部分空間同定法と補償器の統合化設計†

岡田 昌史*・杉江 俊治**

Joint Design of Subspace-based System Identification and Control

Masafumi OKADA* and Toshiharu SUGIE**

Recently, the importance of the joint design of identification and control has been recognized, and several controller design methods based on the iteration of identification and controller re-design have been proposed. In these methods, the frequency weighted identification plays an important role. On the other hand, as a powerful identification method, subspace state-space system identification (4SID) method has been proposed. However, it is difficult to use the frequency weight in conventional 4SID methods. Therefore in this paper, we propose a frequency weighted 4SID method for the joint design of identification and control, and choose the appropriate frequency weighting function for identification considering the cost function of the controller design. Furthermore, the effectiveness of the proposed method is evaluated by numerical examples.

Key Words: joint design of identification and control, subspace based system identification, frequency weighted identification, H_2 optimal control, closed-loop identification.

1. はじめに

従来より、システム同定と補償器設計を繰返すことにより所望の制御仕様を満たす制御系を設計する、いわゆる同定と制御の統合化設計が注目されている¹⁾。この方法は閉ループ同定により得られたモデルに基づいて補償器を再設計し、再び実験により閉ループ同定を行うといった手順を繰返すものであって、その最も重要な部分は、同定における周波数重みの選択法にある。同定されたモデルはつぎの補償器設計のための道具として用いられるのが前提であり、そのためにはどの周波数帯域で正しい同定をすべきかが重要な問題となる。これまでの研究は、主に予測誤差法²⁾が同定の手段として用いられ、その有効性も数多く報告されている^{3)~7)}。

一方、近年有力な同定の手法として部分空間同定法が提案され⁸⁾、これに関する研究も盛んに行われるようになってきた^{9)~14)}。この方法は多入出力システムにも適用が可能であり、従来の予測誤差法に変わる同定法として注目されている。しかし、この同定法には明確な周波数領域における評価関数が存在しない。そのため、周波数重みを効果的に導入することは難しく、統合化設計にそのまま適用するのは困難である。

De Moor らは文献 12) において、周波数重みを考慮した方法を提案しているが、この方法はやや特殊な状況において有効であるものの、一般的な物理システムにおいては周波数重みの影響は現れにくい。これに対し、筆者らは先に公称モデルを用いた部分空間同定法を提案した¹⁵⁾。この方法は評価関数が明確化されており、さらに雑音とは無相関なモデルの信号を用いることから閉ループ同定への応用も容易なものとなっている。

そこで本論文では、統合化設計の立場から文献 15) の方法に対して周波数重みを導入した方法を提案する。これにより、部分空間同定法における周波数重みの導入を実現する。また、これを用いた同定と補償器の統合化設計問題について考察し、数値例によってその有効性を検証する。

2. 問題設定

本論文で扱う統合化設計問題について述べる。

2.1 統合化設計問題

制御対象としてつぎの m 入力 ℓ 出力、 n 次の状態空間表現で表わされるシステム P を考える。

$$P: \begin{cases} x_p[k+1] &= A_p x_p[k] + B_p u_p[k] \\ y_p[k] &= C_p x_p[k] + D_p u_p[k] \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $x_p \in R^n$ は状態ベクトル、 y_p , u_p はそれぞれ出力ベクトル、入力ベクトルである。このとき、本論文で扱う統合化設計問題は、補償器設計と閉ループ同定の繰返しによって

† 第 25 回 制御理論シンポジウムで発表 (1996・6)

* 東京大学大学院工学系研究科 東京都文京区本郷 7-3-1

** 京都大学大学院工学研究科 宇治市五ヶ庄

* Graduate School of Engineering, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo

** Graduate School of Engineering, Kyoto University, Uji.

(Received April 30, 1996)

(Revised October 27, 1997)

