仮想物体の弾性モデルに関する検討

広 田 光 一*・金 子 豊 久*

A Study on the Model of an Elastic Virtual Object

Koichi HIROTA* and Toyohisa KANEKO*

In the practical application of virtual reality technology, such as surgical simulation, feedback of force is strongly needed and various force feedback devices have been developed. However, for the interaction with the virtual object using force, not only the interface device but also the kinetic model of the object must be implemented. In this paper, calculation methods of elastic virtual object model are discussed.

The simulation algorithm of the transformation can be divided in two parts: the transformation model and the solving method. In our algorithm, we combined the physical elastic model with the differential solving method. The physical elastic model allows us to define the elasticity of the model by physical parameters, and the differential solving method provides us short simulation cycle time that is essential to the real-time interaction interface.

A prototype environment to interact with the proposed model through 3d pointing device was developed. By the prototype, real-time operations such as pulling and cutting on to the model was proved to be possible.

Key Words: transforming object, virtual object, virtual environment

1. はじめに

仮想空間を利用したアプリケーションとして、手術シミュレーションなどの具体的なものが検討されるようになってきた^{1),2)}。このような、アプリケーションにおいては力の感覚のフィードバックの必要性が指摘されているが、力のフィードバックには、仮想物体の力学モデルが不可欠である。また、柔らかな臓器などの表現においては、対象が操作に対して現実的な変形をすることが望まれる。

変形する対象の表現へのアプローチは、幾何学的方法と物理学的な方法とに分けて考えることができる。幾何学的方法に関しては境界条件を伴うフィッティングの問題を対象としてCGの領域で検討されてきている^{3),4)}。また、このような変形に関する実時間での直接的な操作の実現も試みられている⁵⁾。しかしながら、上述のように、仮想空間における操作に関しては力覚のフィードバックの必要性が指摘されており、その実現を考えると幾何学的方法は十分とは言えない。

物体の物理的変形に関しては、これまで計算力学の領域で議論されてきており、有限要素法による解法などが確立されている⁶⁾。また、これをCGなどに応用することも試みられている⁷⁾。この方法は、弾性体の正確なモデル化と精度の高

い計算という点では優れているが、仮想空間実現のように実時間での処理には計算量が大きすぎる欠点がある。これに代わる方法として、質点とその間の力学的結合により対象を表現する方法（以下、バネモデル）が提案されている^{8),9)}。この方法は、有限要素法などに比べて、1シミュレーションサイクルあたりの計算量は少ないが、結合を表現するバネの定数の決定方法などに問題を残す。

本研究では、有限要素法とバネモデルの利点を組み合わせることで、仮想空間でのリアルタイムでのインタラクションに適した計算方法を提案する。

2. 仮想弾性物体のモデル

有限要素法による弾性体の変形の計算は、弾性力学に基づくモデル（以下、弾性モデル）を用いて力および剛性マトリックスを求める過程と、これらに基づいて変形を計算する過程とからなる。このうち、後者の過程が自由度数×自由度数の行列の逆行列計算を伴い、計算量を増大させていた。

一方、バネ-マスモデルは、バネのネットワークにより弾性変形特性を近似的に表現し、これによって生じる力をもとにノードに配置された質点要素を加速度運動させる一種の差分法（以下、運動法）により解いていた。バネモデルは、その意味付けに関して物理学的な明快さを持つが、弾性変形を記述する一般的な物理定数であるヤング率、ポアソン比などの値をモデルに反映する方法、さらに一般的には、様々な方向に張られるバネのバネ定数の決定方法が確立されていないことが問題である。

* 豊橋技術科学大学 情報工学系 豊橋市 天伯町 雲雀ヶ丘 1-1

* Department of Information and Computer Sciences, Toyohashi University of Technology, Toyohashi.

