入出力データ空間におけるシステム表現と最適制御†

藤崎 泰正*・段 一 然**

池田 雅夫***・福田 美佐子****

A System Representation and Optimal Control in Input-Output Data Space

Yasumasa FUJISAKI*, Yiran DUAN**,
Masao IKEDA*** and Misako FUKUDA****

The objective of this paper is to propose an optimal control strategy for a linear time-invariant plant in the input-output data space. The control strategy does not use any traditional mathematical model such as a transfer function or a state-space equation. The plant dynamics is represented as a set of basis vectors whose elements are input-output data of the plant. Using this representation, two optimal control problems are solved. One is to find the control input which minimizes a quadratic performance index. The other is to find the control input which minimizes a quadratic performance index subject to achieving dead-beat tracking.

Key Words: linear time-invariant system, input-output data space, optimal control, dead-beat tracking

1. はじめに

制御理論では、伝達関数や状態方程式など対象システムの数式モデル¹⁾に基づき、種々の数学的手法を利用した合理的な制御系設計の枠組が確立している。しかし、このことは、合理的な制御系設計のために、伝達関数や状態方程式などが不可欠であるということを意味しない。特に、システム同定や適応制御で考えられているような、我々が知り得る情報が対象システムの入出力データである場合、制御のためにそのような数式モデルを求める必然性はない。

対象システムが生成する入出力データは、そのシステムのダイナミクスにより拘束されている。この事実に基づき、適当なだけ集めた入出力データから直接操作入力を求めるような、入出力データ空間での閉じた取り扱いによる合理的な

制御方式があれば、それでよいはずである。

このような観点から、入出力データの配列表現による制御方式が、池田、林²⁾、池田、林、藤崎³⁾、および藤崎、段、池田⁴⁾により提案されている。そこでは、任意の目標信号^{2)~4)}や定値信号⁴⁾に対する最短時間追従制御問題を取り上げ、それに適した入出力データ空間におけるシステム表現や制御方式を考察している。本論文では、これらの研究を再検討し、任意の有限時間の制御問題が取り扱えるような、より一般的な入出力データ空間におけるシステム表現を提案する。そして、そのシステム表現に基づいて、いくつかの有限時間の最適制御問題が取り扱えることを示す。その一つは、ある与えられた目標となる振る舞いに、2次形式評価関数の意味で最も近い振る舞いを、入出力データから直接計算するものである。それは、有限時間最適レギュレータ問題を含む。もう一つは、ある与えられた目標となる振る舞いに有限時間で一致する振る舞いの中で、2次形式評価関数を最小とするものである。それは、最適有限整定制御を含む。

なお、(入出力)信号に着目したとされる研究にビヘイビア・アプローチ⁵⁾があり、その出発点では、信号の振る舞いそれ自身の集合をシステムと定義している。しかし、実際の理論展開^{5),6)}で用いられている kernel representation などのシステム表現は信号空間を拘束する微分方程式であり、LQ最適制御⁶⁾も(状態方程式を特殊な場合として含む)微分方程式モデルを用いて議論している。それに対して本論文のシステム表現は、差分方程式により拘束されている信号空間それ自身の基底を用いるものであり、このシステム表現に基づいて、信号空間における最適制御方式を直接与えている。ま

† 第26回制御理論シンポジウムで一部発表(1997・5)

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町 1-1

** 神戸大学大学院 神戸市灘区六甲台町 1-1

*** 大阪大学大学院 吹田市山田丘 2-1

**** 神戸大学大学院 神戸市灘区六甲台町 1-1 (現在、(株)神戸製鋼所)

* Faculty of Engineering, Kobe University, Nada-ku, Kobe

** Graduate School of Science and Technology, Kobe University, Nada-ku, Kobe

*** Graduate School of Engineering, Osaka University, Suita

**** Graduate School of Science and Technology, Kobe University, Nada-ku, Kobe

(Received October 21, 1997)

(Revised October 8, 1998)

た、インパルス応答などの入出力データより最適制御則を求める研究^{7)~9)}がある。そこでは、最適フィードバックゲインやLQGコントローラの状態方程式など、コントローラの(信号空間を拘束する方程式の係数を用いた)システム表現の求め方を考察している。それに対して本論文の制御方式は、入出力データ空間で閉じたものであり、コントローラの状態方程式などを求めるのではなく、与えるべき操作入力の時系列を直接求めるものである。

2. 入出力データ空間におけるシステム表現

対象システムは、有限次元線形時不変の1入力1出力離散時間システムであるとする。したがって、このシステムは、差分方程式

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i y_{k-i} = \sum_{i=0}^n \beta_i u_{k-i} \quad (1)$$

で表現できる。ここで、 $y_k \in \mathcal{R}$ は時刻 k における出力値、 $u_k \in \mathcal{R}$ は時刻 k における入力値であり、 n はシステムの次数である。また、 $\alpha_i \in \mathcal{R}$, $\beta_i \in \mathcal{R}$ ($i = 0, 1, \dots, n$) はシステムにより定まる定数であり、 $\alpha_0 \neq 0$ とする。

本論文では、このシステム(1)の伝達関数は既約で、その次数 n は既知であると仮定する。一方、定数 α_i , β_i の値は未知であるとし、それらの値は用いない。その代わりに、このシステムが生成する入出力データ y_k , u_k が十分に入手できるとし、それらデータに基づいて、直接、システム表現や制御方式を考察する。

2.1 入出力データ空間 $\mathcal{Z}$

まず、このシステムの ℓ ステップの振る舞いをベクトルにまとめ、

$$z = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+\ell-1} \\ u_k & u_{k+1} & \cdots & u_{k+\ell-1} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

のように記述しよう。ただし、 $\ell > n$ とする。以下、これを入出力データベクトルと呼ぶ。

この入出力データベクトル z は、 2ℓ 次元の実ベクトル空間 $\mathcal{R}^{2\ell}$ の要素である。いま、差分方程式(1)は線形拘束であるから、対象システムが生成しうるすべての z の集合が $\mathcal{R}^{2\ell}$ の部分空間となることは明らかである。