つぎの評価関数 $J_c(P, K_i)$

$$J_c(P, K_i) := \left\| \begin{array}{c} W_s \Phi(P, K_i) \\ W_t \Psi(P, K_i) \end{array} \right\|_2 \quad (2)$$

$$\Phi(P, K_i) := P(I + K_i P)^{-1} \quad (3)$$

$$\Psi(P, K_i) := K_i P(I + K_i P)^{-1} \quad (4)$$

を最小化する補償器 $K_i (i = 1, 2, \dots)$ を求めることにある。ただし、 W_s , W_t はそれぞれ周波数重みであり、 $\|\cdot\|_2$ は H_2 ノルムを意味する。ここで、いくつかの仮定を設ける。

【仮定 1】 P の公称モデル P_{m1}

$$P_{m1} : \begin{cases} x_m[k+1] = A_m x_m[k] + B_m u_m[k] \\ y_m[k] = C_m x_m[k] + D_m u_m[k] \end{cases} \quad (5)$$

が与えられている。

【仮定 2】 周波数重み W_s , W_t は与えられているものとし、さらに

$$K_1 = \arg \min_K J_c(P_{m1}, K) \quad (6)$$

より得られる補償器 K_1 は P を内部安定化する。

このとき、統合化設計問題はつぎの補償器設計問題と閉ループ同定問題にわけられる。

補償器設計問題

補償器 K_i は (2) 式の J_c の最小化を目的とするが、 P は未知であるため P のモデルに基づいて設計しなければならない。そのため、 i 回目の繰返しにより得られるモデルを P_{mi} とした場合、 i 回目の補償器 K_i は

$$K_i = \arg \min_K J_c(P_{mi}, K) \quad (7)$$

となる H_2 最適化問題¹⁶⁾ を解くことにより得るものとする。

閉ループ同定問題

(2) 式の評価関数は、 i 回目のモデル P_{mi} を用いて

$$J_c \leq \left\| \begin{array}{c} W_s \Phi(P_{mi}, K_i) \\ W_t \Psi(P_{mi}, K_i) \end{array} \right\|_2 + \left\| \begin{array}{c} W_s (\Phi(P, K_i) - \Phi(P_{mi}, K_i)) \\ W_t (\Psi(P, K_i) - \Psi(P_{mi}, K_i)) \end{array} \right\|_2 \quad (8)$$

と表わされる。ここで、(8) 式の右辺第 1 項は補償器 K_i によって最小化されているので、第 2 項を同定によって小さくすることを目的とする¹⁾。さらに J_c は 2 つの伝達関数から構成されているが、この意味について考えると

$$G_1 := W_s \Phi(P, K_i) \quad (9)$$

は外乱除去を目的とした項で閉ループ系の制御性能に関する項である。これより G_1 に関しては補償器によって積極的に制御を行うため正しいモデルが必要と考えられる。一方、

$$G_2 := W_t \Psi(P, K_i) \quad (10)$$

はロバスト安定に関連する項であり、同定できない不確かな要素に対する評価である。そのため、同定が正しく行なわれればこの項も自動的に小さくなるものと思われる。そこで本

Fig. 1 Closed loop system

論文では、 G_1 を最小化し閉ループ系のパフォーマンスを改善することを目的とし、閉ループ同定問題では

$$P_{m(i+1)} = \arg \min_{P_m} J_{id}(P_m, K_i) \quad (11)$$

$$J_{id} := \|W_s (\Phi(P, K_i) - \Phi(P_m, K_i))\|_2 \quad (12)$$

を満たす $P_{m(i+1)}$ を求めるものとする。

2.2 繰返しの必要性

つぎに、統合化設計における繰返しの必要性について述べる。閉ループ同定問題における評価関数は (12) 式であったが、このとき得られるモデル $P_{m(i+1)}$ は補償器 K_i の意味で P を正しく評価しており、つぎの補償器 K_{i+1} の意味では多少の誤差が考えられる。この誤差を補正するために繰返しが必要とされることは文献 1) でも指摘されている。つまり、(8) 式の右辺第 1 項と第 2 項を最小化する補償器 K_i とモデル P_{mi} が同時に設計されることが望ましいが、これらはどちらも閉ループ系の内部に存在するためお互いに従属であり、同時に設計することは難しい。そのため、これを繰返しという方法で解決しようというものである。

