線形 min-max 制御としての確率ファジィ制御器設計†

渡 辺 桂 吾*・野見山 章**

A Design of Stochastic Fuzzy Controller as a Linear Min-Max Control

Keigo WATANABE* and Akira NOMIYAMA**

A gain design method of a stochastic fuzzy controller is described by using a linear min-max control law in discrete-time. It is shown that the stochastic fuzzy control system using such a design method can assure an asymptotic stability to within some tolerance, instead of assuring an ideally asymptotic stability about zero, as along as satisfying the so-called matching condition for the uncertainties. The effectiveness of the proposed method is illustrated by giving some simulations for the trajectory tracking control problem of a mobile robot with two independent driving wheels, in which the mobile robot is assumed to have completely unknown parameters.

Key Words: fuzzy control, fuzzy observer, min-max regulator, robust control, stability of fuzzy controlled systems

1. 緒 言

ファジィ推論に基づくファジィ制御は、if-then 形式の言語表現でその制御アルゴリズムを表現できることから、厳密な数学モデルを必要とせず、しかも線形システムと同様に非線形システムにも容易に適用できることから、実用的な制御方法として注目されてきた^{1),2)}。しかし、その制御器設計では従来の制御理論との結びつきがほとんどないことから、多大な試行錯誤を伴うことになり、また制御系の安定性も容易に確保できない等の課題が指摘されてきた。

これに対して、ファジィ制御器のシステムティックな設計方法として、可変構造システム (variable structure system: VSS) またはスライディングモード制御としてファジィ制御器を設計する方法^{3),4)}がある。この方法では制御ルールの解釈と制御系の安定性は容易に保証されるが、ゲイン設計とメンバーシップ関数の調整は必ずしも容易ではない。また、一種のモデルベース型ファジィ制御であるファジィモデルに基づく方法^{5)~7)}では、メンバーシップ関数の設定およびゲイン設計は比較的容易に行え、しかも制御系の安定性も確保されている。

一方、著者はすでに従来の制御理論との整合性がとれ、しかも実用的ファジィ制御器設計法や解析手法を提供する、確率ファジィ制御法を提案した^{8),9)}。この手法は、ファジィ推論を用いるのではなく、確率制御理論をベースにし、初期状態値が不確定とし、そのデータ分布に関する仮説を扱う静的多重モデル適応制御に基づく方法である。この方法では、ファジィ制御器は初期状態値を推定する静的ファジィオブザーバと制御器のゲイン部からなる。また、従来のモデルベース制御のように、もし制御対象が既知ならば極配置制御としてファジィ制御器が設計できることをすでに示した¹⁰⁾。さらに、従来のファジィ制御法のように完全未知制御対象に対しては直接このような方法が採用できないことから、出力情報に基づいて VSS の概念を利用したゲイン設計法を示した¹⁰⁾。

本稿では、さらに部分的あるいは完全未知制御対象に対して、線形 min-max 制御法¹¹⁾の考え方を応用したゲイン設計法を提案する。この方法によると、不確定要素に対していわゆるマッチング条件が満足されているならば、確率ファジィ制御系は原点零への漸近安定性を保証する代わりに、ある許容誤差内への漸近安定性を保証できることを証明する。また、本設計法を 2 輪独立駆動型移動ロボット車の軌道制御問題に適用し、物理パラメータが完全に未知の場合における設計例題とそのシミュレーションにより有効性を検証する。この例題を通して、制御ルールへの複数入力データを概して 1 以上の入力スケラを掛けて利用する場合、つまり制御対象から得られるデータのオーダーよりもより大きな台集合の定義域を設定するとき、台集合上の状態推定値をそのまま制御器構成に利用すると線形ノミナル系の安定化ゲインのみで上述のロバスト設計法と等価な実現が可能であることも明らかに

† 第 5 回インテリジェント・システム・シンポジウムで発表 (1995・9)

* 佐賀大学大学院工学系研究科 佐賀市本庄町 1

** 西日本ソフトサービス (株) 福岡市博多区博多駅東 2-9-25

* Graduate School of Science and Engineering, Saga University, Saga

** Nishinihon Soft Service Co., Ltd., Hakata-ku, Fukuoka
(Received September 17, 1996)

(Revised July 21, 1998)

