経路探索を含めた複数台マニピュレータの協調動作軌道計画

毛利 彰*・平野 剛*・山本 元司*

Trajectory Planning for Cooperative Multiple Manipulators with Path Search

Akira MOHRI*, Go HIRANO* and Motoji YAMAMOTO*

This paper proposes an algorithm to determine sub-optimal paths and trajectories for cooperative multiple manipulators which transfer an object from a given start point to a given goal point. In this problem, we use a path parameter 's' which does not depend on the time 't' explicitly and represent dynamics of manipulators and the object with it. A quantity $\lambda(s)$ which connects the time 't' and the path parameter 's' is introduced. Both joint paths and $\lambda(s)$ are approximated by using B-spline. Sub-optimal paths and $\lambda(s)$ are determined by considering the boundary conditions of both end points and the driving torque/force constraint of each joint of each manipulator and/or the internal force constraint. Redundancy of force exists in this system, so we use this degree of freedom to refine trajectories. We apply this algorithm to two-manipulator system. Simulation results show the effectiveness of the algorithm.

Key Words: multiple manipulators, cooperation, path and trajectory planning, path parameter, B-spline

1. はじめに

複数台のマニピュレータを協調的に使うことによって、一台のマニピュレータでは困難だった作業も行なうことができるようになる。例えば細長い重量物を移動させる場合、単一マニピュレータでは機構的にオープンループとなるので苦手の作業であるが、2台のマニピュレータを使うとクローズドループとなり、1台あたりの重量による負荷が半減するだけでなく、モーメントによる負荷も大幅に減少する。

複数台マニピュレータに関する従来の研究のひとつに、共通の物体を保持してある位置まで移動させるときの軌道計画問題^{1)~4)}がある。しかし従来の研究では移動経路はあらかじめ与えられ、その上で関節トルク等を最適化して望ましい軌道を求めている。経路を予め与えるよりマニピュレータの機構的制約に適した経路を生成する方が、最適化を考える上では好ましい。そこで関節トルクとともに移動経路を最適化することにより、より良い軌道計画を行なうことを考える^{5),6)}。また、複数台のマニピュレータで一つの物体を把持する場合、各マニピュレータから物体に加わる手先力を制限しなければならない場合もある。

そこで本論文では、複数台のマニピュレータが協調して一つの物体を運ぶ場合の近似最適な経路及び各関節トルクを求

める方法について述べる。ここでは経路パラメータ s という無次元数によって経路を表現し、そしてこの経路パラメータと時間を対応づける曲線 $\lambda(s)$ と移動経路を B-スプライン曲線によって近似する。B-スプライン曲線を用いるのは、得られる最終経路がなめらかな曲線となるためで、これにより現実的な軌道を計画できる。また、力の冗長自由度である y の近似最適化も考える。そのとき対象物に過大な力が加わらないように関節トルクを制限する。

本稿では以下の構成をとる。2章で複数台のマニピュレータによって対象物を扱う場合の問題を定式化し、3章では経路パラメータ、およびそれを用いてマニピュレータと対象物のダイナミクスを表現する方法について述べる。4章では経路および $\lambda(s)$ の B-スプライン近似とその最適化、5章でこの系に存在する力の冗長自由度について説明し、その有効利用について考える。最後に6章でこれらの手法を適用した例題について説明する。

2. 問題の設定

2.1 系のダイナミクス

ここでは Fig. 1 に示すような、 n 台の $m_i (i=1, \dots, n)$ 関節マニピュレータが単一の対象物を保持する場合を考える。各マニピュレータのエンドエフェクタが対象物をしっかりと掴み、与えられた始点から終点まで対象物を移動させるものとする。各マニピュレータは空間上で任意の位置姿勢がとれるだけの自由度を有し、マニピュレータのエンドエフェクタと対象物との間には相対的な運動はないものとする。座標系としてワールド座標系 $\sum_W$ 、対象物に固定された対象物座

* 九州大学工学部 福岡市東区箱崎 6-10-1

* Faculty of Engineering, Kyushu University, Higashi-ku, Fukuoka

(Received May 9, 1996)