(Received May 8, 1996)

(Revised November 28, 1997)

Fig. 1 Elastic and spring models

以下では、有限要素法で確立されている弾性モデルと、バネモデルで利用されているノードを加速度運動させる方法（運動法）を組み合わせることで、物理的定数が反映できかつ実時間での計算が可能な方法が得られることを示す¹⁰⁾。また、これを従来の方法と比較し、その利点と問題点を明らかにする。既に述べたように、運動法は一種の差分法であり、古典的には有限要素モデルの解法としても利用されているが、これはむしろ計算に必要なメモリ容量に注目したものであった。本研究は、実時間性の高いインタラクションの実現を目指すもので、目的および価値観を異にする。

なお、ここでは対象を表現するための基本要素の形状を四面体にかぎることとする。有限要素法で用いられる要素の形状および内挿関数は様々なものが提案されており、また、バネモデルについてもノード間の結合の方法は大きな自由度をもつが、弾性モデルについては四面体一次要素、バネモデルについては四面体の頂点間を6本のバネで結合した体積要素を仮定する（Fig. 1）。さらに、有限要素モデルの解法も多数存在するが、以下の検討では、非線形方程式の解法として最も一般的なニュートン・ラプソン法による方法（以下、NR法）を扱う。

このように、対象の形状を四面体要素で構成することは、表面形状が三角形ポリゴンで表現されることから、ポリゴンベースのグラフィクス表現に適しているほか、切断などの操作に伴う形状の変化または再定義が容易であるなど、応用に際しても利点が予想される。

3. 弾性モデル+運動法の計算

ここでは、弾性モデルと運動法の組合せによる変形計算の方法を示す。

3.1 弾性モデルによる力の計算

四面体一次要素により、ひずみ-応力状態を近似的に計算する⁶⁾。ここでは、要素内の質量を頂点に分配して持たせ、また、外力を頂点に集中させることで、内力と外力とを区別せずに扱うものとする。要素の内部の歪みエネルギー変化は次の式で与えられる。

$$\delta E = \int_v \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv$$

右辺の積分の計算にあたっては、次のような変数変換を行うのが一般的である。すなわち、変数変換によって、要素内

の位置 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ は変数 $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ を用いて、次のように表現される。

$$\mathbf{x} = N(\boldsymbol{\xi})\mathbf{X}$$

ここに、

$$N(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} 1 - \xi_1 - \xi_2 - \xi_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

積分における変数変換に関するヤコビ行列は

$$J = \left[\left(\frac{\partial x_j}{\partial \xi_i} \right)_{ij} \right] = \left[\left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi_i} \right)_{ij} \right] \mathbf{X}$$

以上の変数変換により、また、四面体一次要素においては被積分関数が積分変数が積分変数によらない定数となることから、歪みエネルギーの積分は次のように書き換えることができる。なお、総和の記号は、特にわかりづらい場合を除いて省略する。

$$\delta E = \frac{1}{6} \det[J] \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = Vol \times \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}$$

ここに、 Vol は四面体要素の体積である。ひずみと変位のグリーンの歪みの式として知られる次の関係式で与えられる。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)$$

ここに、

$$\left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)_{ij} \right] = J^{-1} \left[\left(\frac{\partial N_j}{\partial \xi_i} \right)_{ij} \right] \mathbf{U} \equiv \mathbf{A} \mathbf{U}$$

であることを利用すると、結局ひずみは次で与えられる。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} ((\mathbf{A} \mathbf{U})_{ij} + (\mathbf{A} \mathbf{U})_{ji} + (\mathbf{A} \mathbf{U})_{ik} (\mathbf{A} \mathbf{U})_{jk})$$

応力の計算は、ここでは等方弾性体を仮定してフックの法則を適用する。フックの法則は次の式で与えられる。ただし、第3項は粘性を導入するために拡張されたものである。

$$\sigma_{ij} = \alpha \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + \beta \varepsilon_{ij} + \gamma \frac{(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p)}{\tau}$$

ここに、

$$\alpha = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \beta = \frac{E}{(1+\nu)}$$

なお、 τ はシミュレーションにおける時間離散化の間隔であり、 ε_{ij}^p は τ だけ以前のひずみを意味する。この中に現れる E および ν は弾性体の性質を規定する物理的定数でヤング率およびポアソン比である。第3項は歪み速度に比例した応力を発生させ、係数 γ はその程度を決定するために導入された。

以上を用いて次の式により力を求める。

$$T_{kl} = - \frac{\partial \delta E}{\partial \delta u_{kl}} = -Vol \times \sigma_{ij} \frac{\partial \delta \varepsilon_{ij}}{\partial \delta u_{kl}}$$

ここに、

$$\frac{\partial \delta \varepsilon_{ij}}{\partial \delta u_{gh}} = \frac{1}{2} \{ A_{ig} ((\mathbf{A} \mathbf{U})_{jh} + I_{jh}) + A_{jg} ((\mathbf{A} \mathbf{U})_{ih} + I_{ih}) \}$$