3. 同定法

前述のように、統合化設計問題では補償器設計問題と閉ループ同定問題にわけられるが、前者はすでに H_2 最適問題として確立しているため、ここでは後者の同定問題に関して述べる。

3.1 公称モデルを用いた部分空間同定法

本論文の同定法では、文献 15) において提案した同定法を基礎とする。まず、この同定法について簡単に述べる。

3.1.1 入出力方程式

ここでは、Fig. 1 で表わされる閉ループ系の同定問題を考える。ただし、 r は同定のための参照入力、 $v \in R^l$, $w \in R^m$ はそれぞれ P の入力端、出力端に加わる雑音で、平均 0、分散がそれぞれ $\sigma_v^2 I_l$, $\sigma_w^2 I_m$ に従う白色雑音とし、 r とは相関がないものとする。このとき、 u_p , y_p は r による確定的な部分 u_p^d , y_p^d と雑音による確率的な部分 u_p^s , y_p^s にわけることができ、さらに、(1) 式の関係からつぎの入出力方程式¹¹⁾ が成り立つ。

$$Y_p^d + Y_p^s = \Gamma_p(X_p^d + X_p^s) + H_p(U_p^d + U_p^s) \quad (13)$$

ただし,

$$Y_p^d := \begin{bmatrix} y_p^d[1] & y_p^d[2] & \cdots & y_p^d[N] \\ y_p^d[2] & y_p^d[3] & \cdots & y_p^d[N+1] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_p^d[i] & y_p^d[i+1] & \cdots & y_p^d[N+i-1] \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$X_p^d := \begin{bmatrix} x_p^d[1] & x_p^d[2] & \cdots & x_p^d[N] \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Gamma_p := \begin{bmatrix} C_p \\ C_p A_p \\ \vdots \\ C_p A_p^{i-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$H_p := \begin{bmatrix} D_p & & 0 \\ C_p B_p & D_p & \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ C_p A_p^{i-2} B_p & \cdots & D_p \end{bmatrix} \quad (17)$$

であり, Y_p^s , U_p^d , U_p^s は Y_p^d と同様に y_p^s , u_p^d , u_p^s によって定義されるハンケル行列で, X_p^s は X_p^d と同様に x_p^s によって定義される行列である. i ($> n$) は設計パラメータであり, N はデータ数に依存する値であるが, どちらも値の選択法に対する明確な考察は難しく, 今後の課題のひとつと考えられる. ただし, 後述のように収束に対する考察では $N \rightarrow \infty$ を用いるため, N は十分大きくとる必要がある. また, ここでは閉ループ同定問題を扱っているため, システムの入力信号 u_p , 状態変数 x_p に関しても r による確定的な要素 u_p^d , x_p^d , 確率的な要素 u_p^s , x_p^s に分離している. さらにFig.1において P を P_m に置き換えたシステムを考えると(5)式の関係からモデルに関してつぎの入出力方程式が成り立つ.

$$Y_m = \Gamma_m X_m + H_m U_m \quad (18)$$

ただし, ここで用いたパラメータは(14)~(17)式と同様に, モデルから定義される行列であり, X_m は観測可能とする. なお, (18)式はシミュレーションなどによって得られるので, 雑音の影響はない.

3.1.2 同定法

つぎに, (13)式を $[X_m^T U_m^T]^T$ の行空間に射影し, さらに X_m と U_m の成分にわけると考える. このとき(13)式は次式のように変形される.

$$(Y_p^d + Y_p^s)/U_m X_m = \Gamma_p (X_p^d + X_p^s)/U_m X_m + (U_p^d + U_p^s)/U_m X_m \quad (19)$$

$$(Y_p^d + Y_p^s)/X_m U_m = \Gamma_p (X_p^d + X_p^s)/X_m U_m + (U_p^d + U_p^s)/X_m U_m \quad (20)$$

ただし, $A/B/C$ は A を $[B^T C^T]^T$ の行空間で張られる空間へ射影したときの C 成分を意味し(Fig.2参照)斜めの射影と呼ばれ次式で与えられる.