する。

2. 確率ファジィ制御

つぎの静的データ観測システムを考える

$$\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ (状態ベクトル), $\mathbf{v}(k) \in \mathbb{R}^m$ (観測雑音) および $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^m$ (観測ベクトル) とする。ここで、 $\{\mathbf{v}(k)\}$ は $k = 0, 1, \dots$ で未知共分散を有する零平均白色正規雑音とする。また、目標出力を $\mathbf{y}_d$ とし、 $\mathbf{y}_d = C\mathbf{x}_d$ を満たすように時不変目標状態 $\mathbf{x}_d$ を設定する。さらに、目標出力偏差として

$$\mathbf{e}(k) \triangleq \mathbf{y}_d - \mathbf{y}(k) \quad (2)$$

を定義しておく。

いま、目標出力偏差 $\mathbf{e}(k)$ を、2つの部分目標出力偏差ベクトル

$$\mathbf{e}(k) = [e^1(k) \ e^2(k)]^T \quad (3)$$

に分解する。このとき、 i 番目の制御ルールにおける部分ベクトルデータ $e^j(k)$ の ℓ 番目のファジィ集合、 $A_{i(\ell)}^j$ を平均値が $\hat{e}_{i(\ell)}^j$ で共分散が $S_{i(\ell)}^j$ のポテンシャル関数とする。ただし、 $\ell = 1, \dots, M_j$ とし、 M_j は j 番目の部分ベクトルデータのメンバシップ関数の数とする。

確率ファジィ制御では、先験確率を各部分ベクトルデータのファジィ集合に持たせる場合と、総制御ルールに持たせる場合が考えられている。本稿では後者の場合のみ考察することにし、その制御則は以下のように与えられる⁹⁾。

$$\mathbf{u}(k) = G \begin{bmatrix} \hat{e}^1 \\ \hat{e}^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{e}^1 \\ \hat{e}^2 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^M \begin{bmatrix} \hat{e}_{i(j)}^1 \\ \hat{e}_{i(\ell)}^2 \end{bmatrix} p(i|k) \quad (5)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{e}}^T \triangleq [\hat{e}^1 \ \hat{e}^2]$ は $\mathbf{e}(k)$ の静的ファジィオブザーバによる初期状態推定値、 M は総制御ルール数 (実際には状態推定ルール数)、 G はフィードバック制御ゲインである。また、 $p(i|k)$ は制御ルール i の事後確率で

$$p(i|k) = \frac{h_i p(i|k-1)}{\sum_{j=1}^M h_j p(j|k-1)} \quad (6)$$

となる。ただし、

$$h_i \triangleq \mu_{A_{i(j)}^1}(e^1(k)) \mu_{A_{i(\ell)}^2}(e^2(k)) \quad (7)$$

とする。ここに、 $\mu_{A_{i(\ell)}^j}(e^j(k))$ は

$$\mu_{A_{i(\ell)}^j}(e^j(k)) = \exp\left[-\frac{1}{2} \|e^j(k) - \hat{e}_{i(\ell)}^j\|_{S_{i(\ell)}^j}^2 - 1\right] \quad (8)$$

で与えられる。

なお、以下では先験確率 $p(i|k-1)$ を各時刻で等確率に設定して利用することを注意しておく。

3. 状態方程式の記述

つぎの状態変数モデルによって表されるシステムを考えよう。

$$\mathbf{x}(k+1) = A_c \mathbf{x}(k) + B_c \mathbf{u}(k) + f(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^p$ は制御入力、 $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^s$ は不確定パラメータベクトルとする。また A_c は既知線形ダイナミクス行列、 B_c は既知分配行列とし、 f はプラントの不確定性あるいは非線形性をモデル化する関数とする。なお、不確定性についてはプラントパラメータのみとし、関数 f は不連続な関数でもよいが、以下の有界性の仮定からリプシッツ連続条件を満たすものとする。

[仮定1] 不確定関数 $f(\cdot)$ は、つぎのように分解されるとする。

$$f(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) = B_c \eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) \quad (10)$$

ただし、 $\eta(\cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^s \rightarrow \mathbb{R}^p$ とする。

[仮定2] (A_c, B_c) は可安定対とする。つまり、行列 $G_1 \in \mathbb{R}^{n \times p}$ はノミナル線形部の安定化ゲインとし、 $\rho(A_0) < 1$ のように存在する。ただし、 $\rho(A_0) = \max\{|\lambda| : \lambda \text{ は } A_0 \text{ の固有値}\}$ とし、 $A_0 = A_c - B_c G_1$ である。

さらに追従モデルを

$$\mathbf{x}_d(k+1) = A_c \mathbf{x}_d(k) + B_c \mathbf{u}_d(k) \quad (11)$$

とする。このとき、追従誤差を

$$\mathbf{z}(k) \triangleq \mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}(k) \quad (12)$$

と定義すると、つぎの追従誤差状態方程式を得る。

$$\mathbf{z}(k+1) = A_c \mathbf{z}(k) - B_c \mathbf{u}(k) + B_c w(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{u}_d, \mathbf{r}) \quad (13)$$

ただし、

$$w(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{u}_d, \mathbf{r}) \triangleq \mathbf{u}_d(k) - \eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) \quad (14)$$