3.2 運動法による変位の計算

質点要素に作用する力は、これに接続しているすべての四面体要素から受ける力 $\mathbf{T}$ と外力 $\mathbf{F}$ との総和としてもとめられる。また、質点要素に付与される質量は、それぞれの四面体

要素の体積と密度から計算される質量の1/4を各頂点に与えるものとした。この結果、質点要素に与えられる質量を m と表現する。質点要素の運動は、加速度が計算時間間隔の間変化せず次の値をとるものとして計算される。

$$a_0 = (F + T)/m + g$$

この加速度による運動は質点要素に付与されている粘性項の影響を考慮して次の式により計算される。ただし、 τ は計算の時間間隔である。

$$\begin{aligned} v(\tau) &= v_0 \exp(-\frac{c}{m}\tau) + \frac{a_0}{c}(1 - \exp(-\frac{c}{m}\tau)) \\ u(\tau) &= u_0 + (\frac{m}{c}v_0 - \frac{m^2}{c^2}a_0)\{1 - \exp(-\frac{c}{m}\tau)\} \\ &\quad + \frac{m}{c}a_0\tau \end{aligned}$$

これは、

$$\frac{dv(t)}{dt} = a_0 - \frac{c}{m}v(t), \quad v(0) = v_0, u(0) = u_0$$

を解いたものである。 $c \rightarrow 0$ の極限値は

$$\begin{aligned} v(\tau) &= v_0 + a_0\tau \\ u(\tau) &= u_0 + v_0\tau + \frac{1}{2}a_0\tau^2 \end{aligned}$$

となり、粘性がない場合の運動方程式の解と一致する。

4. バネモデル+運動法の計算

ここでは、上述の方法の比較の対象であるバネモデルと運動法の組合せによる変形計算の方法について述べる。また、物理定数をもとにモデルのバネ定数を決定する方法についても説明する。

4.1 バネモデルによる力の計算

四面体を単位要素とし、その頂点同士がバネおよびダンパの並列接続によって結ばれているモデルを仮定する。この要素がある変形を生じているとき、各頂点に作用していると考えられる力を以下のようにして求める。

$$T_i = \frac{l_{ij}}{|l_{ij}|} \{k_{ij}(|l_{ij}| - |l_{ij}^0|) + c_{ij} \frac{(|l_{ij}| - |l_{ij}^0|)}{\tau}\}$$

ここに、

$$\begin{aligned} l_{ij} &= (x_i + u_i) - (x_j + u_j) \\ l_{ij}^0 &= x_i - x_j \end{aligned}$$

また、 k_{ij} および c_{ij} はバネおよびダンパの定数、 l_{ij}^0 および l_{ij}^p は自然状態および時間 τ だけ前の l_{ij} の値である。

4.2 運動法による変位の計算

変位の計算は弾性体要素の場合と同様に計算される。

4.3 バネモデルによる弾性モデルの近似

バネモデルは、弾性モデルに比べて計算量が少なく、また、その振る舞いに関する直感的な理解が容易であるといった利点を持つが、物理的な特性が与えられた際の各バネのバネ定数の決定方法が明確にされていなかった。ここでは、変形を与えた際の弾性モデルとバネモデルとが発生する力を比較し、その二乗誤差を最小にするようにバネ定数を決定する方法を提案する。

頂点の変位 u^i が与えられたとき、弾性体モデルに基づく力

T_i^e がもとめられる。一方、バネモデルにおいて発生される力は、バネモデルの力の計算式の第1項を取り出して、

$$T_i^s = \frac{l_{ij}}{|l_{ij}|} \{k_{ij}(|l_{ij}| - |l_{ij}^0|)\} \equiv k_{ij}e_{ij}$$

すべての頂点について何通りかの試行に対してバネモデルにより求められた力と弾性モデルにより求められた力との差の二乗和を求めると、

$$E^2 = \sum_h \sum_i \sum_l \{T_{hil}^e - \sum_j (k_{ij}e_{hijl})\}^2$$

ここに、 h は試行を表すインデックス、 l は座標軸を区別するインデックスである。これを最小にする k^{ij} は次により求められる。

$$\frac{\partial E^2}{\partial k_{mn}} = 2 \sum_h \sum_i \sum_l (T_{hil}^e - \sum_j k_{ij}e_{hijl})(-e_{hmn}) = 0$$