(Revised February 20, 1997)

Fig. 1 System overview

標系 Σ_C 、各マニピュレータのベースに固定されたベース座標系 Σ_B の3種類を考える。対象物の移動経路はワールド座標系 Σ_W から見た対象物重心の位置 $p \in R^3$ と姿勢 $\phi \in R^3$ の6成分で表され、途中の経路は空間上で任意にとれるものとする。

このとき i 番目のマニピュレータのダイナミクスは、

$$M_i(\theta_i)\ddot{\theta}_i + h_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) + g_i(\theta_i) + D_i\dot{\theta}_i + J_i^T(\theta_i)F_i = \tau_i \quad (1)$$

ここで、 $\theta_i \in R^{m_i}$ は関節変数ベクトル、 $M_i(\theta_i) \in R^{m_i \times m_i}$ は慣性マトリクス、 $h_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) \in R^{m_i}$ は遠心力、コリオリカベクトル、 $g_i(\theta_i) \in R^{m_i}$ は重力ベクトル、 $D_i \in R^{m_i \times m_i}$ は粘性摩擦を表す対角マトリクス、 $J_i(\theta_i) \in R^{6 \times m_i}$ はヤコビ行列、 $F_i = [f_i^T n_i^T]^T \in R^6$ は一般化力ベクトル、 $f_i \in R^3$ 、 $n_i \in R^3$ は Σ_{B_i} においてマニピュレータが対象物に与える力とモーメントのベクトル、 $\tau_i \in R^{m_i}$ はアクチュエータ駆動力ベクトルである。

次に対象物のダイナミクスは以下の2式によって表される。

$$M\ddot{p} + Mg = \sum_{i=1}^n R_{B_i}^W f_i \quad (2)$$

$$I\dot{\omega} + \omega \times I\omega = \sum_{i=1}^n (R_C^W r_i \times R_{B_i}^W f_i) + \sum_{i=1}^n R_{B_i}^W n_i \quad (3)$$

ここで、 M は対象物の質量、 $I \in R^{3 \times 3}$ は対象物の慣性テンソル、 $p \in R^3$ 、 $\omega \in R^3$ は Σ_W における対象物の重心位置と角速度のベクトル、 $R_{B_i}^W \in R^{3 \times 3}$ は Σ_{B_i} から Σ_W への座標変換マトリクスである。

上の2式をまとめたものが次の式である。

$$\begin{bmatrix} M\ddot{p} + Mg \\ I\dot{\omega} + \omega \times I\omega \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n B_i(s) T_i F_i(s) \quad (4)$$

ただし、 $B_i \in R^{6 \times 6}$ と $T_i \in R^{6 \times 6}$ は次式で定義される行列である。

$$B_i \equiv \begin{bmatrix} E_3 & 0 \\ S_i & E_3 \end{bmatrix}, T_i \equiv \begin{bmatrix} R_{B_i}^W & 0 \\ 0 & R_{B_i}^W \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで E_k は $k \times k$ の単位行列、 S_i は

$$S_i \equiv \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{iz} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

r_{ix}, r_{iy}, r_{iz} は Σ_W からみた対象物の重心から i 番目の接触点に向かう位置ベクトル $R_C^W r_i$ の x, y, z 成分である。

2.2 制限条件

関節トルクの制限を

$$\tau_{\min ij} \leq \tau_{ij} \leq \tau_{\max ij} \quad (7)$$

とする。ここで、添字 i, j は i 番目のマニピュレータの第 j 関節を表す。また、マニピュレータが対象物进行操作するとき、操作に寄与しない手先力は対象物への内力として残ることになる。そこで対象物に余分な力が加わり変形・破壊が起こらないようにするには内力を制限する必要がある。ここでは、 F_i の内力成分を f_{ik} とすると、以下のように f_{ik} を制限する。

$$f_{\min ik} \leq f_{ik} \leq f_{\max ik} \quad (8)$$

次に、速度の境界条件を以下の式で与える。

$$\frac{dp}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{dp}{dt} \Big|_{t=t_f} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d\phi}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{d\phi}{dt} \Big|_{t=t_f} = 0 \quad (10)$$