そこで、つぎのように定義する。

【定義】 対象システムが生成しうるすべての z の集合を、入出力データ空間と呼び、 $\mathcal{Z}$ で表す。

このとき、つぎの定理が成り立つ。

《定理1》

$$\dim(\mathcal{Z}) = \ell + n \quad (3)$$

この定理は、 $\alpha_0 \neq 0$ であることと対象システムの伝達関数の既約性より、 $\ell > n$ のもとで証明できる。詳細は、付録A.1を参照されたい。

したがって、 $\ell + n$ 本の互いに独立な入出力データベクトル $z_i \in \mathcal{Z}$ ($i = 1, 2, \dots, \ell + n$) が得られるとき、入出力

データ空間 $\mathcal{Z}$ の任意の要素 z は、それらの線形結合として一意に表すことができる。このことは、そのような $\mathcal{Z}$ の基底となる入出力データベクトルの組が、対象システムのシステム表現とみなせることを意味している。そこで以下では、 $\mathcal{Z}$ の基底が与えられることを、対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現が与えられると記述する。

十分に多くの入出力データが観測できる場合、それらより構成される入出力データベクトルの中に、入出力データ空間 $\mathcal{Z}$ の基底となるものが存在すると考えてよい。そこで以下では、 $\mathcal{Z}$ の基底、すなわち対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現が既知であると仮定して、その構造を考察する。

2.2 可到達データ空間 $\mathcal{Z}_F$

それでは、つぎのような入出力データベクトルを考えよう。

$$z_F = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & y_{k+n} & \cdots & y_{k+\ell-1} \\ 0 & \cdots & 0 & u_{k+n} & \cdots & u_{k+\ell-1} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

すなわち、 z_F は、入出力の値が n ステップの0系列より始まる入出力データベクトルである。

このような構造をもつ入出力データベクトルに対応して、つぎの定義を導入する。

【定義】 入出力データベクトルの 2ℓ 個の要素のうち、最初の n ステップの入出力データに対応する $2n$ 個の要素を、初期値系列と呼ぶ。また、初期値系列が0系列の入出力データベクトル z_F について、対象システムが生成しうるすべての z_F の集合を、可到達データ空間と呼び、 $\mathcal{Z}_F$ で表す。

明らかに、 $\mathcal{Z}_F$ は $\mathcal{Z}$ の部分空間である。このとき、つぎの定理が成り立つ。

《定理2》

$$\dim(\mathcal{Z}_F) = \ell - n \quad (5)$$

この定理も、 $\alpha_0 \neq 0$ であることと対象システムの伝達関数の既約性より、 $\ell > n$ のもとで証明できる。詳細は、付録A.2を参照されたい。

したがって、入出力データ空間 $\mathcal{Z}$ は、

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_I \oplus \mathcal{Z}_F \quad (6)$$

と分解できる。ここで、 $\mathcal{Z}_I$ は $\mathcal{Z}$ のある部分空間であり、その次元は、定理1と定理2より明らかのように、

$$\dim(\mathcal{Z}_I) = 2n \quad (7)$$

となる。この事実は、任意の入出力データベクトル z が、それと同じ初期値系列をもつ $z_I \in \mathcal{Z}_I$ と、初期値系列が0の要素 $z_F \in \mathcal{Z}_F$ を用いて、

$$z = z_I + z_F \quad (8)$$

と一意に表せることを意味している。このことを利用すれば、次章で述べるように、入出力データ空間におけるシステム表現の枠組で、有限時間最適追従制御問題を解くことができる。

2.3 可制御データ空間 Z_P

さらに, つぎのような入出力データベクトルを考えよう.

$$z_P = \begin{bmatrix} y_k \cdots y_{k+\ell-n-1} & 0 \cdots 0 \\ u_k \cdots u_{k+\ell-n-1} & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

(4) 式の z_F とは対称的に, z_P は, 入出力の値が最終的に n ステップの 0 系列になるような入出力データベクトルである.

このような構造をもつ入出力データベクトルに対応して, つぎの定義を導入する.

【定義】 入出力データベクトルの 2ℓ 個の要素のうち, 最後の n ステップの入出力データに対応する $2n$ 個の要素を, 最終値系列と呼ぶ. また, 最終値系列が 0 系列の入出力データベクトル z_P について, 対象システムが生成しうるすべての z_P の集合を, 可制御データ空間と呼び, Z_P で表す.

明らかに, Z_P も Z の部分空間である. このとき, つぎの定理が成り立つ.

《定理 3》

$$\dim(Z_P) = \ell - n \quad (10)$$

対象システムの伝達関数の既約性より $\alpha_n \neq 0$ または $\beta_n \neq 0$ であることを用いれば, この定理も $\ell > n$ のもとで証明できる. 詳細は, 付録 A.3 を参照されたい.

したがって, 入出力データ空間 Z は,

$$Z = Z_T \oplus Z_P \quad (11)$$

と分解できる. ここで, Z_T は Z のある部分空間であり, その次元は, 定理 1 と定理 3 より明かなように,

$$\dim(Z_T) = 2n \quad (12)$$

となる. この事実は, 任意の入出力データベクトル z が, それと同じ最終値系列をもつ $z_T \in Z_T$ と, 最終値系列が 0 の要素 $z_P \in Z_P$ を用いて,

$$z = z_T + z_P \quad (13)$$

と一意に表せることを意味している.

2.4 可到達データ空間と可制御データ空間の共通部分

ここで, ある与えられた初期値系列, 最終値系列を繋ぐような振る舞いについて考えよう. これまでの議論より明かなように, 初期値系列と最終値系列が独立, すなわち, 任意の初期値系列と最終値系列をもつ入出力データベクトルのすべてを Z が含むためには, 少なくとも,

$$\dim(Z) \geq \dim(Z_I) + \dim(Z_T) \quad (14)$$

であること, すなわち $\ell \geq 3n$ である必要がある. そこで, $\ell \geq 3n$ であるとすれば, つぎの定理を得る.