とし、 $w(\cdot) \in \mathcal{W}$ とする。ここで、 $\mathcal{W}$ はある閉有界集合としておく。

[仮定3] 正定対称行列 P および Q が

$$A_0^T P A_0 - P = -Q \quad (15)$$

として存在するものとする。

[仮定4]

$$\|\mathbf{u}_d(k)\| \leq \kappa_u \quad (16)$$

$$\|\eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r})\| \leq \kappa_\eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) \quad (17)$$

のような実定数 $\kappa_u > 0$ と実数 $\kappa_\eta(\cdot) > 0$ が存在する。ただし、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムとし、 $\eta(\cdot)$ が

$$\eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r}) = F(\mathbf{r})\mathbf{x}(k) + H(\mathbf{r})\mathbf{u}(k)$$

のように表現される場合には、

$$\begin{aligned} \|\eta(k, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{r})\| &= \|F(\mathbf{r})\mathbf{x}(k) + H(\mathbf{r})\mathbf{u}(k)\| \\ &\leq \max_{\mathbf{r} \in \mathcal{R}} \{\|F(\mathbf{r})\|\} \cdot \|\mathbf{x}(k)\| \\ &\quad + \max_{\mathbf{r} \in \mathcal{R}} \{\|H(\mathbf{r})\|\} \cdot \|\mathbf{u}(k)\| \\ &= \kappa_\eta(k, \mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \end{aligned}$$

とする。ここで、 $F(\cdot) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 、および $H(\cdot) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ はリプシッツ連続条件を満たす不確定パラメータを含む行列であり $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^s$ は既知の閉有界集合とする。

[仮定5] 静的ファジィオブザーバによる追従誤差状態 $z(k)$ の推定値を $\hat{z}(k)$ とするとき、その推定誤差 $\tilde{z}(k) = z(k) - \hat{z}(k)$ について

$$\|\tilde{z}(k)\| \leq \kappa_z \quad (18)$$

のような実定数 $\kappa_z > 0$ が存在する。

いま、リヤプノフ関数候補として

$$V(z(k)) = \frac{1}{2} z^T(k) P z(k) \quad (19)$$

を考える。ただし、 P は (15) 式の解とする。このとき

$$u(k) = G_1 \hat{z}(k) + G_2 \tilde{z}(k) \quad (20)$$

において、 $\max_{w \in \mathcal{W}} \Delta V(z(k), u(k), w(k, x, u, u_d, r))$ の最小有界値を与える $u^*(k)$ のロバストゲイン G_2 を決定する問題を考える。ただし、

$$\begin{aligned} \Delta V(z(k), u(k), w(k, x, u, u_d, r)) \\ \triangleq V(z(k+1)) - V(z(k)) \end{aligned} \quad (21)$$

とする。

4. 制御ゲインの導出

いま、(20) 式を

$$u(k) = u_1(k) + u_2(k) \quad (22)$$

とする。ただし、

$$u_1(k) \triangleq G_1 \hat{z}(k) \quad (23)$$

$$u_2(k) \triangleq G_2 \tilde{z}(k) \quad (24)$$

とする。ゲイン G_1 は仮定2のようにノミナルな線形ダイナミクス行列 A_c のみを安定化するために極配置法によって求めるとし、 u_1 を既に適用した形では追従誤差方程式 (13) は

$$\begin{aligned} z(k+1) &= A_0 z(k) - B_c u_2(k) \\ &\quad + B_c w'(k, x, u_2, u_d, r) \end{aligned} \quad (25)$$

となる。ただし、

$$w'(k, x, u_2, u_d, r) \triangleq w(k, x, u_2, u_d, r) + G_1 \tilde{z}(k) \quad (26)$$

であり、 $\|w'(\cdot)\| \leq \kappa$ とする。ここで、 $w'(\cdot)$ は理想的には

$$\kappa(k, x(k), u_2(k)) = \beta_0 + \beta_1 \|x(k)\| + \beta_2 \|u_2(k)\|$$

$$\beta_0 = \kappa_u + \|G_1\| \kappa_z$$

$$\beta_1 = \max_{r \in \mathcal{R}} \|F(r)\|$$

$$\beta_2 = \max_{r \in \mathcal{R}} \|H(r)\|$$

による円錐有界 (cone-bounded) となるが、以下では $\kappa = \sup\{\kappa(k, x(k), u_2(k))\}$ とみなした一定値とする。したがって、 $\max_{w \in \mathcal{W}} \Delta V(z, u, w)$ の最小値を与える $u^*(k)$ を求める問題は $\max_{w' \in \mathcal{W}'} \Delta V(z, u_2, w')$ の最小値を与える $u_2^*(k)$