$$A/B/C = [A/B^\perp] [C/B^\perp]^\dagger C \quad (21)$$

$$A/B := AB^T(BB^T)^\dagger B \quad (22)$$

Fig.2 Oblique projection

ここで, $[\cdot]^\dagger$ は Moore-Penrose の一般逆行列とし, $A^\perp$ は Image(A) の直交補空間に属する最大ランクの行列とする. このとき, r は v , w と無相関であることから $N \rightarrow \infty$ で

$$\|[\cdot]^s/U_m X_m\| \rightarrow 0, \quad \|[\cdot]^s/X_m U_m\| \rightarrow 0 \quad (23)$$

となるので, (13), (19), (20)式より次式を得る.

$$\hat{Y}_p = L X_m + M \hat{U}_p \quad (24)$$

$$\hat{Y}_p := Y_p^d / \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\hat{U}_p := U_p^d / \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \quad (26)$$

Y_p をモデルの空間 $\begin{bmatrix} X_m^T & U_m^T \end{bmatrix}^T$ に射影することにより, 確定的な要素 Y_p^d だけが残る, $\hat{Y}_p$ が得られる. 同様に, U_p からも確率的な要素を除去するために $\hat{U}_p$ を求めている. また, L , M は次式を満たす行列である.

$$L = \Gamma_p \quad (27)$$

$$M \hat{U}_p = H_p \hat{U}_p + \Gamma_p X_p^d / X_m U_m \quad (28)$$

この L , M が求まれば(A.5), (A.6), (A.7)~(A.9)より従来の4SID法と同様に最小2乗問題を解くことで係数行列の推定値($\hat{A}_p$, $\hat{B}_p$, $\hat{C}_p$, $\hat{D}_p$)が計算可能である. この同定法の詳細については省略し, アルゴリズムのみ付録に示す.

3.2 周波数重みの導入

つぎに, 前節の同定法に対して周波数重みを導入した方法を提案する. まず, 次の仮定を設ける.

【仮定3】(5)式において $x_m \in R^n$ であり, P と P_{m1} の次数は等しい.

(27), (28)式の L , M は(A.2)式の最小2乗問題を解くことによって(A.3), (A.4)式より得られる. これは, r から y_p , u_p までの伝達関数が

$$y_p = P(I + KP)^{-1} r \quad (29)$$

$$u_p = (I + KP)^{-1} r \quad (30)$$

と表わされ, さらに Y_p , U_p が y_p , u_p から構成されていることを考えると, 参照入力 r として平均0分散 $\sigma_r^2 I_m$ の白色信号

Fig. 3 Weighted closed loop system

を用いることにより【仮定3】を用いて

$$J = \left\| \begin{array}{c} \Phi(P, K) - \Phi(\hat{P}_m, K) \\ \Lambda(P, K) - \Lambda(\hat{P}_m, K) \end{array} \right\|_2 \quad (31)$$

$$\Lambda := (I + KP)^{-1} \quad (32)$$

を最小化する $\hat{P}_m$ を

$$\hat{Y}_m = LX_m + M\hat{U}_p \quad (33)$$

の入出力方程式で表わされるクラスの中から求めていることとはほぼ等価と考えられる。そこで、この評価関数に周波数重みを用いることを考える。ただし、(12)式の形を考慮し制御対象の出力端に重みを用いるものとする。なお、入力端に重みを用いる場合にも同様の考察により適用が可能であるが、ここでは省略する。ところで、一般的なシステム同定法に予測誤差法がある。この同定法における出力端重み W を考えた同定では、

$$z = WPu, \quad u_w = Wu \quad (34)$$

より得られる z , u_w を用いて同定を行った。これは

$$WP = PW \quad (35)$$

の関係を利用し、実験によって得られた入出力データに同一のフィルタを施して同定を行っていることに相当する。これと同様の考察を公称モデルを用いた部分空間同定法に適用することを考える。(31)より周波数重み付き評価関数 J_w は

$$J_w = \left\| \begin{array}{c} W_o^{(1)} \Phi(P, K) - \Phi(\hat{P}_m, K) W_{in} \\ W_o^{(2)} \Lambda(P, K) - \Lambda(\hat{P}_m, K) W_{in} \end{array} \right\|_2 \quad (36)$$