頂点の組み合わせ (m, n) および (i, j) が各々6通りを持つことから、この式は k_{ij} に関する6個の一次式を意味する。これらを連立方程式として解くことで、これを決定することができる。

以上の計算方法によりバネ定数を決定したバネモデルと弾性モデルについてその変形の様子を比較した。四面体要素単体について、頂点の変位に対して発生する力を比較した。ここでは、四面体の形状は、頂点を次の位置に持つものとした。

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} [m]$$

また、バネ定数の決定にあたっては、各頂点を各軸正および負の方向に単独に0.01[m]変位させることで合計24回の試行を行い、この結果について上述の計算を行っている。頂点3(x^3 が定義されている頂点)を x 方向および z 方向に変位させた際に発生する力を、弾性体モデルおよびバネモデルで比較した結果をFig. 2に示す。なお、ここでは次の物理定数を使用した。

$$\begin{aligned} E &= 1.0 \times 10^4 \quad [N/m^2] \\ \nu &= 0.3 \quad [-] \end{aligned}$$

以上の様な条件では、バネモデルの方が剪断方向の変形に対しては柔らかく、また、引っ張り方向の変形に対しては堅いものとなっていた。これは、少なくとも一部の形状および物理定数についてはバネモデルにより弾性モデルを精度よく近似することが難しいことを示している。また、このような特性は四面体の4頂点を結ぶ6本のバネによる表現では自由度が不十分であることから生じているものと考えられる。

5. 弾性モデル+NR法の計算

ここでは、筆者らが提案している方法のもう一つの比較の対象である有限要素法による変形計算について述べる。

5.1 弾性モデルによる力の計算

弾性体が発生する力は、運動法の際に求めたのと同様の方

Fig. 2 Difference in the transformation of tetrahedral elements

法で計算される。さらに、NR法では変位に伴って質点要素が発生する力を変位の関数として求める必要がある。すなわち、質点要素の慣性力および粘性力であるが、これは次のように計算される。

$$\mathbf{T}' = m(\mathbf{u} - 2\mathbf{u}^p + \mathbf{u}^{pp})/\tau^2 - c(\mathbf{u} - \mathbf{u}^p)/\tau + m\mathbf{g}$$

ここに、 $\mathbf{u}^p$ は時間 τ だけ前の変位、 $\mathbf{u}^{pp}$ は時間 2τ だけ前の変位を意味する。以上で求めた力 $(\mathbf{T} + \mathbf{T}')$ と外力 $(\mathbf{F})$ との総和を0とするような変位を求めるのが変位の計算の過程となるが、変位に関する非線形な連立方程式となり、解析解を求めることはできない。したがって、以下のようにニュートン・ラプソン法による収束計算により近似解を計算する。

5.2 NR法による変位の計算

NR法の計算では、現在求められている変位状態における剛性を表す接線剛性マトリクスを求める必要がある。この要素は、質点要素の運動による慣性力・粘性力、四面体要素による力などによる剛性の総和として求められる。まず、弾性体の変形の剛性による接線剛性マトリクスは次で与えられる。

$$\frac{dT_{mn}}{du_{gh}} = -Vol \times \left(\frac{ds_{ij}}{du_{gh}} \frac{d\delta\epsilon_{ij}}{d\delta u_{mn}} + \sigma_{ij} \frac{d\delta\epsilon_{ij}}{d\delta u_{mn} du_{gh}} \right)$$

インデックス mn および gh により表される自由度に対応した接線剛性マトリクス K の行および列に求められた値を加算していく。ここに現れる各項は、具体的には次により計算される。

$$\frac{d\epsilon_{ij}}{du_{gh}} = \frac{1}{2} \{ A_{ig}((AU)_{jh} + I_{jh}) + A_{jg}((AU)_{ih} + I_{ih}) \}$$

$$\frac{ds_{ij}}{du_{gh}} = a \frac{d\epsilon_{kk}}{du_{gh}} \delta_{ij} + (b + \frac{c}{\tau}) \frac{d\epsilon_{ij}}{du_{gh}}$$

$$\frac{d\delta\epsilon_{ij}}{d\delta u_{mn} du_{gh}} = \frac{1}{2} (A_{im} A_{jg} + A_{jm} A_{ig}) \delta(hn)$$