を求めることに等価になる。ここで、 w' はある閉有界集合 $\mathcal{W}'$ に属する、つまり $w' \in \mathcal{W}'$ とする。

このとき、つぎの定理を得る。

《定理1》 離散時間システム (13) およびリヤプノフ関数 (19) を考える。このとき、制御器 (22) で

$$u_2(k) = u_2^*(k) = R^{-1} B_c^T P A_0 \hat{z}(k) \quad (27)$$

は $\max_{w' \in \mathcal{W}'} \Delta V(z, u_2, w')$ に対する最小有界値

$$\begin{aligned} \max_{w' \in \mathcal{W}'} \{ \Delta V(z(k), u_2^*(k), w'(\cdot)) \} \\ \leq -\frac{1}{2} z^T(k) Q z(k) - \frac{1}{2} z^T(k) G_2^T R G_2 z(k) \\ + \frac{1}{2} \lambda_{\max}(R) \kappa^2 + \|R G_2\| \kappa \kappa_z \\ + \frac{1}{2} \lambda_{\max}(G_2^T R G_2) \kappa_z^2 \end{aligned} \quad (28)$$

を与える。ここで、 $R \triangleq B_c^T P B_c > 0$ であり、 $\lambda_{\max}(A)$ は正定対称行列 A の最大固有値を表す。

(証明) 付録を参照。

上記の結果は、追従誤差 $z(k) = 0$ への漸近安定性を保証するものではない。しかし、以下の補題によって誤差系がある許容誤差内へ漸近的に追従することが知られている。

[補題1] 正定対称行列 P, Q^* と非負数 $a(>0), b, c$ が存在し、 $\max_{w \in \mathcal{W}} \Delta V(\cdot)$ の最小有界値が

$$\max_{w \in \mathcal{W}} \Delta V(z, u^*, w) \leq -\frac{a}{2} \|z\|_{Q^*}^2 + \frac{b}{2} \|z\|_{Q^*} + \frac{c}{2} \quad (29)$$

の関係で与えられたとき、 $z(k)$ は許容追従誤差 d 内へ漸近的に追従

$$\|z\| \leq d \quad (30)$$

となる。ただし、 d は

$$\begin{aligned} d &= [\lambda_{\max}(Q^{*-1}P)/\lambda_{\min}(P)]^{1/2} \\ &\quad \cdot [b + (b^2 + 4ac)^{1/2}]/2a \end{aligned} \quad (31)$$

である。ここで、 $\lambda_{\min}(A)$ は正定対称行列 A の最小固有値を表す。

(証明) この証明については文献 (12) と同様に行えるので、省略する。

このとき、つぎの結果を得る。

[補題2] 非線形システム (9) とその追従モデル (11) を考える。このとき仮定1から仮定5が満たされ (23) および $G_2 = R^{-1} B_c^T P A_0$ を持つ (24) の制御則が利用されるとき、状態 $x(k)$ は許容誤差

$$d = [\epsilon \lambda_{\max}(Q^{*-1}P)/\lambda_{\min}(P)]^{1/2} \quad (32)$$

内で漸近的に $x_d(k)$ に追従する。ただし、

$$Q^* \triangleq Q + G_2^T R G_2 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \epsilon &\triangleq \lambda_{\max}(R) \kappa^2 + 2 \|R G_2\| \kappa \kappa_z \\ &\quad + \lambda_{\max}(G_2^T R G_2) \kappa_z^2 \end{aligned} \quad (34)$$

とする。

Fig. 1 Block diagram of a stochastic fuzzy control system based on a linear min-max control law

(証明) (13) 式が (23) 式および $G_2 = R^{-1}B_c^T P A_0$ を持つ (24) 式で制御されるとき, (19) 式の一次前進差分の最大値 $\max_{w \in W} \Delta V(\cdot)$ は (28) 式の最小有界値を取る. このとき, $a = 1, b = 0, c = \epsilon$ となることから, (31) 式を使うと明かである. $\square$

許容追従誤差 d は, 静的ファジィオブザーバを使用しない従来のロバスト制御器の場合⁽¹¹⁾に比べて, それを使用した分だけ大きくなっている. つまり κ_z を含むそれぞれの項が追加されていることが (34) 式より理解できる. Fig. 1 には提案する線形 min-max 制御法に基づく確率ファジィ制御系のブロック線図を示す.

5. 2 輪独立駆動型移動ロボット車

2 輪独立駆動型移動ロボット車の状態変数を $x = [v \ \phi \ \dot{\phi}]^T$ とし, 操作量を $u = [u_r \ u_l]^T$, 出力を $y = [v \ \phi]^T$ とするとき, このモデルは以下の線形状態方程式で表せる.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (35)$$

$$y = Cx \quad (36)$$

ここに, v は車両速度とし, ϕ は車両進行方位, u_l, u_r は左右輪の駆動トルクである. また

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & b_1 \\ 0 & 0 \\ b_2 & -b_2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = -2c/(Mr^2 + 2I_w), \quad a_2 = -2cl^2/(I_v r^2 + 2I_w l^2) \\ b_1 = kr/(Mr^2 + 2I_w), \quad b_2 = krl/(I_v r^2 + 2I_w l^2)$$

である. ここで, l は左右輪と重心間の距離, I_v は車体重心回りの慣性モーメント, M は車重である. さらに, I_w は車輪慣性モーメントであり, c, k, r はそれぞれ車輪の粘性摩擦係数, 駆動ゲイン係数, 車輪回転半径である.