となる。ただし、 $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は

$$W_o^{(1)} \Phi(P, K) = \Phi(P, K) W_{in} \quad (37)$$

$$W_o^{(2)} \Lambda(P, K) = \Lambda(P, K) W_{in} \quad (38)$$

を満たさなくてはならない。これにより、Fig. 1の実験によって得られる y_p , u_p より、

$$y_{pw} := W_o^{(1)} y_p, \quad u_{pw} := W_o^{(2)} u_p \quad (39)$$

を求め、さらに Fig. 3 によるシミュレーションから得られる x_{mw} , u_{mw} を用いて 3.1.2 の同定法に基づいて P_m を求めることで、(36)式の J_w を最小化する P_m が得られる。

従来の部分空間同定法では明確な評価関数が存在しなかったため、周波数重みを用いることが困難であったが、先に我々

が提案した部分空間同定法では評価関数を明確化したため、これを基礎とすることで (36) 式のように周波数重みを導入した部分空間同定法が可能となっている。

3.3 統合化設計における同定問題

本論文における統合化設計の同定問題は (12) 式の最小化にあった。これは P の出力に対する評価であるが、ここで用いる同定法は P の入力信号と出力信号を用いるため、入力に対する適切な評価も必要となる。そこで、(12) 式の評価関数を適当な重み $\hat{W}_s$ を用いて、

$$\hat{J}_{id} = \left\| \begin{array}{c} W_s (\Phi(P, K_i) - \Phi(P_m, K_i)) \\ \hat{W}_s (\Lambda(P, K_i) - \Lambda(P_m, K_i)) \end{array} \right\|_2 \quad (40)$$

と書き換える。つぎに、(36) 式の評価が (40) 式に対応したものになるように $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} を定める。本論文では W_s が与えられていることを仮定した。そのため、 P が多入出力システムの場合一般に (36) 式と (40) 式が等価になる $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は存在しない。そこで、(36) 式が H_2 ノルムの意味で (40) 式の最適な近似になるような周波数重みを考える。このとき、 $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} の一つの候補として次式のものと考えられる。

$$W_o^{(1)} = \hat{W} I_t \quad (41)$$

$$W_o^{(2)} = W_{in} = \hat{W} I_m \quad (42)$$

$$\hat{W} := \arg \min_{\hat{W}} \left\| W_s \Phi(P, K_i) - \Phi(P, K_i) I_m \hat{W} \right\|_2 \quad (43)$$

実際、一般には W_s は各要素が全てローパスな重みとなるので、 $\hat{W}$ もローパスでかつ (43) 式の右辺の H_2 ノルムを十分小さくするものとなり、 J_w と $\hat{J}_{id}$ の近似は良いものとなりやすい。また、結果として (12) 式の評価が (41)~(43) 式を用いた (36) 式に置き換えられている。このとき、 Λ に関する項は (19), (20) 式の射影により従属的に生じる項である。そのため、(42) 式の $W_o^{(2)}$ を用いることで Y_p が射影される空間が $W_o^{(1)}$ の周波数成分を多く含む空間となるため、 Λ に対する評価を行なうことで Φ に対する評価がより効果的になるものと考えられる。これにより補償器設計のための評価関数を考慮した閉ループ同定が可能となる。

【注意】 ここでは $W_o^{(1)}$, $W_o^{(2)}$, W_{in} は近似的な重みとしたが、 W_s が

$$W_s = \hat{W}_s I_t \quad (44)$$

の構造を持つ場合には (36) 式と (40) 式の評価は等価となる。

4. 統合化設計問題

前章の同定法を用いた統合化設計問題について設計手順をまとめる。

【Step 1】 (5) 式の公称モデル P_{m1} と周波数重み W_s , W_t を用いて補償器 K_1 を設計する。

【Step 2】 Fig. 1 の閉ループ系に基づいて同定実験を行う。

【Step 3】 Fig. 3 の閉ループ系に基づいてシミュレーションを

Fig. 4 Parallel inverted pendulums system

行う。ただし、 W_{in} は(42)式によって与えられる。

【Step 4】Step 3 で得られた x_{mw} , u_{mw} と (39) 式より得られる y_{pw} , u_{pw} を用いてモデル $\hat{P}_m$ を同定する。