《定理 4》

$$\dim(Z_P \cap Z_F) = \ell - 3n \quad (15)$$

この定理も, $\alpha_0 \neq 0$ であることと対象システムの伝達関

数の既約性より証明できる. 詳細は, 付録 A.4 を参照されたい.

したがって, 定理 1 ~ 4 より, $\ell \geq 3n$ であるときには,

$$\begin{aligned} \dim(Z_P + Z_F) &= \dim(Z_P) + \dim(Z_F) - \dim(Z_P \cap Z_F) \\ &= \dim(Z) \end{aligned} \quad (16)$$

が成り立つ. これは,

$$Z = Z_P + Z_F \quad (17)$$

であることを意味している.

そこで, $\ell \geq 3n$ のときの入出力データ空間 Z を

$$Z = Z_{IP} \oplus Z_{TF} \oplus Z_C \quad (18)$$

と分解しておこう. ここで,

$$Z_C = (Z_P \cap Z_F) \quad (19)$$

である. また, Z_{IP} , Z_{TF} はそれぞれ

$$Z_P = Z_{IP} \oplus Z_C \quad (20)$$

$$Z_F = Z_{TF} \oplus Z_C \quad (21)$$

となる部分空間であり, それらの次元は, 定理 2 ~ 4 より明かなように,

$$\dim(Z_{IP}) = 2n \quad (22)$$

$$\dim(Z_{TF}) = 2n \quad (23)$$

である. (18) 式の事実は, 任意の入出力データベクトル z が, それと同じ初期値系列をもち最終値系列が 0 の要素 $z_I \in Z_{IP}$, それと同じ最終値系列をもち初期値系列が 0 の要素 $z_T \in Z_{TF}$, および初期値系列と最終値系列が共に 0 の要素 $z_C \in Z_C$ を用いて,

$$z = z_{IP} + z_{TF} + z_C \quad (24)$$

と一意に表せることを意味している. このことを利用すれば, 次章で述べるように, 入出力データ空間におけるシステム表現の枠組で, 最適有限整定制御問題を解くことができる.

以上のように, 本章では, 入出力データ空間の構造について考察した. なお, 定義した各空間の基底の具体的な構成法については, 章を改めて考察する.

3. 入出力データ空間における最適制御

本章では, 前章で提案した対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現に基づき, 有限時間の最適制御問題について考察する.

本論文では, つぎの 2 次形式評価関数を導入する.

$$J_2 = (z_R - z)^T Q (z_R - z) \quad (25)$$

ここで, $z \in Z$ は対象システムの生成する入出力データベクトル, $z_R \in \mathcal{R}^{2\ell}$ はある参照データベクトルである. また, 正定行列 $Q \in \mathcal{R}^{2\ell \times 2\ell}$ は重みであり, 例えば Q を対角行列に選んだ場合, Q の各要素の大きさはデータベクトルの各要素の重要度に対応する.

以下では、対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現が与えられたときに、(25) 式の評価関数 J_2 を最小とする入出力データベクトル $z \in \mathcal{Z}$ を求めることを、最適制御問題を解くことと考える。このとき、探索すべき z の集合 $\mathcal{Z}$ に種々の制約を与えれば、種々の最適制御問題を扱うことができる。

3.1 最終値系列を指定しない場合

最初に、最終値系列が指定されていない場合について考えよう。ここでは、 $\ell > n$ とする。そして、対象システムは、制御開始時刻 $k+n$ より前に、すでになんらかの動作をしており、その結果として、初期値系列が決まっているとする。前章での議論より、この初期値系列と同じ初期値系列をもつ $\hat{z}_I \in \mathcal{Z}_I$ は一意に定まる。したがって、この場合の最適制御問題は、つぎのように定式化できる。

[問題1] $z_R \in \mathcal{R}^{2\ell}$, $\hat{z}_I \in \mathcal{Z}_I$ が与えられるとき、

$$z = \hat{z}_I + z_F \quad (26)$$

と置き、 $z_F \in \mathcal{Z}_F$ を適当に決めて、(25) 式の評価関数 J_2 を最小とする入出力データベクトル $z_{opt} \in \mathcal{Z}$ を求めよ。

この最適制御問題は、 $z_R = 0$ と置き、重み Q を対角行列にとれば明かなように、いわゆる有限時間最適レギュレータ問題を含んでいる。

さて、2次形式 $x^T Q x$ を内積空間 $\mathcal{R}^{2\ell}$ における計量であると考えれば、(25) 式の評価関数 J_2 を最小化する $z_{Fopt} \in \mathcal{Z}_F$ は、 $\mathcal{R}^{2\ell}$ における $\mathcal{Z}_F$ 上への正射影¹⁰⁾

$$P_F = H_F(H_F^T Q H_F)^{-1} H_F^T Q \quad (27)$$

を用いて

$$z_{Fopt} = P_F(z_R - \hat{z}_I) \quad (28)$$

と表すことができる。ここに、 H_F は $\mathcal{Z}_F$ の基底ベクトルをすべて並べたものである。したがって、つぎの定理を得る。

《定理5》 $z_R \in \mathcal{R}^{2\ell}$, $\hat{z}_I \in \mathcal{Z}_I$ が与えられるとき、(25) 式の評価関数 J_2 を (26) 式の拘束のもとで最小化する入出力データベクトル z_{opt} は一意であり、それは

$$z_{opt} = (I - P_F)\hat{z}_I + P_F z_R \quad (29)$$

で与えられる。

つまり、この z_{opt} の u_{k+n} , u_{k+n+1} , u_{k+n+2} , ... に対応する要素が、時刻 $k+n$, $k+n+1$, $k+n+2$, ... で加えるべき最適な操作入力の時系列となる。