ただし、 t_f は終端時刻である。

3. ダイナミクスの経路パラメータによる表現

3.1 経路パラメータ法

ここでは経路を表現するのに経路パラメータという考え方を導入する。まず対象物の経路に沿った一般的な長さ s ($0 \leq s \leq 1$)をパラメータとして、対象物重心の位置と姿勢を $p(s), \phi(s)$ で表す。この s を経路パラメータと呼び、経路パラメータ s と時間 t を関係づける量を $\lambda(s)$ とする。このとき微小時間 dt は次のように与えられる。

$$dt = \frac{1}{\lambda(s)} ds \quad (11)$$

関節経路を時間 t によって表した $\theta_i(t)$ と、経路パラメータ s で表した $\theta_i(s)$ は $\lambda(s)$ を用いて次のように関係づけられる。

$$\theta_i(t) = \theta_i(s) \quad (12)$$

$$\dot{\theta}_i(t) = \lambda(s) \frac{d\theta_i(s)}{ds} \quad (13)$$

$$\ddot{\theta}_i(t) = \lambda^2(s) \frac{d^2\theta_i(s)}{ds^2} + \lambda(s) \frac{d\lambda(s)}{ds} \frac{d\theta_i(s)}{ds} \quad (14)$$

この $s, \lambda(s)$ を用いて(1)式のマニピュレータのダイナミクスを書き直すと次式ようになる。

$$\begin{aligned} M_i(\theta_i(s)) & \left[\lambda^2(s) \frac{d^2\theta_i(s)}{ds^2} + \lambda(s) \frac{d\lambda(s)}{ds} \frac{d\theta_i(s)}{ds} \right] \\ & + \lambda^2(s) h_i(\theta_i, \frac{d\theta_i(s)}{ds}) + g_i(\theta_i(s)) \\ & + \lambda(s) D_i \frac{d\theta_i(s)}{ds} + J_i^T(\theta_i(s)) F_i(s) = \tau_i(s) \end{aligned} \quad (15)$$

同様に(5)式の対象物のダイナミクスを書き直すと

$$\begin{aligned} & M \left[\lambda^2(s) \frac{d^2 p(s)}{ds^2} + \lambda(s) \frac{d\lambda(s)}{ds} \frac{dp(s)}{ds} \right] + Mg \\ & I \lambda(s) \frac{d\lambda(s)}{ds} H(\phi(s)) \frac{d\phi(s)}{ds} \\ & + I \lambda^2(s) \left[\frac{dH(\phi(s))}{ds} \frac{d\phi(s)}{ds} + H(\phi(s)) \frac{d^2\phi(s)}{ds^2} \right] \\ & + \lambda^2(s) [H(\phi(s)) \frac{d\phi(s)}{ds} \times I H(\phi(s)) \frac{d\phi(s)}{ds}] \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n B_i(s) T_i F_i(s) \quad (16)$$

これらの式は時間 t に陽には依存しない経路パラメータ s で表現されており、時間 t と直接の関連を持つ量は $\lambda(s)$ のみである。したがって $p(s), \phi(s), \theta_i(s)$ が与えられているとき、一次元の量である $\lambda(s)$ を決定すればこの系のダイナミクスが計算できることになる。

3.2 評価関数

ここでは最短時間で始端から終端まで対象物を移動させることを考え、評価関数を以下のように定義する。

$$J = \int_0^{t_f} dt = \int_0^1 \frac{1}{\lambda} ds = t_f \quad (17)$$

4. 探索アルゴリズム

$p(s), \phi(s), \theta_i(s)$ が与えられるとき、 $\lambda(s)$ を決定すれば、対象物とマニピュレータのダイナミクスを計算できることがわかった。よって、(7),(8) 式の手先力及びアクチュエータトルクの制限式と (9),(10) 式の境界条件の下で、評価関数 (17) 式が最適になるように $\lambda(s)$ を決定すれば良いことになる。