【Step 5】 $P_{m2} = \hat{P}_m$ として補償器 K_2 を設計する。

【Step 6】Step 2 に戻り、同様の手順を繰り返す。

ここでは補償器設計問題を (2) 式の評価関数の最小化としたが、これをたとえば

$$\bar{J}_c = \left\| \begin{bmatrix} W_s(I + PK)^{-1} \\ W_t PK(I + PK)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (45)$$

としても、同定における参照入力を変えることで適用は可能となる。

5. 数 値 例

つぎに実際の物理モデルを想定した数値例によって提案手法の有効性を検証する。

5.1 設定条件

ここでは Fig. 4 に示されるような並列型の倒立振りシステムを考える。このシステムは入力をモータのトルク、出力を振り1, 2およびアームの回転角とする1入力3出力のシステムで、モータのトルクによって振子を安定化したままアームの回転角を制御するものである。また、振子の長さは50(cm), 40(cm)でそれぞれに重りがついたり、アームは半径が50(cm)規模のものである。このとき、このシステムを平衡点周りで線形近似することにより伝達関数は次式で与えられる。

$$P = \frac{1}{Den(s)} \times \begin{bmatrix} -1.52s^2(s+6.66)(s-6.64) \\ -2.96s^2(s+4.78)(s-4.77) \\ 1.28(s+6.66)(s-6.64)(s+4.78)(s-4.77) \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$Den(s) = s(s+1.62)(s+6.86) \times (s-6.75)(s+4.97)(s-4.87) \quad (47)$$

このシステムは振子の重りの位置をかえること、すなわち振子の固有振動数をかえることで制御の容易さがかえられることが知られているが、詳細は文献17)に示される。こ

では(46)式の P は重りを振子の根元からそれぞれ50(cm), 7(cm)の場所に付いているものとしたが、公称モデル P_{m1} は50(cm)と5(cm)の場所に付いているものを想定した。これは P_{m1} よりも P のほうが制御しにくいことに相当する。また、 P , P_{m1} は連続時間システムとして表現されるが、ここではこれをサンプリングタイム $T = 0.005(s)$ で z 変換したシステム $P[z]$, $P_{m1}[z]$ を考えるものとする。ただし、サンプリングタイムが短いため $P[z]$, $P_{m1}[z]$ が数値的に悪条件になり H_2 最適補償器を求めることが困難であったため、近似的に $P_{m1}(s)$ に基づき連続時間領域で補償器 $K(s)$ を設計し、これを離散時間補償器 $K[z]$ に変換するといった手順を踏んだ。また、同定されたモデルに関しても同様に一度連続時間領域に変換したのちにこれに基づいてつぎの補償器を設計した。さらに、同定実験においては P の入力端、出力端にそれぞれ SN 比が 3×10^{-2} 程度の高周波雑音を加え、参照入力としては M 系列信号を用いた。また、同定においては $i = 30$, $N = 8000$ を用い、補償器設計のための周波数重みは

$$W_s = \begin{bmatrix} W_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & W_{s3} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$W_{s1} = \frac{1000(s+20)(s+60)}{(s+0.1)(s+0.01)} \quad (49)$$

$$W_{s2} = \frac{1200(s+10)(s+50)}{(s+0.1)(s+0.01)} \quad (50)$$

$$W_{s3} = \frac{1300(s+80)}{s+1} \quad (51)$$

$$W_t = \frac{2(s+40)}{s+300} \quad (52)$$

を用いた。

5.2 結果

統合化設計に関する有効性は文献18)などによって広く示されているので、ここでは周波数重みを用いた部分空間同定法に重点をおきつぎの二通りの方法でシミュレーションを行った。