3.2 最終値系列を指定する場合

つぎに、対象システムの振る舞いを、与えられた望ましい最終値系列に一致させることを考える。ここでは、 $\ell \geq 3n$ とする。そして、制御開始時刻 $k+n$ より前の動作により、対象システムの初期値系列が決まっているとする。このとき、前章での議論より、その初期値系列と同じ初期値系列をもち最終値系列が0の $\hat{z}_{IP} \in \mathcal{Z}_{IP}$ は一意に定まり、与えられた最終値系列と同じ最終値系列をもち初期値系列が0の $\hat{z}_{TF} \in \mathcal{Z}_{TF}$ も一意に定まる。したがって、この場合の最適制御問題は、つぎのように定式化できる。

[問題2] $z_R \in \mathcal{R}^{2\ell}$, $\hat{z}_{IP} \in \mathcal{Z}_{IP}$, $\hat{z}_{TF} \in \mathcal{Z}_{TF}$ が与えられるとき、

$$z = \hat{z}_{IP} + \hat{z}_{TF} + z_C \quad (30)$$

と置き、 $z_C \in \mathcal{Z}_C$ を適当に決めて、(25) 式の評価関数 J_2 を最小とする入出力データベクトル $z_{opt} \in \mathcal{Z}$ を求めよ。

この最適制御問題は、 $z_R = 0$ と置き、重み Q を対角行列にとれば明かなように、いわゆる最適有限整定制御問題を含んでいる。なお、 $\ell = 3n$ の場合、 $\mathcal{Z}_C = \emptyset$ だから、(30) 式の z は一意に定まる。つまり、初期値系列と最終値系列が与えられれば、それを繋ぐような振る舞いをもつ入出力データベクトルは一意に定まる。文献4)で考察しているのは、この場合に対応している。

さて、この問題2についても同様に、(25) 式の評価関数 J_2 を最小化する $z_{Copt} \in \mathcal{Z}_C$ は、 $\mathcal{R}^{2\ell}$ における $\mathcal{Z}_C$ 上への正射影¹⁰⁾

$$P_C = H_C(H_C^T Q H_C)^{-1} H_C^T Q \quad (31)$$

を用いて

$$z_{Copt} = P_C(z_R - \hat{z}_{IP} - \hat{z}_{TF}) \quad (32)$$

と表すことができる。ここに、 H_C は $\mathcal{Z}_C$ の基底ベクトルをすべて並べたものである。したがって、つぎの定理を得る。

《定理6》 $z_R \in \mathcal{R}^{2\ell}$, $\hat{z}_{IP} \in \mathcal{Z}_{IP}$, $\hat{z}_{TF} \in \mathcal{Z}_{TF}$ が与えられるとき、(25) 式の評価関数 J_2 を (30) 式の拘束のもとで最小化する入出力データベクトル z_{opt} は一意であり、それは

$$z_{opt} = (I - P_C)(\hat{z}_{IP} + \hat{z}_{TF}) + P_C z_R \quad (33)$$

で与えられる。

つまり、この z_{opt} の u_{k+n} , u_{k+n+1} , u_{k+n+2} , ... に対応する要素が、時刻 $k+n$, $k+n+1$, $k+n+2$, ... で加えるべき最適な操作入力の時系列となる。

3.3 凸最適化に基づく最適制御

以上では、2次形式評価関数に基づく最適制御問題について、解析的な観点から考察を行った。ところで、2次形式以外の評価関数に基づく最適制御問題であっても、この入出力データ空間におけるシステム表現の枠組を用いれば、凸最適化問題に容易に帰着できる場合があり、その場合は数値的に解を求めることができる。

たとえば、つぎの評価関数を導入する。

$$J_1 = \|W(z_R - z)\|_1 \quad (34)$$

ここで、 $W \in \mathcal{R}^{2\ell \times 2\ell}$ は重み行列である。以下では、前節の問題2で、評価関数 J_2 を上記の J_1 に置き換えた問題を例にとり、考えよう。

いま、 z_C は、 $\mathcal{Z}_C$ の基底ベクトル H_C を用いて、その線形結合

$$z_C = H_C x_C \quad (35)$$

により表すことができる。ただし、 x_C は結合係数を表す適当な実ベクトルである。したがって、初期値系列、最終値系列の両方が指定されたときに取りうる入出力データベクトルは

$$z = \hat{z}_{IP} + \hat{z}_{TF} + H_C x_C \quad (36)$$

と書ける。ゆえに、評価関数 J_1 は、

$$J_1 = \|W(z_R - \hat{z}_{IP} - \hat{z}_{TF} - H_C x_C)\|_1 \quad (37)$$

と書き換えることができる。つまり、 J_1 は、 x_C に関する凸関数となる。したがって、適当な凸最適化の手法を利用すれば、評価関数 J_1 を最小化する x_{Copt} を求めることができ、それを (36) 式に代入すれば、最適な振る舞いをもつ入出力データベクトル z_{opt} を求めることができる。

以上本章では、対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現に基づいて、与えられた評価関数を最小とする入出力データベクトルを求めるという意味で、最適制御問題を考察した。なお、参照データベクトル z_R の具体的な与え方については、章を改めて考察する。

4. 入出力データ空間の基底の構成法

本章では、入出力データ空間におけるシステム表現に基づく最適制御のために必要となる入出力データ空間の基底の構成法を与える。

まず、時々刻々、得られる入出力データ y_k, u_k を ℓ ステップづつ列にして並べたつぎの行列を考える。

$$H = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_k & \cdots \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_{k+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ y_{\ell-1} & y_{\ell} & \cdots & y_{k+\ell-1} & \cdots \\ u_0 & u_1 & \cdots & u_k & \cdots \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_{k+1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ u_{\ell-1} & u_{\ell} & \cdots & u_{k+\ell-1} & \cdots \end{bmatrix} \quad (38)$$