シミュレーションの仮定として, 上で述べたロボット車の

Fig. 2 Stochastic fuzzy controller

運動方程式を, 積分さざみ幅を 1 [ms], サンプリング時間幅を 50 [ms] で解き, 物理パラメータとしてはつぎのような値を設定する.

$$I_v = 10 \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad M = 200 \text{ [kg]}, \quad l = 0.3 \text{ [m]}, \quad k = 5$$

$$I_w = 0.5 \times 10^{-2} \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad c = 0.05 \text{ [kgm}^2\text{/s]}$$

$$r = 0.1 \text{ [m]}$$

なお, 前件部ファジィ集合のラベル数は $e_v, e_\phi, \dot{e}_\phi$ すべて 7 とし, それらを台集合 $[-6, 6]$ 上に等間隔で配置し, さらに入力スケールリングは適応法⁽¹³⁾を利用した. ここで,

$$e_v = v_d - v, \quad e_\phi = \phi_d - \phi$$

であり, v_d は目標速度, ϕ_d は目標方位とする.

また, 移動ロボットの目標速度 v_d は 0.25 [m/s] の一定値とし, 初期値 $x = [0 \ 0 \ 0]^T$ のもとで 40 秒間で半径 1.5 [m] の円軌道一周の追従制御を行わせる.

6. 設 計 例

ここでは, 移動ロボット車のすべての物理パラメータは未知と仮定する. このとき制御対象の A, B 行列は,

$$A = A_c + A_u, \quad B = B_c B_u \quad (37)$$

と分解できる. ここで,

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_u = B_c \begin{bmatrix} a_1/2 & 0 & a_2/2 \\ a_1/2 & 0 & -a_2/2 \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} (b_1 + b_2)/2 & (b_1 - b_2)/2 \\ (b_1 - b_2)/2 & (b_1 + b_2)/2 \end{bmatrix}$$

とする. このとき (35) 式は新たに

$$\dot{x} = A_c x + B_c u + B_c \eta(t, x, u) \quad (38)$$

と書ける. ただし,

$$B_c \eta(t, x, u) \triangleq A_u x + B_c [B_u - I] u \quad (39)$$

である.

6.1 方法 I: 解析ロバストゲインの利用

(27) 式で与えられる解析的なロバストゲインを用いるとき, Fig. 2 に示すように, $\{e_v\}$ と $\{e_\phi, \dot{e}_\phi\}$ にそれぞれ独立に静的ファジィオブザーバを設け, 状態推定値 $\hat{e}_v, \hat{e}_\phi, \dot{\hat{e}}_\phi$ にフィードバックゲイン $G_1 + G_2$ を掛けることによって

Fig. 3 Velocity control result using Method I

$$\begin{bmatrix} u_r(k) \\ u_l(k) \end{bmatrix} = (G_1 + G_2) \begin{bmatrix} \hat{e}_v \\ \hat{e}_\phi \\ \hat{\dot{e}}_\phi \end{bmatrix} \quad (40)$$

として操作入力を得ることになる．図中の $S_g \triangleq \text{diag}(s_1, s_2, s_3)$ はそれぞれの偏差データに対する入力スケラである．また $\hat{E}_v, \hat{E}_\phi, \hat{\dot{E}}_\phi$ は台集合上での $e_v, e_\phi, \dot{e}_\phi$ の推定値である．

既知線形ノミナル系 (A_{dc}, B_{dc}) の離散指定極を $\{0.95 \ 0.60 \ 0.60\}$ とし, $Q = \text{diag}(1, 1, 1)$ としたとき,

$$G_1 = \begin{bmatrix} 4.0 & 4.0 & 4.4 \\ 4.0 & -4.0 & -4.4 \end{bmatrix}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 6.0 & 5.640 & 5.841 \\ 6.0 & -5.640 & -5.841 \end{bmatrix}$$

となる．ただし, (A_{dc}, B_{dc}) は (A_c, B_c) の離散時間行列である．ロバストゲイン G_2 は, Q の大小, つまり P に関しては正規化されており, また極配置の影響は $G_1 + G_2$ の方位およびその微分関係のゲインにのみ現れることに注意されたい．したがって, この例では速度ゲインは極配置の違いと Q の大小に依存せず, A_c, B_c の構造によってのみ決定され, 常に 10 の値になる．

さらに, トータルゲイン $G = G_1 + G_2$ がすべて直接既知線形ノミナル系の安定化にのみ利用されるとして, トータルゲイン G によるその安定度を見てみると, $(A_{dc} - B_{dc}G)$ の極は $\{0, 0, 0.9518\}$ となり, 上の線形ノミナル系の指定極よりも実際にはかなり安定度が強いノミナル系の制御のみを考慮したのと等価であることがわかる．なお, このときの $\lambda_{\max}(Q^{-1}P)$ の値は, 15.745 であった．