方法1 本論文における統合化設計。

方法2 周波数重みを用いない同定と、補償器の繰返し設計。それぞれの方法により5回の繰返しを行ったときの $J_c(P, K_i)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) の値の推移を Fig. 5 に示す。なお、 J_c の最小値は2984であり、図の実線で示される。これより方法1の有効性が理解できる。さらに、方法1,2ではじめに得られるモデル P_{m2} のゲイン線図をそれぞれ Fig. 6, Fig. 7 に示す。このシステムは1入力3出力であるため低感度化が達成されず、振子の出力端の外乱によって低周波数帯域での同定が難しくなる。そのため方法2では低周波数帯域での同定精度が良くない。一方、方法1では低周波数帯域での外乱除去が積極的に行われ、より正しい同定結果を得ている。これより、部分空間同定法に対して周波数重みが効果的に作用している様子が読みとれる。

Fig. 5 The value of J_c Fig. 6 Gain plot of P_{m2} (method 1) Fig. 7 Gain plot of P_{m2} (method 2)

6. おわりに

本論文では、周波数重みを考えた部分空間同定法を提案し、さらにこれを用いて、部分空間同定法と補償器の統合化設計法を提案した。また、数値例によって部分空間同定法に周波数重みの効果が有効に働いていることと共に、これを用いた統合化設計の有効性を示した。

参考文献

- 1) M. Gevers: Towards a Joint Design of Identification and Control?, Essays on Control, Trentelman, Willems Eds., (Birkhäuser) 111/151(1993)
- 2) L. Ljung: System identification - Theory for the User: Prentice-Hall(1987)
- 3) Z. Zang, R. R. Bitmead and M. Gevers: H_2 Iterative Model Refinement and Control Robustness Enhancement, 30th IEEE Conf. Decision and Control, 279/284(1991)
- 4) Z. Zang, R. R. Bitmead and M. Gevers: Disturbance Rejection: On-line Refinement of Controllers by Closed Loop

- Modeling, Proc. of ACC, 2829/2833(1992)
- 5) R. J. P. Schrama and Paul M. J. Van den Hof: An Iterative Scheme for Identification and Control Design Based on Coprime Factorization, Proc. of ACC, 2842/2846(1992)
- 6) R. J. P. Schrama: Accurate Identification for Control: The Necessity of an Iterative Scheme, IEEE Trans., **AC-37-7**, 991/994(1992)
- 7) 岡田, 杉江: 予測誤差法に基づく閉ループ同定と2自由度補償器の統合化設計, 計測自動制御学会論文誌, **32-1**, 55/61 (1996)
- 8) M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace Model Identification Part1. The Output-Error State Space Model Identification class of Algorithms, Int. J. Contr., **56-5**, 1187/1210 (1992)
- 9) M. Moonen, B. De Moor, L. Vandenberge and J. Vandewalle: On- and Off-line Identification of Linear State-Space Models, Int. J. Contr., **49-1**, 219/232 (1989)
- 10) P. Van Overschee and B. De Moor: N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic - Stochastic System, Automatica, **30-1**, 75/93 (1994)
- 11) B. De Moor and P. Van Overschee: Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identification, Trends in Control, A European Perspective, (A. Isidori Ed.), Springer, 385/422 (1995)
- 12) P. V. Overschee and B. De Moor: A Unifying Theorem for Three Subspace System Identification Algorithms, Automatica, **31-12**, 1853/1864 (1995)
- 13) P. V. Overschee and B. De Moor: Choice of State-space Basis in Combined Deterministic - Stochastic Subspace Identification, Automatica, **31-12**, 1877/1883 (1995)
- 14) M. Viberg: Subspace-based Method for the Identification of Linear Time - invariant Systems, Automatica, **31-12**, 1851/1851 (1995)
- 15) 岡田, 福島, 杉江: 公称モデルを用いた部分空間同定法, 計測自動制御学会論文誌, **33-3**, 182/188 (1997)
- 16) K. Glover and J. C. Doyle: A State Space Approach to H_∞ Optimal Control: Three Decades of Mathematical System Theory, H. Nijmeijer, J. M. Schumacher Eds., 179/218(1989)
- 17) 杉江, 岡田: 並列倒立振り子システムの H_∞ 制御, システム制御情報学会論文誌, **6-12**, 543/551 (1993)
- 18) 岡田, 杉江: 閉ループ同定を利用した補償器の繰返し設計法, 計測自動制御学会論文誌, **32-3**, 313/319 (1996)