ここで与えられているのは始端と終端における対象物の重心の位置と姿勢のみであり、その途中の経路は任意にとることができるので、 $\lambda(s)$ とともに関節経路 $\theta_i(s)$ についても計画する必要がある。よって $\theta_i(s)$ と $\lambda(s)$ を 3 次の B-スプライン曲線によって表し、 $\theta_i(s)$ を用いてマニピュレータの関節経路を仮定し、 $\lambda(s)$ を探索して軌道の評価を求めるという手順を繰り返すことにより、近似最適な経路と軌道を計画する。 n 台の m_i 関節マニピュレータの関節変数の数は $N = \sum_{i=1}^n m_i$ であるが、ここではすべてのマニピュレータが同一の対象物を保持するため、幾何学的拘束により自由度の数は $\tilde{N} = \sum_{i=1}^n m_i - 6(n-1)$ となる。

経路パラメータ s の区間 $0 \leq s \leq 1$ を K_s 個の等間隔に分割し、 $\theta_{i,j,k}$ を第 i マニピュレータの j 関節の区分点 k における関節変数とする。また $C, \Delta\theta, \Delta\theta_{limit}$ を小さな正定数とする。

このときの最適軌道を探索するアルゴリズムを以下に示す。

step 1

与えられた始端と終端を結ぶ任意の初期経路を仮定する。

step 2

1. $i = 0$ とする。
2. $j = 0$ とする。
3. $k = 0$ とする。

step 3

各制御点 $\theta_{i,j,k}$ に以下のように $\Delta\theta$ を加減算し、その経路に対して各制限条件を満たす $\lambda(s)$ を山登り法で近似最適化し評価を求める。

- 1) $\hat{\theta}_{i,j,k} = \theta_{i,j,k}$ のときの評価を J
 - 2) $\hat{\theta}_{i,j,k} = \theta_{i,j,k} + \Delta\theta$ のときの評価を J^+
 - 3) $\hat{\theta}_{i,j,k} = \theta_{i,j,k} - \Delta\theta$ のときの評価を J^-
- J, J^+, J^- を比較し、評価が最小のときの $\hat{\theta}_{i,j,k}$ を選択し、そ

れを区分点 k における新しい関節変数 $\theta_{i,j,k}$ とする。

step 4

- $k = k + 1$ とし、 $k \leq K_s$ なら step 3 へ。
- $j = j + 1$ とし、 $j \leq m_i$ なら step 2-3 へ。
- $i = i + 1$ とし、 $i \leq n$ なら step 2-2 へ。

step 5

$\Delta\theta = \Delta\theta/C$ とし、 $\Delta\theta \geq \Delta\theta_{limit}$ なら step 2-1 へ戻り、それ以外なら計算終了。

このような逐次改善法により近似最適な関節経路および $\lambda(s)$ の探索を行なう。ここで $\lambda(s)$ の探索アルゴリズムはたとえば文献 7) のものとほとんど同じであり、詳細については文献 7) を参照されたい。ただし、文献 7) では $\lambda(s)$ の逆数に相当する $\kappa(t)$ が用いられている。

5. 系における力の冗長性

次にこの系に存在する力の自由度について説明する。(16) 式を次のように書き直す。

$$Q = W T F_h \quad (18)$$

ただし、

$$Q \equiv \begin{bmatrix} M[\lambda^2 \frac{d^2 p}{ds^2} + \lambda \frac{d\lambda}{ds} \frac{dp}{ds}] + Mg \\ I\lambda \frac{d\lambda}{ds} H \frac{d\phi}{ds} + I\lambda^2 [\frac{dH}{ds} \frac{d\phi}{ds} + H \frac{d^2 \phi}{ds^2}] \\ + \lambda^2 [H \frac{d\phi}{ds} \times I H \frac{d\phi}{ds}] \end{bmatrix} \in R^6 \quad (19)$$

$$W \equiv [B_1, \dots, B_n] \in R^{6 \times 6n} \quad (20)$$

$$T \equiv \begin{bmatrix} T_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & T_n \end{bmatrix} \in R^{6n \times 6n} \quad (21)$$

$$F_h \equiv [f_1^T n_1^T f_2^T n_2^T \dots f_n^T n_n^T]^T \in R^{6n} \quad (22)$$

