

を最小化するときのパラメータ値は, 以下のように算出される.

まず, 導出過程をコンパクトに表現するため, 二乗誤差 H を内積により表現する:

$$H = \left(\left(\hat{\theta}(\vec{u}; J, S_k) - \theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k) \right)^2, 1 \right)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]}$$

つぎに, パラメータに関する二乗誤差 H の勾配が 0 となる条件より, 下記の正規方程式を得る:

$$L \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ a_{12} \\ a_{11} \\ a_{22} \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), u^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), v^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (\theta(\vec{u} + \vec{x}_j; J, S_k), 1)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \end{pmatrix}$$

ここに, L は, 下記 3 行 3 列の行列 M, Z, G により $\begin{pmatrix} M & Z \\ Z^t & G \end{pmatrix}$ で記述される, 6 行 6 列の対称行列である:

$$\begin{aligned}
M &= \begin{pmatrix} (u, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (u, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (2uv, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (2uv, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (2uv, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \end{pmatrix}, \\
Z &= \begin{pmatrix} (u^2, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u^2, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u^2, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \end{pmatrix}, \\
G &= \begin{pmatrix} (u^2, u^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, u^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, u^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u^2, v^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, v^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, v^2)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \\ (u^2, 1)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (v^2, 1)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & (1, 1)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

さて, (12) 式により定義される近傍 $\Psi[\vec{\varepsilon}]$ の形状は原点に関して対称である. したがって, その近傍での積分により算出される行列要素のうち, 被積分関数が u または v に関して奇関数となる要素の値は 0 となる. ゆえに, Z は零行列, M は対角行列

$$\begin{pmatrix} (u, u)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & 0 & 0 \\ 0 & (v, v)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} & 0 \\ 0 & 0 & (2uv, 2uv)_{\Psi[\vec{\varepsilon}]} \end{pmatrix}$$

となる.

以上の結果, 上述した行列 M, Z, G により構成される正規方程式を解くことにより, 各パラメータの値は, (14) 式, (15) 式, 及び (16) 式により, 算出される.

C. (23) 式の導出

(4) 式に現れる三つの積分

$$\Gamma_I \equiv \int_{\mathcal{D}[S_\alpha]} |I_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u}, \quad \Gamma_W \equiv \int_{\mathcal{D}[S_\alpha]} |W_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u},$$

$$\Gamma_J \equiv \int_{\mathcal{D}[S_\alpha]} |J_{\vec{x}}(\vec{u})|^2 d\vec{u} = \Gamma_I + \Gamma_W + 2(I_{\vec{x}}, W_{\vec{x}})_{\mathcal{D}[S_\alpha]},$$

および $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_k)$ が任意の $\vec{x} \in \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ に対して不変であることを示すことにより, (23) 式を導出する.

(i) まず Γ_I に関して, 仮定より $I(\vec{x})$ は領域 $P_i \equiv \mathcal{D}[S_\alpha] * \Omega_{\vec{x}_i}$ で $S_\alpha(\vec{x})$ を単位とする周期構造を持つ. 一方, $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}] \subset \Omega_{\vec{x}_i}$ であるので, 任意の $\vec{x} \in \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ に対して Γ_I の積分領域 $\mathcal{D}[S_\alpha] * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ は P_i に含まれる. したがって, Γ_I は P_i 内の 1 周期に亘る $I(\vec{x})$ の積分となる. ゆえに, Γ_I は $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である.

(ii) つぎに Γ_W に関して, $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}] \subset K_{\vec{x}_i}$ であるので, $(\mathcal{D}[S_\alpha] * \mathcal{D}) * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}] \subset K_{\vec{x}_i}$ である. 一方, 任意の $\vec{x} \in \mathcal{D}[S_\alpha] * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ に対して, $W(\vec{x})$ を算出するための積分領域は $(\mathcal{D} * \mathcal{D}[S_\alpha]) * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}] = (\mathcal{D}[S_\alpha] * \mathcal{D}) * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ となるので, $W(\vec{x})$ は領域 $\dot{K}_{\vec{x}_i}$ 内での白色雑音の積分で記述される. その白色雑音は領域 $\dot{K}_{\vec{x}_i}$ 内で定常であることが仮定されている. ゆえに, $W(\vec{x})$ は $\mathcal{D}[S_\alpha] * \Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である. その結果, Γ_W は $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である.

(iii) また Γ_J に関して, 白色雑音に仮定したエルゴード性と画像との独立性を導入することにより次式を得る:

$$(I_{\vec{x}}, W_{\vec{x}})_{\mathcal{D}[S_\alpha]} = E[I_{\vec{x}}]E[W_{\vec{x}}]. \quad (\text{C.1})$$

ここで, $E[I_{\vec{x}}]$ と $E[W_{\vec{x}}]$ は, (i) と (ii) とから共に $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である. したがって, Γ_J は $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である.

(iv) さらに, 上記 (ii) と (iii) とで示した説明と同様の説明により, $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_k)$ が $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変であることが示される.

以上の結果, 上記 (i)-(iii) と (4) 式より, ξ と η とは近傍 $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ で不変である. ゆえに, (4) 式に現れる ξ, η , および $\tilde{C}(\vec{x}; W, S_k)$ に対する勾配は, $\Upsilon_{\vec{x}_i}[\vec{\mu}]$ ですべて $(0 \ 0)^t$ である. したがって, $\vec{\nabla} \tilde{C}(\vec{x}; J, S_\alpha) = \xi \vec{\nabla} \tilde{C}(\vec{x}; I, S_\alpha)$ となることから, (23) 式が導かれる.

[著者紹介]

川上 肇 (正会員)

1957年7月9日生。1982年3月京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年4月日本電気(株)に入社、中央研究所勤務を経て、1994年4月京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科博士後期課程(情報・生産科学専攻)に入学。1997年4月龍谷大学理工学部電子情報学科助手に就任し、現在に至る。この間1988年8月～1989年8月ペンシルバニア大学客員研究員、1993年5月～1994年3月京都工芸繊維大学大学院工学科学研究科研究生。ロボットビジョン、パタン認識などの研究に従事。工学博士。システム制御情報学会、情報処理学会、電子情報通信学会の会員。

黒江 康明 (正会員)

1950年9月10日生。1982年3月神戸大学大学院自然科学研究科博士課程修了。同年神戸大学工学部電気工学科助手。1991年5月京都工芸繊維大学工学部電子情報工学科助教授、現在に至る。制御系の計算機援用解析と設計、システム制御理論とその応用、ニューラルネットワークなどの研究に従事。学術博士。IEEE、電気学会、電子情報通信学会、システム制御情報学会、日本ロボット学会などの会員。

森 武宏 (正会員)

1945年11月1日生。1968年3月京都大学工学部電子工学科卒業、1974年3月同大学院博士課程単位取得退学。同年4月京都大学工学部オートメーション研究施設助手。同助教授を経て、1989年6月工学部応用システム科学教室助教授。1990年6月京都工芸繊維大学工学部電子情報工学科教授となり、現在に至る。制御系の解析の研究、とくに各種の動的システムの安定性を中心にした研究に従事。京都大学工学博士。システム制御情報学会、電気学会、電子情報通信学会、IEEEなどの会員。