一方、質点要素の変位に伴って発生する慣性力および粘性力による接線剛性マトリクスの係数は以下の式により計算される。

$$\frac{dT_{ij}}{du_{kl}} = -(m/\tau^2 + c/\tau) \delta_{ik} \delta_{jl}$$

これは、 K の上で、対角成分のみに値を発生させる。以上のようにして求めた現在の変位 $\mathbf{u}_0$ に対して各質点要素が受ける力および接線剛性マトリクス K をもとに、変位の修正量 $\delta\mathbf{u}$ を計算する。これは次を計算することでもとめられる。

$$\delta\mathbf{u} = -K^{-1}(\mathbf{T} + \mathbf{T}' + \mathbf{F})$$

この計算は掃き出し法による。この作業を、力 $(\mathbf{T} + \mathbf{T}' + \mathbf{F})$ が十分に小さくなるまで繰り返す。

6. モデルの比較

ここでは、以上の3通りの計算方法について変形の特性および計算時間などを比較する。

6.1 弾性体モデルとバネモデルとの変形の比較

四面体要素を複数組み合わせることで表現した対象物について、力に対する変形の様子を観察した(Fig. 3, Fig. 4)。ここでは、四面体要素5個を用いて直方体を構成し、さらにこれを $4 \times 4 \times 4$ 個用いて、一辺が0.1[m]の立方体形状を構成した。底面の中心付近の5点を拘束した上で、上面に x 方向および z 方向の分布力を与えることで生じた変形を計測している。いずれのモデルについても運動法を用いて解いているが、後述の過渡特性の影響を避けるため、モデルが安定するまで十分なシミュレーション時間をとっている。なお、使用した物理定数は次のようである。

$$\begin{aligned} E &= 1.0 \times 10^4 \quad [\text{N/m}^2] \\ \nu &= 0.3 \quad [-] \\ \rho &= 2.0 \times 10^3 \quad [\text{kg/m}^3] \\ g &= (0, 0, -9.8) \quad [\text{m/s}^2] \end{aligned}$$

ただし、重力加速度はFig. 3の重力による変形例のみで用いられ、他では $0[\text{m/s}^2]$ (無重力)に設定されている。

ここでも、剪断方向の変形に対しては柔らかく引っ張りに対しては堅いという、単体の場合と同様な傾向が観察されたが、単体の場合ほど顕著なものとはなっていない。縦横の伸縮比(ポアソン比)に関しては、弾性モデルが比較的忠実にこれを再現しているのに対して、バネモデルでは反映されているとはいえない。

6.2 運動法とNR法との比較

運動法は後述のように計算量がNR法に比べて少ないという利点を持つが、変形の過渡特性が悪く、また、振動をおこし発散しやすいことが経験的に明らかになっている。このような振動・発散の例をFig. 5に示す。これは、上述の変形の比

Fig. 3 Difference in the transformation of composite objects

較に用いたのと同じ物理定数で、計算時間間隔 0.01[s]、質点要素に付与された粘性 $c = 3.0$ [N/(m/s)] とし、上面に 5[N] の分布荷重を作用させたものである。過渡特性の問題は、力の作用の影響が一回の計算サイクルで隣接する質点要素にしか及ばないことから生じるもので、バネモデルにおいては、より離れた質点要素相互を結合することで、力の伝達速度を改善できると考えられる。振動は、質点要素に付与される粘性項の影響を強くすること、シミュレーション時間間隔を短くすることなどで押さえることができると考えられるが、粘性の少ない物体の表現が難しくなる、計算量が増大するなどの問題がある。NR 法では、対象が力学的に安定な状態にある範囲ではこのような振動・発散は生じない。

6.3 計算量に関する比較

弾性およびバネによるモデルに基づく力の計算、運動方程式に基づく質点要素の移動の計算に要する計算量は次のように見積もられる。まず、上述の計算式に基づいて加減・乗・

Fig. 4 Examples of the transformation of a composite object

Fig. 5 Oscillation and divergence in Accelerated Motion (AM) method

除および平方根の演算回数を調べるとおよそ Table 1 のようになっている。ここに、 m は四面体要素の数、 n は質点要素の数、 f は自由度の数である。

四面体要素を複数組み合わせることで定義された対象物では、四面体要素の数と質点要素の数との関係は形状とその定義方法に依存するが、ここでは、変形の例としてあつかった立方体形状について計算する。四面体要素の数 m は $4 \times 4 \times 4 \times 5 = 320$ 、質点要素の数 n は $5 \times 5 \times 5 = 125$ である。また、自由度の数 f は $3 \times n = 375$ である。各演算をいずれも 1[op] で計算できるとして演算回数をもとめ、実測と比較した (Table 2)。ただし、NR 法では 1 回の計算で収束した場合の値を示している。なお、実測に使用した計算機は hp-9000-715-64 である。