制御結果を Figs. 3~5 に示す．速度の定常偏差が現れており, したがって実円軌道においても多少の偏差が見られる．

6.2 方法 II: 入力スケリング効果の利用

ここでは, 上の方法において線形ノミナル系の安定化ゲイン G_1 のみと, 台集合上の状態推定値をそのまま利用し

$$\begin{bmatrix} u_r(k) \\ u_l(k) \end{bmatrix} = G_1 \begin{bmatrix} \hat{E}_v \\ \hat{E}_\phi \\ \hat{\dot{E}}_\phi \end{bmatrix} \quad (41)$$

として操作入力を決定する場合を考察する．制御結果を

Fig. 4 Azimuth control result using Method I

Fig. 5 Trajectory control result using Method I

Fig. 6 Velocity control result using Method II

Figs. 6~8 に示す．これらの図から, 理想に近い速度および方位制御が行われており, したがって実円軌道も良好な結果が得られていることがわかる．この場合,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_r(k) \\ u_l(k) \end{bmatrix} &= G_1 S_g S_g^{-1} \begin{bmatrix} \hat{E}_v \\ \hat{E}_\phi \\ \hat{\dot{E}}_\phi \end{bmatrix} \\ &= G_1 S_g \begin{bmatrix} \hat{e}_v \\ \hat{e}_\phi \\ \hat{\dot{e}}_\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

と変形できることから, トータルゲインとしては

$$G = G_1 S_g$$

Fig. 7 Azimuth control result using Method II

Fig. 8 Trajectory control result using Method II

Fig. 9 Stochastic fuzzy controller using the state estimate on the support set

$$= \begin{bmatrix} 72.76 & 67.812 & 3.9389 \\ 72.76 & -67.812 & -3.9389 \end{bmatrix}$$

を用いたと解釈できる (Fig. 9 参照). ただし, S_g はこの問題では

$$S_g = \text{diag}(18.9, 16.953, 0.8952)$$

であった. したがって, $\|S_g\| > 1$ の入力スケーラを用い, 台集合上の状態推定値をそのまま利用することによって, ロバストゲインとして

$$G_2 = G_1[S_g - I] \\ = \begin{bmatrix} 68.76 & 63.812 & -0.4611 \\ 68.76 & -63.812 & 0.4611 \end{bmatrix}$$

を設定したのと等価な効果が現れていることがわかる. また, このロバストゲインは方法 I での解析ロバストゲインに比べて, 速度に関しては 11.46 倍, 方位に関しては 11.31 倍および方位微分に関しては -0.079 倍のものをを用いたとも解釈で

Fig. 10 Trajectory control result using Method I with an adjusted gain

きる.

しかしこの場合には, トータルゲイン $G = G_1 S_g$ がすべて直接既知線形ノミナル系の安定化にのみ利用されたとすることはできない. 事実, $(A_{dc} - B_{dc} G_1 S_g)$ の極は $\{-6.276, 0.7183 \pm 0.5096i\}$ となり, 不安定な既知線形ノミナル系となることから, この場合には既知線形ノミナル系の安定化から溢れた操作入力の不確定項の制御にも利用されたと解釈できる. なお, このときの $\lambda_{\max}(Q^{-1}P)$ の値は, 方法 I と同じ P 行列が用いられたと仮定すれば, 1.6029 であった.

以上のことを考慮して, 方法 I の改善策として速度のみトータルゲインを 5 倍としたときの軌道制御結果を Fig. 10 に示す. 予想通り良好な制御結果が得られている. これは通常ファジィ制御における推論結果に出力スケーリングを行うのと同様な操作ではあるが, 本手法では状態変数に対応して個々に細かな調整が可能である.

なお, 制御ルールへの入力データを概して 1 以下 (あるいは $\|S_g\| < 1$) の入力スケーラを掛けて利用する場合, つまり制御対象から得られるデータのオーダーよりも小さな台集合の定義域を設定するとき, 台集合上の状態推定値をそのまま利用すると線形ノミナル系の安定化ゲインのみで線形 min-max ロバスト設計法と等価な実現は必ずしも可能ではない. たとえば, S_g として $\text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ が利用された場合, トータルゲインがすべて直接既知線形ノミナル系の安定化に利用されたとすれば, $(A_{dc} - B_{dc} G_1 S_g)$ の極は $\{0.96, 0.9777 \pm 0.0386i\}$ となり, 方法 I の既知線形ノミナル系の指定極よりも単位円に近くなっており, したがってトータルゲインによる線形ノミナル系のより安定度の強い閉ループ系が得られないことがわかる.