これを、 F_h について解いた一般解は次のようになる。

$$F_h = T^{-1}(W^{-}Q + (E_{6n} - W^{-}W)y) \quad (23)$$

ここで、 W^{-} は W の一般化逆行列、 $y \in R^{6n}$ は任意ベクトルであることから、この系の力の自由度には冗長性があることがわかる。従って、4 章で述べた $\lambda(s)$ と合わせてこの y を探索することによって、より良い評価を与える軌道が求まる可能性がでてくる。

ここでは y を $\theta_i(s)$ と $\lambda(s)$ と同様に離散化し、その区分点を折れ線で結ぶことで近似し、4 章で述べたのと同様なアルゴリズムで探索を行なう。詳細については文献 4) を参照されたい。

6. 例題

提案した手法を水平面内で動作する 2 台の 3 リンクマニピュレータが、2 次元物体を操作する場合に適用する。各リンクの諸元を Table 1 に、各アクチュエータトルクの制限

を Table 2 に示す. ここで (i, j) は i 番目のマニピュレータの j 番目のリンクであることを表す. 対象物の形状は長径が 0.15m, 短径が 0.075m, 質量が 4.7kg の楕円形とする. マニピュレータのベース座標系 $\sum_{B_1}$ はワールド座標系 $\sum_W$ と一致させ, $\sum_{B_2}$ は $\sum_{B_1}$ を $\sum_W$ で (0.5, 0.0) に平行移動させたものとする. ここでは, 対象物の重心を $\sum_W$ で (0.15, 0.45) から (0.25, 0.30) まで移動させる作業を考える. そのとき対象物の姿勢変化はないと仮定するので, このマニピュレータシステムは片方のマニピュレータのリンク 1, リンク 2 の関節角が決まれば閉リンク機構によりすべてのリンクの関節角が決まる. また関節経路 $\theta(s), \lambda(s), y$ の分割数はそれぞれ 4, 20, 8 とする. なお粘性摩擦項は簡単のため 0 とおき, (23) 式における一般化逆行列として次式で定義される疑似逆行列を用いる.

$$W^- = W^T(WW^T)^{-1} \quad (24)$$

6.1 近似最適軌道計画

初期経路を Fig. 2 のように仮定し, 任意ベクトル $y = 0$ として $\lambda(s)$ の探索を行い評価を求めた. 次に 4 章で述べたア

ルゴリズムにしたがって関節経路を変更しながら $\lambda(s)$ の探索を行った. そのとき得られた最終経路を Fig. 3 に示す. (17) 式より動作時間を評価としているので, 得られた最終経路は関節トルクの制限条件を満足する近似最短時間経路である. また, それぞれの経路について y 空間を探索することにより, Table 3 に示すように評価が改善された. 任意ベクトル y の利用によって初期経路に対して約 9.58%, θ 探索後得られた最終経路に対して約 17.4% 評価が改善されている. よって関節経路の探索と共に y を利用することによって動作時間を改善できることがわかる. この時の $\lambda(s)$ を Fig. 4 に, 関節トルク及び対象物に加わるモーメントを Fig. 5 に, 任意ベクトル y を Fig. 6 に示す. ここで 3 章の (17) 式より $\lambda(s)$ が大きい方が評価が良くなることを Fig. 4 で確認できる.

6.2 内力制限

対象物の内力を制限した場合の結果を示す. 6.1 節と同様な初期経路を仮定し, 対象物に加わる力のうちモーメント成分 N_Z を $N_Z \leq \pm 5.0(\text{N}\cdot\text{m})$ としてシミュレーションを行なった. このときの最終経路を Fig. 7, 評価値を Table 4, $\lambda(s)$, トルクおよびモーメント, y のグラフを Figs. 8~10 に示す.