結果は、厳密に一致しているとはいいがたいが、実測値は見積もり計算量をおよそ反映したものとなっている。NR 法の運動の計算において試算が実測に比べて大きく見積もられているのは、実測のプログラムの掃き出し法の部分に疎行列

Table 1 計算に要する演算回数

	計算	加減算	乗算	除算	平方根	指数
弾性モデル (運動法)	力	180m	171m	0	0	0
	変位	10n	26n	2n	0	1n
バネモデル (運動法)	力	84m	66m	6m	6m	0
	変位	10n	26n	2n	0	1n
弾性モデル (NR法)	力	180m+21n	171m+15n	6m	6m	0
	変位	12341m+2n+(f+1)f.f	4177m+3n+(f+1)f.f	f+1	0	0

Table 2 計算時間の実測

	計算	計算 [op]	実測 [ms]
弾性モデル (運動法)	力	112320	15.36
	変位	4875	0.67
バネモデル (運動法)	力	51840	6.45
	変位	4875	0.67
弾性モデル (NR法)	力	116820	18.30
	変位	107836761	3270.74

Fig. 6 Interface device for the prototype environment

の特性を考慮した高速化の工夫がなされているからである。

7. 操作シミュレーション環境

このようなモデルにより表現された仮想物体を操作するための環境を試作した。操作者による対象の柔らかさの認識は触力覚を通して行われるのが普通であるが、弾性モデルを用いることのこれ以外の意味として、柔らかい対象の変形状態の視覚的認識を通してその力学的特性を理解させる効果も期待される。

ここでは、力のフィードバックは行わずに変形の指示のみを行うことができるインタフェースを用意した。これは、ピンセットなどの道具を用いた操作を想定したもので、道具の先端位置を計測入力することができる。左右両手に道具をもった場合の協調作業を考慮して3自由度の計測自由度をもつアームを2本用意し、また、操作の指示のために押しボタンを持たせた (Fig. 6)。各自由度の回転角度はポテンシオメータおよび A/D コンバータをによって計測され、これをもとに先端位置が計算される。この情報は、シリアル回線を通じてホストの GWS に送られ、映像上のツールの動きに反映される (Fig. 7)。

このようなインタフェースを用いて、操作シミュレーションを行う環境を試作した (Fig. 8, Fig. 9)。なお、前章で用い

Fig. 7 System diagram of the prototype environment

Fig. 8 Screen image of the prototype environment

た立方体形状について弾性モデル+運動法による計算を行った場合、描画を含めた変形操作の更新レートは6.9[frames/s]であった。この環境では、手術シミュレーションを想定して、対象の収縮・硬化および切断のシミュレーションも付加した。前者は要素の自然状態での寸法を縮小し、ヤング率を大きくすることで、後者は、要素の境界に沿って対象を分割することで実現された。

なお、切断における要素の分離は、刃先を直線分とみなし、この直線分とモデルに含まれるノードとの距離が閾値以下となった場合に、そのノードを二重化する方法で実現された。その際に、二重化前のノードに接続されていた要素を二重化により生成されたノードに対して、切断面の方向に基づいて振り分ける必要があるが、ここで示した例では、左右方向(x軸方向)への分割という単純化された仮定が用いられた。また、切断の際の力の計算は、ここでは行っていない。一般に、刃物などによる切断では、応力集中による材料の破壊というメカニズムをモデル化する必要があり、その実現は今後検討すべき事項の一つである。

Fig. 9 Examples of operations onto the model

8. おわりに

柔らかい仮想物体の実現方法として、弾性体モデルと差分法の組合せによる計算方法を提案した。これにより、物理的な特性を直接定義することが可能でかつ実時間性の高い計算ができることを確かめた。

この方法の問題点として、変形における過渡特性と変形計算の不安定性をあげることができる。過渡特性の問題は、対象の内部での力の伝搬がノードの移動に伴って発生し、このため、1回の計算サイクルにおいて1結合分の伝搬しかしないことによる。1サイクルでのシミュレーション時間を小さくすることで現実の現象に近づくことが予想されるが、実時間での変形を考えると限界がある。