この H において、列数が十分多い場合、定理1より、その中に独立な列が $\ell+n$ 本存在する。そこで、それらを集めたものを $H_Z \in R^{2\ell \times (\ell+n)}$ とすれば、これに対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現と考えることができる。

4.1 Z_I, Z_F の基底と $\hat{z}_I$ の求め方

さて、 $\ell > n$ であるとすれば、つぎの定理を得る。

《定理7》 H_Z を基本列変換すれば、

$$\begin{bmatrix} H_I & H_F \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} I_n & 0 & 0 \\ * & * & * \\ 0 & I_n & 0 \\ * & * & * \end{array} \right] \quad (39)$$

のようにできる。ここで、 H_I, H_F はそれぞれ Z_I, Z_F の基底を並べたものに相当する。また、* は計算により決まるある部分行列を表している。

なお、(39) 式の形に変換できることは、このように変換できない場合、 Z_F の基底が $\ell-n$ 本しか存在しないという定理2と矛盾することより示すことができる。詳細は、付録B.1を参照されたい。

いま、時刻が $k+n$ であるとしよう。この時刻より前に得られた入出力データより、初期値系列ベクトル

$$x_I = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+n-1} \\ u_k & u_{k+1} & \cdots & u_{k+n-1} \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

を定義すれば、これを初期値系列とする $\hat{z}_I \in Z_I$ は

$$\hat{z}_I = H_I x_I \quad (41)$$

と定まる。したがって、参照データベクトル z_R と初期値系列ベクトル x_I が与えられているとき、定理5より、問題1の解 z_{opt} を求めることができる。

4.2 Z_{IP}, Z_{TF}, Z_C の基底と $\hat{z}_{IP}, \hat{z}_{TF}$ の求め方

さらに、 $\ell \geq 3n$ である場合、つぎの定理が得られる。

《定理8》 H_Z を基本列変換すれば、

$$\begin{bmatrix} H_{IP} & H_{TF} & H_C \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc|c} I_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & I_n & 0 & 0 \\ 0 & I_n & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & I_n & 0 \end{array} \right] \quad (42)$$

のようにできる。ここで、 H_{IP}, H_{TF}, H_C はそれぞれ Z_{IP}, Z_{TF}, Z_C の基底を並べたものに相当する。

なお、(42) 式の形に変換できることも、このように変換できない場合、 Z_C の基底が $\ell-3n$ 本しか存在しないという定理4と矛盾することより示すことができる。詳細は、付録B.2を参照されたい。

いま、時刻が $k+n$ であるとする。同様に、この時刻より前に得られた入出力データに対応した初期値系列ベクトル x_I が与えられれば、それに対応して、これを初期値系列とし最終値系列が0の $\hat{z}_{IP} \in Z_{IP}$ は

$$\hat{z}_{IP} = H_{IP} x_I \quad (43)$$

と定まる。さらに、望ましい最終値系列ベクトル

$$x_T = \begin{bmatrix} y_{k+\ell-n} & y_{k+\ell-n+1} & \cdots & y_{k+\ell-1} \\ u_{k+\ell-n} & u_{k+\ell-n+1} & \cdots & u_{k+\ell-1} \end{bmatrix}^T \quad (44)$$

が与えられれば、それに対応して、これを最終値系列とし初期値系列が0の $\hat{z}_{TF} \in Z_{TF}$ は

$$\hat{z}_{TF} = H_{TF} x_T \quad (45)$$

と定まる。したがって、参照データベクトル z_R 、初期値系列ベクトル x_I 、最終値系列ベクトル x_T が与えられているとき、定理6より、問題2の解 z_{opt} を求めることができる。

5. 定値系列の計算法

ところで、最適制御において、出力の目標値としては一定値 $y_r \in \mathcal{R}$ が与えられることが多い。この場合、参照データベクトル z_R や望ましい最終値系列ベクトル x_T としては、通常、その一定値 y_r とそれに対応する定値の入力 $u_r \in \mathcal{R}$

を要素にもつものを選ぶことが考えられる。そこで、対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現に基づいて、与えられた定値の出力の目標値 y_r に対応する定値の入力 u_r を求める方法を考察する。

以下、 $H_Z \in \mathcal{R}^{2\ell \times (\ell+n)}$ が与えられているとする。いま、対象システムが定値の入力 $u_r \in \mathcal{R}$ により定値の出力の目標値 $y_r \in \mathcal{R}$ を達成するとし、そのときの入出力データベクトルを

$$z_r = \begin{bmatrix} y_r & y_r & \cdots & y_r & u_r & u_r & \cdots & u_r \end{bmatrix}^T \quad (46)$$

としよう。なお、対象システムが 1 に零点をもつ場合、 $y_r \neq 0$ を目標値とすることはできない⁴⁾。この制約は、本論文の制御方式に限らず、一般的制約である。したがって、ここでは、対象システムは 1 に零点をもたないものとする。

さて、入出力データベクトルと同じ要素数のベクトル

$$z_{y1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T \quad (47)$$

$$z_{u1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (48)$$

を定義すれば、

$$z_r = z_{y1}y_r + z_{u1}u_r \quad (49)$$

と書ける。これまでの議論より、 z_r は H_Z の列ベクトルの線形結合

$$H_Z x_Z = z_r \quad (50)$$

で表せることがいえる。ここで、 $x_Z \in \mathcal{R}^{\ell+n}$ は、結合係数を表す適当な実ベクトルである。これを書き直せば、

$$\begin{bmatrix} H_Z & -z_{u1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_Z \\ u_r \end{bmatrix} = z_{y1}y_r \quad (51)$$