7. 結 言

本論文では, 確率ファジィ制御器の設計法として線形の min-max 制御法に基づく方法を提案した. この方法では, 未知パラメータ項や非線形要素項などの不確定項に対するマッチング条件が満足されている限り, その制御系はある許容誤

差内で漸近安定性を保証できることを示した。また、ロバスト制御系構成における確率ファジィ制御法の入力スケーラの役割についても議論した。制御ルールへの複数入力データを概して1以上の入力スケーラを掛けて利用する場合、台集合上の状態平均値をそのまま制御器構成に利用すると既知線形ノミナル系の安定化ゲインのみで線形 min-max 制御の設計法と等価な実現が可能であることを明らかにした。提案手法の有効性は完全未知パラメータを有する移動ロボット車の軌道追従制御のシミュレーションで検証した。

なお、本稿ではマッチング条件が成立する場合の設計法を示したが、その条件が成立しない場合には、一般のロバスト制御におけるたとえば部分的にマッチング条件が満たされる部分とそうでない部分に分解する方法¹⁴⁾や、マッチング条件を使わないリカッチ方程式法^{15), 16)}等が利用できるものと思われる。

参 考 文 献

- 菅野：ファジィ制御，日刊工業新聞社（1988）
- 田中：アドバンストファジィ制御，共立出版（1994）
- 松永，川路：VSS型ファジィ制御とそのロバスト性，日本ファジィ学会誌，4-6，1147/1155（1992）
- J.C. Wu and T.S. Liu: A Sliding-Mode Approach to Fuzzy Control Design, IEEE Trans. Control Systems Tech., 4-2, 141/151（1996）
- K. Tanaka and M. Sano: A Robust Stabilization Problem of Fuzzy Control Systems and Its Application to Backing up Control of a Truck-Trailer, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 2-2, 119/134（1994）
- K. Tanaka, T. Ikeda and H.O. Wang: Robust Stabilization of a Class of Uncertain Nonlinear Systems via Fuzzy Control: Quadratic Stabilization, H^∞ Control Theory, and Linear Matrix Inequalities, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 4-1, 1/13（1996）
- H.O. Wang, K. Tanaka and M.F. Griffin: An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues, IEEE Trans. Fuzzy Systems, 4-1, 14/23（1996）
- 渡辺：確率ファジィ制御（第1報 理論導出），日本機械学会論文誌C，62-595，1005/1012（1996）
- 渡辺：確率ファジィ制御（第2報 先験確率とファジィ集合および制御ルールの関係），日本機械学会論文誌C，62-595，1013/1018（1996）
- 渡辺，野見山：確率ファジィ制御（第3報 移動ロボット車の軌道追従制御への応用），日本機械学会論文誌C，62-595，1019/1025（1996）
- M.E. Magana and S.H. Zak: Robust Output Feedback Stabilization of Discrete-Time Uncertain Dynamical Systems, IEEE Trans. Automatic Control, 33-11, 1082/1085（1988）
- K. Izumi, K. Watanabe and M. Nakamura: Simplified Adaptive Nonlinear Robust Controller for Linearized Pantagraph-Type Manipulator, J. Robotics and Mechatronics, 7-3, 242/249（1995）
- K. Watanabe and S.G. Tzafestas: Fuzzy Logic Controller as a Compensator in the Problem of Tracking Control of Manipulators, Procs. of IFToMM-jc International Symposium on Machines and Mechanisms, Sept. 24-26, Nagoya, 1, 98/103（1992）
- Y.H. Chen and G. Leitmann: Robustness of uncertain systems in the absence of matching assumptions, Int. J. Control, 45-5, 1527/1542（1987）
- I.R. Petersen and C.V. Hollot: A Riccati Equation Ap-

proach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems, Automatica, 22-4, 397/411（1986）

- W.E. Schmitendorf: Designing Stabilizing Controllers for Uncertain Systems Using the Riccati Equation Approach, IEEE Trans. Automatic Control, 33-4, 376/379（1988）

《 付 録 》

A. 定理1の証明

リヤプノフ関数(19)の一次前進差分(21)は，(25)式を用いると

$$\begin{aligned} \Delta V(z(k), u_2(k), w'(k, x, u_2, u_d, r)) \\ \triangleq V(z(k+1)) - V(z(k)) \\ = -\frac{1}{2} z^T(k) Q z(k) - u_2^T(k) B_c^T P A_0 z(k) \\ + \frac{1}{2} u_2^T(k) R u_2(k) \\ + w'^T(k, x, u_2, u_d, r) B_c^T P A_0 z(k) \\ - w'^T(k, x, u_2, u_d, r) R u_2(k) \\ + \frac{1}{2} w'^T(k, x, u_2, u_d, r) R w'(k, x, u_2, u_d, r) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