一方、不安定性はノードの加速度を離散的に計算していることから生じるもので、特に変位に対する力の変化が大きい場合に生じる。安定化のためにノードの運動に粘性を持たせ、この部分のみを解析的に解くことを行っているが、ノードに与えられる粘性は同時に過渡特性の劣化をもたらすため、できるだけ小さいことが望ましい。この粘性を力の状態に応じて適応的に決定する方法の検討が今後の課題の一つであろう。

これらと異なる視点からみたモデルの変形特性に関する問題として、体積の保存に関するものをあげることができる。手術シミュレーションなどで表現の対象となる臓器のように水分を多く含む変形物体は、水が非圧縮性であることから、変形に際して体積をほぼ保存する性質を持つと考えられる。しかしながら、本研究で用いたバネモデルおよび弾性モデルにはこのような制約が導入されていないため、必ずしも体積は保存されない。このような制約は流体のモデル化においては一般的に用いられているものであり、ここでの手法がこの

問題の解決の参考になると考えている。

体積の保存とも関係する問題として「裏返り」の問題がある。バネモデルおよび弾性モデルで記述された要素は、ノードの配置が鏡像にあたる状態（「裏返った」状態）においても同様に安定となることから、変形の状態によっては力などの条件を初期の状態に戻しても、変形が初期状態に戻らず、同時に体積を損なうという不都合を生じる。この問題に対しては、力の伝搬速度を考慮したモデル化を行うことで、これを回避する手法が提案されている¹¹⁾。

参 考 文 献

- 1) 青野 雅樹, 大淵 竜太郎, 宮崎 達夫: 仮想環境における脳手術シミュレーション, グラフィクスとCAD, **74-8**, 41/46 (1995)
- 2) E. Kitagawa, T. Yasuda, S. Yokoi, J. Toriwaki: Interactive Voxel Data Manipulation System for Surgical Simulation, Proc. IEEE International Workshop on Robot and Human Communication, 204/209 (1994)
- 3) M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos: Snakes: Active Contour Models, Int'l J. Computer Vision, **1-3**, 321/331 (1988)
- 4) R. T. Whitaker: Volumetric deformable models: active blobs, SPIE, **2359**, 122/134 (1994)
- 5) J. Yamashita, and Y. Fukui: A Direct Deformation Method, Proc. VRAIS'93, 499/504 (1993)
- 6) 矢川, 吉村: 計算力学と CAE シリーズ 1: 有限要素法, 培風館 (1991)
- 7) D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer: Elastically Deformable Models, Computer Graphics, **21-4**, 205/214 (1987)
- 8) A. Norton, G. Turk, B. Bacon, J. Gerth, and P. Sweeney: Animation of fracture by physical modeling, Visual Computer, **7**, 210/219 (1991)
- 9) 矢野, 岩田: 自律的自由曲面を用いた仮想環境による協調作業, 電学論 C, **115-2**, 215/222 (1995)
- 10) K. Hirota, T. Hattori, and T. Kaneko: Implementation of Elastic Objects in Virtual Environment, Proc. MMJ'96, 242/248 (1993)
- 11) 宮崎, 安田, 横井, 鳥脇: 弾性物体を対象とした仮想空間操作環境のモデリング, 中京大学 SCCS Technical Report, No.96-2-01, 1/16 (1996)

[著 者 紹 介]

広 田 光 一 (正会員)

1988 年 東京大学 工学部 産業機械工学科 卒業、1990 年 同 大学院 産業機械工学専攻 修士課程 修了、1994 年 同 博士課程 修了、1995 年 豊橋技術科学大学 情報工学系 助手、現在に至る。主にヒューマン・インタフェースの研究に従事。

金 子 豊 久

1962 年 東京大学 工学部 電気工学科 卒業、1964 年 修士課程 修了、1970 年 プリンストン大学 博士課程 修了 (Ph.D.)、同年 IBM 入社 ワトソン研究所研究員、1982 年 日本 IBM 東京基礎研究所・東京サイエンス・フィクセンター長など歴任、1994 年 豊橋技術科学大学 情報工学系 教授。主に医用画像処理とCGの応用に関する研究に従事。ACM, IEEE, 電子情報通信学会 各会員。