となる。したがって、(51) 式を x_Z , u_r について解けば、定値の出力の目標値 y_r に対応する定値の入力 u_r を知ることができる。

6. 数 値 例

本章では、具体的な数値例を通じて、入出力データ空間によるシステム表現と、それに基づく最適制御アルゴリズムを確認する。ここで、対象とするのは、

$$y_k + 0.7y_{k-1} + 0.1y_{k-2} = u_{k-1} + 2u_{k-2} \quad (52)$$

で表されるシステムである。このシステムは、次数が $n=2$ であり、相対次数が 1 で、非最小位相である。以下では、この対象システムのパラメータが未知であるとし、その動作データから、直接、最適制御のための操作入力を計算する手順を示す。

まず、対象システムに加えられた入力の時系列

$$\begin{aligned} u_0 &= -1, & u_1 &= 1, & u_2 &= -1, & u_3 &= 1, \\ u_4 &= 1, & u_5 &= -1, & u_6 &= -1, & u_7 &= 1, \\ u_8 &= -1, & u_9 &= -1, & u_{10} &= -1, & u_{11} &= 1, \\ u_{12} &= 1, & u_{13} &= 1, & u_{14} &= 1, & u_{15} &= -1, \\ u_{16} &= 1 \end{aligned}$$

とそれにより発生した出力の時系列

$$\begin{aligned} y_0 &= 0, & y_1 &= -1.000, & y_2 &= -0.300, \\ y_3 &= 1.310, & y_4 &= -1.887, & y_5 &= 4.190, \\ y_6 &= -1.744, & y_7 &= -2.198, & y_8 &= 0.713, \\ y_9 &= 0.712, & y_{10} &= -3.576, & y_{11} &= -0.569, \\ y_{12} &= -0.244, & y_{13} &= 3.228, & y_{14} &= 0.765, \\ y_{15} &= 2.142, & y_{16} &= -0.576 \end{aligned}$$

の組が与えられたとする。そして、入出力データベクトルで考慮するステップ数を $\ell=8$ に選び、これら入出力データを (38) 式の y_k と u_k に関する行列 H に代入する。このとき、得られる $\ell+n=10$ 列の H で各列は独立となるので、それを H_Z とすることができる。この H_Z を基本列変換すれば、定理 8 で示したように、

$$\begin{bmatrix} H_{IP} & H_{TF} & H_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.100 & -0.700 & 2.000 & 1.000 & 0 \\ -0.461 & 0.836 & -0.784 & 1.217 & -0.316 \\ -0.622 & -0.450 & 2.432 & -0.164 & -0.479 \\ 0.985 & -2.139 & 0.296 & 2.804 & 0.787 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.531 & 0.446 & 0.616 & -0.083 & -0.316 \\ 0.107 & -0.826 & 0.851 & 0.954 & -0.068 \\ 0.289 & -0.718 & 0.218 & 0.903 & 0.557 \\ 0.049 & -0.107 & 0.015 & 0.140 & 0.389 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.134 & -0.550 & -0.314 & -0.867 & -6.138 \\ -0.456 & -0.732 & -0.969 & -7.343 & -2.983 \\ -0.745 & 1.104 & -0.684 & -11.217 & 18.588 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.134 & -0.550 & -0.314 & -0.867 & -6.138 \\ -0.281 & -0.018 & -0.561 & -6.216 & 4.997 \\ -0.515 & 0.572 & -0.271 & -4.013 & 5.892 \\ 0.463 & -0.445 & -0.034 & -0.561 & 0.929 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

のようにすることができる。

さて、以下では、問題2で定義した最適制御問題を解くことを考える。いま、定値の出力の目標値を $y_r = 1$ とする。このとき、(51) 式を x_Z , u_r について解けば、

$$x_Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.6 & 0.6 & 1 \\ 1 & 0.6 & 0.6 & -0.292 & -0.176 \end{bmatrix}^T \quad (54)$$

$$u_r = 0.6 \quad (55)$$

を得る。つまり、定値の出力の目標値 $y_r = 1$ に対応する定値の入力は $u_r = 0.6$ であることがわかる。また、評価関数の重み行列 Q を

$$Q = \text{block diag}\{2I_\ell, I_\ell\} \quad (56)$$

と選ぶと、 $\mathcal{R}^{2\ell}$ における $\mathcal{Z}_C$ 上への正射影 P_C は、(31) 式を計算することにより、

$$P_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.210 & 0.333 & -0.174 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.333 & 0.702 & 0.072 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.174 & 0.072 & 0.840 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.210 & 0.333 & -0.174 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.060 & 0.269 & 0.298 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.040 & 0.058 & 0.277 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.009 & 0.004 & 0.042 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.105 & 0.030 & -0.020 & -0.004 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.166 & 0.134 & 0.029 & 0.002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.087 & 0.149 & 0.138 & 0.021 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.105 & 0.030 & -0.020 & -0.004 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.030 & 0.096 & 0.055 & 0.007 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.020 & 0.055 & 0.046 & 0.007 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.004 & 0.007 & 0.007 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

となる。

いま、時刻 16 までの入出力データが与えられているので、

制御開始時刻を $k+n=17$ とする。つまり、 $k=15$ である。このとき、初期値系列ベクトル x_I は

$$x_I = \begin{bmatrix} 2.142 & -0.576 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (58)$$

である。また、最終値系列ベクトル x_T と参照データベクトル z_R は、定値の出力の目標値 y_r および先に求めた対応する定値の入力 u_r から、

$$x_T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}^T \quad (59)$$

$$z_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0.6 & 0.6 & \dots & 0.6 \end{bmatrix}^T \quad (60)$$

である。これらを用いれば、定理6より、問題2の解 z_{opt} は、

$$z_{opt} = \begin{bmatrix} 2.142 & -0.576 & -0.811 & 3.395 \\ -0.230 & 1.609 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0.770 & 0.525 \\ 0.736 & 0.630 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}^T \quad (61)$$