Table 1 Specifications of links

(i, j)	$l_{ij}(\text{m})$	$m_{ij}(\text{kg})$	$I_{ij}(\text{kgm}^2)$
(1,1),(2,1)	0.30	1.5	0.011250
(1,2),(2,2)	0.20	1.0	0.003333
(1,3),(2,3)	0.10	0.5	0.000417

Fig. 2 Initial path configuration

Fig. 3 Final path configuration

Table 2 Constraints on input torques

(i, j)	$\tau_{\max ij}(\text{N}\cdot\text{m})$	$\tau_{\min ij}(\text{N}\cdot\text{m})$
(1,1),(2,1)	15.0	-15.0
(1,2),(2,2)	10.0	-10.0
(1,3),(2,3)	5.0	-5.0

Table 3 Criterion values

	$(y = 0)$	$(y \neq 0)$
初期経路	0.3257	0.2945
最終経路	0.2378	0.1964

Table 4 Criterion values for limited internal force

	$(y = 0)$	$(y \neq 0)$
初期経路	0.3257	0.2945
最終経路	0.2400	0.2362

Fig. 4 $\lambda(s)$ profiles

Fig. 5 Final joint torque and internal force

Fig. 6 Final y profiles

Fig. 7 Final path configuration

Fig. 8 $\lambda(s)$ profiles

Fig. 9 Final joint torque and limited internal force

Fig. 10 Final y profiles (limited internal force)

前節の結果と比較すると、最終経路に対する y による評価値の改善率は 1.58% とかなり小さくなっている。これは y による評価改善は内力の自由度を利用していることになるが、内力制限により y も制限されるためと考えられるからである。このことは Fig. 6 と Fig. 10 の比較からも明らかである。

7. ま と め

本研究では協調動作複数台マニピュレータの近似最適軌道計画問題について検討した。単一の物体を複数台のマニピュレータで操作する場合の動力学を経路パラメータを用いて表現し、関節経路と $\lambda(s)$ の B-スプライン近似により近似最適経路および軌道を生成し、また系に存在する力の冗長自由度を用いて一層の探索を行なう一つの計画法を提案した。そして、対象物に加わる内力を制限する場合も含めたシミュレーション例によりその有用性を確かめた。

参 考 文 献

- 1) S. B. Moon and S. Ahmad: Time Optimal Trajectories for Cooperative Multi-Robot Systems, Proc. 29th IEEE Int. Conf. Decision and Control, 1126/1127 (1990)
- 2) J. E. Bobrow, J. M. McCarthy and V. K. Chu: Minimum-Time Trajectories for Two Robots Holding the Same Workpiece, Proc. 29th IEEE Int. Conf. Decision and Control, 3102/3107 (1990)
- 3) 劉, 有本: 指定された経路において協調作業を行なう複数マニピュレータの最短時間軌道の生成, 第30回 SICE 学術講演会予稿集, 113/114 (1991)
- 4) 毛利, 山本, 田代: 複数台マニピュレータの協調動作軌道計画, 計測自動制御学会論文集, **29-7**, 819/825 (1993)
- 5) B. Cao, G. I. Dodds and G. W. Irwin: Time-Optimal and Smooth Constrained Path Planning for Robot Manipulators, Proc. 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1853/1858 (1994)
- 6) 古川, 李, デイサナヤカ: 冗長双腕マニピュレータ系の準最短時間軌道計画法, 日本ロボット学会誌, **13-4**, 532/538 (1995)
- 7) 尾崎, 山本, 毛利: 空間経路が指定されるマニピュレータ動作の軌道計画, 計測自動制御学会論文集, **23-3**, 82/87 (1987)

[著 者 紹 介]

毛 利 彰 (正会員)

1969年九州大学大学院工学研究科博士課程単位取得退学(生産機械工学専攻)。同年九州大学工学部講師。助教授を経て、82年同教授、現在に至る。ロボット工学、制御工学の研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会などの会員(工学博士)。

平 野 剛

1993年九州大学工学部生産機械工学科卒業。同年九州大学工学部助手、現在に至る。ロボット工学の研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会の会員。

山 本 元 司 (正会員)

1990年九州大学大学院工学研究科博士後期課程修了(生産機械工学専攻)。同年九州大学工学部講師。92年同助教授、現在に至る。ロボット工学の研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会などの会員(工学博士)。