《付 録》

A. 公称モデルを用いた部分空間同定法

同定法のアルゴリズムを以下に示す。まず、実験により P の出力 y_p , 入力 u_p と, シミュレーションによりモデルの入力 u_m と状態 x_m が与えられているものとする。また, $A(i:j, k:l)$ は A の i から j 行, k から l 列によって得られる部分行列とし, $A(i:j, :)$ は A の i から j 行によって得られる部分行列とする。
[Step 1] (14) 式と同様に Y_p , U_p , U_m をそれぞれ y_p , u_p , u_m から求め, (15) と同様に X_m を求める。ただし,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} = i \times m + n \quad (\text{A.1})$$

とし, 行フルランクであることを仮定する。

[Step 2] 次式より D_1 , D_2 , D_3 , D_4 をもとめ,

$$(D_1, D_2, D_3, D_4)$$

$$= \arg \min_{D_1 \sim 4} \left\| \begin{bmatrix} Y_p \\ U_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ U_m \end{bmatrix} \right\| \quad (\text{A.2})$$

さらに,

$$L = D_1 - D_2 D_4^{-1} D_3 \quad (\text{A.3})$$

$$M = D_2 D_4^{-1} \quad (\text{A.4})$$

より L, M を求める.

【Step 3】このとき, A_p, C_p の推定値 $\hat{A}_p, \hat{C}_p$ は

$$\hat{A}_p = L^\dagger (1 : (i-1)\ell, :) L(\ell+1 : i\ell, :) \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{C}_p = \left[\sum_{k=1}^i L((k-1)\ell+1 : k\ell, :) \right] \left[\sum_{k=0}^{i-1} \hat{A}_p^k \right]^\dagger \quad (\text{A.6})$$

より得られる.

【Step 4】 B_p, D_p の推定値 $\hat{B}_p, \hat{D}_p$ は

$$L^\perp M = L^\perp H_p \quad (\text{A.7})$$

の関係より

$$\Xi := L^\perp M \quad (\text{A.8})$$

として

$$\begin{bmatrix} \Xi(:, 1:m) \\ \Xi(:, m+1:2m) \\ \vdots \\ \Xi(:, (i-1)m : im) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^\perp(1:\ell, :)^T & \cdots & L^\perp((i-1)\ell+1:i\ell, :)^T \\ L^\perp(\ell+1:2\ell, :)^T & & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ L^\perp((i-1)\ell+1:i\ell, :)^T & \cdots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_\ell & 0 \\ 0 & L(1:(i-1)\ell, :) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{D}_p \\ \hat{B}_p \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

の関係より得られる.

[著者紹介]

岡田 昌史 (正会員)

1969年3月21日生. 1992年3月京都大学工学部精密工学科卒業. 1994年3月同大学大学院修士課程(応用システム科学専攻)修了. 1996年9月同大学大学院博士課程終了. 1996年10月日本学術振興会特別研究員(PD). 1997年2月東京大学大学院工学系研究科リサーチ・アソシエイトとなり現在に至る. ロバスト制御, システム同定, ロボット工学の研究に従事. 博士(工学). システム制御情報学会, 日本ロボット学会の会員.

杉江 俊治 (正会員)

1978年京都大学大学院修士課程修了, 84年同博士後期課程研究指導認定退学, 78年~80年日本電信電話公社勤務, 85年大阪府立大学工学部助手, 88年京都大学工学部助教授, 97年京都大学大学院工学研究科教授, となり現在に至る. 88年~89年ウォータールー大学, およびトロント大学客員研究員. ロバスト制御, ロボット工学の研究に従事. 工学博士. 1991年システム制御情報学会榎木記念論文賞, 1994年計測自動制御学会論文賞(武田賞)および著述賞を受賞. システム制御情報学会, ロボット学会, IEEEの会員.