と求まる。つまり、

$$u_{17} = 0.770 \quad u_{18} = 0.525 \quad u_{19} = 0.736$$

$$u_{20} = 0.630 \quad u_{21} = 0.6 \quad u_{22} = 0.6$$

が最適操作入力である。

7. おわりに

本論文では、対象システムの入出力データ空間におけるシステム表現に基づき、伝達関数や状態方程式などの数式モデルを経由することなく、直接、操作入力を計算できるような、新たな制御理論の枠組を与えた。適当な長さをもつ入出力データベクトルを構成すれば、対象システムが生成しうるすべての入出力データベクトルは、基底となるいくつかの入出力データベクトルの線形結合で必ず表せる。この事実は、システムのダイナミクスによって、システムから得られる入出力データが拘束されていることによる。本論文では、この入出力データ空間におけるシステム表現に基づいて、種々の最適制御問題を解くことができることを明らかにした。

なお、本論文では、対象システムの次数 n は既知であるとしている。しかし、未知であっても、定理1より、入出力データから構成される(38)式の行列 H のランクが $\ell+n$ であることを用いれば、次数 n を推定できる。

終りに、本研究に対して有益なコメントをいただいた査読者に心より感謝します。また、本研究の一部は、財団法人川西記念新明和教育財団(平成8年度研究助成)より援助を受けました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) R. E. Kalman: On the General Theory of Control Systems, Proceedings of the first World Congress of IFAC, 481/492 (1960)
- 2) 池田, 林: 入出力データ蓄積によるデジタル制御, 第16回制御理論シンポジウム, 47/50 (1987)
- 3) 池田, 林, 藤崎: 入出力データ蓄積によるモデルレス追従制御アルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, 34-6, 639/641

- (1998)
- 4) 藤崎, 段, 池田: 入出力データ配列に基づくシステム表現と制御方式, システム制御情報学会論文誌, 11-11, 630/637 (1998)
 - 5) J. C. Willems: Paradigms and Puzzles in the Theory of Dynamical Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 36-3, 259/294 (1991)
 - 6) J. C. Willems: LQ-Control: A Behavioral Approach, Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control, 3664/3668 (1993)
 - 7) 河村嘉顕: 入出力データから最適レギュレータを構成する基礎的アルゴリズム, 計測自動制御学会論文集, 24-11, 1216/1218 (1988)
 - 8) K. Furuta and M. Wongsaisuan: Discrete-time LQG Dynamic Controller Design Using Plant Markov Parameters, Automatica, 31-9, 1317/1324 (1995)
 - 9) R. E. Skelton and G. Shi: The Data-Based LQG Control Problem, Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, 1447/1452 (1994)
 - 10) 伊理, 韓: 線形代数-行列とその標準形, 230, 教育出版 (1977)
 - 11) 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論, 71, 計測自動制御学会 (1978)

《付 録》

A. 定理 1 ~ 4 の証明

最初に, $\ell > n$ であることに注意して, 対象システムが満たすべき差分方程式 (1) の係数を用いて, つぎの行列 $\Theta \in \mathcal{R}^{(\ell-n) \times 2\ell}$ を定義する.

$$\Theta = \begin{bmatrix} \alpha_n & \alpha_{n-1} & \cdots & \alpha_0 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & & \ddots & \\ 0 & & \alpha_n & \alpha_{n-1} & \cdots & \alpha_0 \\ -\beta_n & -\beta_{n-1} & \cdots & -\beta_0 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & & \ddots & \\ 0 & & -\beta_n & -\beta_{n-1} & \cdots & -\beta_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

このとき, 対象システムが生成する任意の入出力データベクトル z に対する拘束は, 対象システムの伝達関数の既約性より, 各行が差分方程式 (1) に対応する

$$\Theta z = 0 \quad (\text{A.2})$$

で完全に記述できる. なぜなら, Θ の各行の線形結合で表せないような拘束が存在することは, 対象システムの伝達関数として, 差分方程式 (1) により決まるもの以外に, その拘束に対応したものが存在することを意味し, 既約性と矛盾するからである.

A.1 定理 1 の証明

任意の入出力データベクトル z に対する拘束が (A.2) 式で記述できることから,

$$\mathcal{Z} = \ker \Theta \quad (\text{A.3})$$

が言える. いま, $\alpha_0 \neq 0$ であることに注目すれば,

$$\text{rank} \Theta = \ell - n \quad (\text{A.4})$$

である. このことより,

$$\dim(\mathcal{Z}) = \dim(\ker \Theta)$$

$$= 2\ell - \text{rank} \Theta$$

$$= \ell + n$$

$$(\text{A.5})$$

であることがわかる.

A.2 定理 2 の証明

(4) 式の z_F に対応して,

$$J_F = \text{block diag}\{I_n, 0_{\ell-n}, I_n, 0_{\ell-n}\} \quad (\text{A.6})$$

を定義すると, 初期値系列が 0 系列であるという拘束は,

$$J_F z_F = 0 \quad (\text{A.7})$$

と書けるから,

$$\mathcal{Z}_F = \ker \Theta \cap \ker J_F \quad (\text{A.8})$$

が言える. いま, $\alpha_0 \neq 0$ であることに注目すれば,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_F \end{bmatrix} = \ell + n \quad (\text{A.9})$$

である. このことより,

$$\begin{aligned} \dim(\mathcal{Z}_F) &= \dim(\ker \Theta \cap \ker J_F) \\ &= 2\ell - \text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_F \end{bmatrix} \\ &= \ell - n \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

であることがわかる.

A.3 定理 3 の証明

(9) 式の z_P に対応して,

$$J_P = \text{block diag}\{0_{\ell-n}, I_n, 0_{\ell-n}, I_n\} \quad (\text{A.11})$$

を定義すると, 同様に,

$$\mathcal{Z}_P = \ker \Theta \cap \ker J_P \quad (\text{A.12})$$

が言える. ところで, 対象システムの伝達関数の既約性より, $\alpha_n \neq 0$ または $\beta_n \neq 0$ が言える. なぜなら, α_n と β_n が共に 0 であれば, 対象システムの伝達関数は極と零を共に原点にもつからである. これらのことに注意すれば,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_P \end{bmatrix} = \ell + n \quad (\text{A.13})$$

である. したがって,

$$\begin{aligned} \dim(\mathcal{Z}_P) &= \dim(\ker \Theta \cap \ker J_P) \\ &= 2\ell - \text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_P \end{bmatrix} \\ &= \ell - n \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

であることがわかる.