となる。ただし， $R \triangleq B_c^T P B_c$ は正定対称行列である。ここで， $z(k) = \hat{z}(k) + \tilde{z}(k)$ の関係を使い

$$\begin{aligned} \Delta V_N(z(k), \hat{z}(k), u_2(k)) \\ \triangleq -\frac{1}{2} z^T(k) Q z(k) - u_2^T(k) B_c^T P A_0 \hat{z}(k) \\ + \frac{1}{2} u_2^T(k) R u_2(k) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

とすると

$$\begin{aligned} \Delta V(z(k), u_2(k), w'(\cdot)) \\ = \Delta V_N(z(k), \hat{z}(k), u_2(k)) + w'^T(\cdot) \left[-\frac{\partial \Delta V_N(\cdot)}{\partial u_2(k)} \right] \\ + \frac{1}{2} w'^T(\cdot) R w'(\cdot) + [w'(\cdot) - u_2(k)]^T B_c^T P A_0 \tilde{z}(k) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となる。したがって，

$$\begin{aligned} \max_{w' \in \mathcal{W}'} \Delta V(z(k), u_2(k), w'(\cdot)) \\ \leq \Delta V_N(z(k), \hat{z}(k), u_2(k)) \\ + \max_{w' \in \mathcal{W}'} \left\{ w'^T(\cdot) \left[-\frac{\partial \Delta V_N(\cdot)}{\partial u_2(k)} \right] \right\} \\ + \frac{1}{2} \max_{w' \in \mathcal{W}'} \left\{ w'^T(\cdot) R w'(\cdot) \right\} \\ + \max_{w' \in \mathcal{W}'} \left\{ w'^T(\cdot) B_c^T P A_0 \tilde{z}(k) \right\} \\ - u_2^T(k) B_c^T P A_0 \tilde{z}(k) \\ \leq \Delta V_N(z(k), \hat{z}(k), u_2(k)) + \left\| \frac{\partial \Delta V_N(\cdot)}{\partial u_2(k)} \right\| \kappa \\ + \frac{1}{2} \lambda_{\max}(R) \kappa^2 + \|B_c^T P A_0 \tilde{z}(k)\| \kappa \\ - u_2^T(k) B_c^T P A_0 \tilde{z}(k) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

となる。

すべての $\mathbf{u}_2(k) \in \mathbb{R}^p$ にわたって極小値を取ると

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}_2(k) \in \mathbb{R}^p} \left\{ \max_{w' \in \mathcal{W}'} [\Delta V(\mathbf{z}(k), \mathbf{u}_2(k), w'(\cdot))] \right\} \\ & \triangleq \max_{w' \in \mathcal{W}'} \{ \Delta V(\mathbf{z}(k), \mathbf{u}_2^*(k), w'(\cdot)) \} \\ & \leq -\frac{1}{2} \mathbf{z}^T(k) Q \mathbf{z}(k) - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{z}}(k) G_2^T R G_2 \hat{\mathbf{z}}(k) \\ & \quad + \frac{1}{2} \lambda_{\max}(R) \kappa^2 + \|R G_2\| \kappa \kappa_z \\ & \quad - \hat{\mathbf{z}}^T(k) G_2^T R G_2 \hat{\mathbf{z}}(k) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

となる。ただし、 $\mathbf{u}_2^*(k) = G_2 \hat{\mathbf{z}}(k)$, $G_2 \triangleq R^{-1} B_c^T P A_0$ である。また、(A.5) 式の最後の不等式は、 $\mathbf{u}_2^*$ が (A.4) 式の右辺第1, 2および5項を同時に最小化し、また第3, 4項は $\mathbf{u}_2(k)$ に無関係であることから出てくる。さらに、(A.5) 式で

$$\begin{aligned} & -\hat{\mathbf{z}}^T G_2^T R G_2 \hat{\mathbf{z}} - 2 \hat{\mathbf{z}}^T G_2^T R G_2 \tilde{\mathbf{z}} \\ & \equiv -\mathbf{z}^T G_2^T R G_2 \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{z}}^T G_2^T R G_2 \tilde{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

の関係を使用すると、(28) 式が得られる。 $\square$

[著者紹介]

渡辺 桂吾 (正会員)

1978年徳島大学大学院修士課程修了。九州大学助手、静岡大学工業短期大学部助教授を経て、1990年佐賀大学理工学部生産機械工学科助教授、1993年同教授、1997年機械システム工学科教授。1998年4月より同大学院工学系研究科教授（生体機能システム制御工学専攻）。この間、1987年3月～9月、アテネ工科大学研究員。インテリジェント制御、ロボット制御等の研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会、IEEEなどの会員（工学博士）。

野見山 章 (正会員)

1971年九州工業大学制御工学科卒業。1973年九州大学工学部助手、1983年九州松下電器（株）生産技術事業部、1986年西日本ソフトサービス株式会社設立。現在代表取締役。パターン認識、インテリジェント制御の研究およびパターン認識装置、半導体実装ロボット（SMT, WB）等の製造に従事。