A.4 定理 4 の証明

最初に, $\ell \geq 3n$ であることに注意して, Θ の左右の部分行列からそれぞれ最初の n 列と最後の n 列を取り除いて得られる部分行列 $\Theta_C \in \mathcal{R}^{(\ell-n) \times 2(\ell-2n)}$

$$\Theta_C = \left[\begin{array}{cc|cc} \alpha_0 & 0 & -\beta_0 & 0 \\ \alpha_1 & \ddots & -\beta_1 & \ddots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & -\beta_0 \\ \alpha_n & \alpha_1 & -\beta_n & -\beta_1 \\ & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \alpha_n & 0 & -\beta_n \end{array} \right] \quad (\text{A.15})$$

を考える。この行列の左右の部分行列からそれぞれ右下の $2n \times n$ ブロックを取り出し、それらを合わせて得られる $2n \times 2n$ 行列は、対象システムの伝達関数の既約性より正則である¹¹⁾。したがって、これと $\alpha_0 \neq 0$ であることより、 Θ_C は行フルランクをもつ。そこで、定理 2, 3 の証明と同様に考えれば、(A.6) 式の J_F 、(A.11) 式の J_P を用いて、

$$\mathcal{Z}_C = \mathcal{Z}_P \cap \mathcal{Z}_F = \ker \Theta \cap \ker J_P \cap \ker J_F \quad (\text{A.16})$$

が言える。ここで、 Θ_C が行フルランクをもつから、結局、

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_P \\ J_F \end{bmatrix} = \ell + 3n \quad (\text{A.17})$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} \dim(\mathcal{Z}_C) &= \dim(\ker \Theta \cap \ker J_P \cap \ker J_F) \\ &= 2\ell - \text{rank} \begin{bmatrix} \Theta \\ J_P \\ J_F \end{bmatrix} = \ell - 3n \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

であることがわかる。

B. 定理 7 と 定理 8 の証明

B.1 定理 7

以下では議論の簡単化のため、 $H_Z \in \mathcal{R}^{2\ell \times (\ell+n)}$ の代わりに、初期値系列に対応する要素を上 $2n$ 行にまとめた行列 $\tilde{H}_Z \in \mathcal{R}^{2\ell \times (\ell+n)}$ を考える。まず、 $\tilde{H}_Z$ を適当に基本列変換すれば、

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_{11} & 0 \\ \tilde{H}_{21} & \tilde{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

とすることができる。ここで、 $\tilde{H}_{11} \in \mathcal{R}^{2n \times 2n}$ 、 $\tilde{H}_{22} \in \mathcal{R}^{(2\ell-2n) \times (\ell-n)}$ である。このよう変換できることは、 $\mathcal{Z}_F$ の基底ベクトルが $\ell - n$ 本存在するという定理 2 が保証している。ここで、 $\tilde{H}_{11}$ が正則でないと仮定すれば、適当な基本列変換によって $\tilde{H}_{11}$ のある列をすべて 0 にできることになり、 $\mathcal{Z}_F$ の基底ベクトルが $\ell - n$ 本しか存在しないという定理 2 に反する。したがって、 $\tilde{H}_{11}$ は正則行列である。正則行列は、必ず基本列変換によって、単位行列にできる。以上により、 H_Z を定理 7 の形に基本列変換できることがわかる。

B.2 定理 8

$H_Z \in \mathcal{R}^{2\ell \times (\ell+n)}$ の代わりに、初期値系列と最終値系列に対応する要素を上 $4n$ 行にまとめた行列 $\tilde{H}_Z \in \mathcal{R}^{2\ell \times (\ell+n)}$ を考える。 $\mathcal{Z}_C$ の基底ベクトルが $\ell - 3n$ 本存在するという定

理 4 を用いて、B.1 と同様に考えれば、 H_Z を定理 8 の形に基本変換できることが証明できる。

[著者紹介]

藤崎 泰正 (正会員)

1988 年、神戸大学大学院工学研究科修士課程システム工学専攻修了。同年 (株) 神戸製鋼所入社、電子技術研究所に配属。91 年神戸大学工学部システム工学科 (現在、情報知能工学科) 助手。96 年同助教授。入出力データ空間におけるシステム制御理論、サーボ系の 2 自由度構成などの研究に従事。工学博士。88 年度本会学術奨励賞受賞。システム制御情報学会、IEEE などの会員。

段 一 然 (学生会員)

1991 年中国天津大学大学院修士課程化学工学専攻修了。96 年神戸大学自然科学研究科博士前期課程情報知能工学専攻修了。同年神戸大学自然科学研究科博士後期課程システム科学専攻進学。制御理論とシステム同定の研究に従事。システム制御情報学会などの会員。

池田 雅夫 (正会員)

1971 年大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻修士課程修了。73 年同博士課程を中途退学して、神戸大学工学部システム工学科 (現在、情報知能工学科) 助手。90 年同教授。95 年大阪大学工学部電子制御機械工学科教授。この間、78-79 年サンタクララ大学客員研究員、86-89 年航空宇宙技術研究所客員研究官を兼務。制御理論とその応用の教育と研究に従事。工学博士。89 年、95 年本会論文賞、93 年論文賞・蓮沼賞を受賞。システム制御情報学会、日本機械学会、IEEE などの会員。

福田 美佐子 (正会員)

1997 年神戸大学大学院自然科学研究科博士前期課程情報知能工学専攻修了。同年 (株) 神戸製鋼所入社。在学中は、入出力データ空間におけるシステム制御理論の研究に従事。