事前データを利用した可変不感帯幅適応則

小坂 学*・木村 文孝*・柴田 浩**

Adaptive Law with Variable Dead Zone Width Using a Priori Data

Manabu KOSAKA*, Fumitaka KIMURA* and Hiroshi SHIBATA**

It is useful for control engineers to initialize automatically the tuning parameters of adaptive control by using a priori measured data without any trial and error.

The adaptive law using time varying gain matrix has better convergence rate than the one using fixed gain matrix. In order to be sensitive to characteristic change of control object, it is useful to use variable dead zone width which changes according to magnitude of disturbance.

In this paper, we propose a scaling type law having variable dead zone width and automatic initialization using a priori measured data. We prove a theorem that gives some properties and convergence of the algorithm, and illustrate how to determine the variable width by using data obtained from a priori measurement and at each iteration instant. The variable width is yielded by $\alpha d_0(k)$, of which constant α and time variant $d_0(k)$ are respectively determined by a priori measured data and data calculated at each iteration.

Furthermore, we apply the above algorithm to identification of an electro-hydraulic servo system and verify the effects.

Key Words: adaptive law, scaling type law, dead zone, variable width, automatic initialization

1. はじめに

適応制御の実用化を目指すとき、そのメリットとして制御対象の特性変動への適応が挙げられる。逆にその不安要因としては、外乱に対するロバスト性と初期調整の困難さが挙げられる。漸減ゲイン方式の適応則を持つ適応制御は外乱が存在してもパラメータの収束が保証されるが、徐々にゲインが減少するため特性変動への適応能力が劣化していく。固定ゲイン方式の適応則を持つ適応制御は不感帯の導入^{1),2)}により外乱が存在してもパラメータの収束が保証されるようになった。このようなロバスト適応則の一つである不感帯を導入した適応則^{1),2)}は、適応ゲインと不感帯幅を初期調整パラメータとしてもつ。

しかし適応制御特有のパラメータの初期調整の困難さは、現場が適応制御に対して抱く不安要因の一つとなっているため、初期調整の自動化は適応制御の実用化に必須である。不感帯を導入した適応則^{1),2)}は固定ゲイン方式で設計されているため時変ゲイン方式であるスケーリング型適応則³⁾に比し

て収束性に劣る。また式誤差は入出力信号の大きさと周波数に依存するため、不感帯幅を外乱の最大値に固定することは保守的である。

本稿では固定ゲイン方式適応則に比して収束性に優れた時変ゲイン方式スケーリング型適応則³⁾に関して不感帯幅の設定に適した重み係数の条件式の導出を行い、収束値の性質について考察する。あらかじめ取得した入出力信号と推定パラメータの差分に対する制限をもとに不感帯幅と調整ゲインの初期設定を行うための手順を示す。さらに入力信号に依存して不感帯幅を変化させるアルゴリズムを導入することにより、外乱に対して不感となる領域をできるだけ狭め、制御対象の変動に対する感度の向上を図るとともに、不感帯の初期調整の自動化手法を示す。最後に本手順を電気油圧システムに適用してその有効性を検証する。

本稿の特徴は、同定対象の事前データから入力に依存する外乱と入力に依存しない外乱を推定しておき、これをもとに不感帯幅を調整することにより、高速な収束性と外乱に対するロバスト性を両立させた適応則を導出したことである。本適応則を用いて、高速な収束性と外乱に対するロバスト性を兼ね備えた信号予測、適応同定などを行い、その精度を向上させることを狙いとする。

2. 問題の設定

遅延演算子を q とし、Fig. 1 に示すプロバな離散時間単一

* ダイキン工業（株）電子技術研究所 草津市岡本町字大谷 1000-2

** 大阪府立大学工学部 堺市学園町 1-1

* Daikin Industries, Ltd., Kusatsu

** College of Engineering, Osaka Prefecture University, Sakai

(Received January 16, 1997)

(Revised March 13, 1998)

Fig. 1 Control Object

入出力時不変線形系を考える.

$$y(k) = (1 + \Delta(q)) \frac{B(q)}{A(q)} u(k) + \omega(k) \quad (1)$$

$$B(k) = q^{t_d} (b_0 + b_1 q + \dots + b_m q^m)$$

$$A(k) = 1 + a_1 q + \dots + a_n q^n$$

ここで k はサンプル時刻, $y(k), u(k)$ はそれぞれ出力と入力, $B(q), A(q)$ はそれぞれ m 次の多項式と $n (> m)$ 次のモニク多項式, t_d はむだ時間, $\Delta(q), \omega(k)$ はそれぞれ乗法的な不確かさと加法的な外部外乱である.

操業時と同程度の入力波形をもつ入出力信号 $\Omega(u_i, y_i)$ に基づいてオフライン最小二乗法などにより推定したパラメータを θ_n とする. θ_n を次式で与える.

$$\theta_n = (b_0, b_1, \dots, b_m, -a_1, -a_2, \dots, -a_n)^T \quad (2)$$

(1) 式を θ_n を用いて次式で表わす.

$$y(k) = \varphi^T(k) \theta_n + d(k) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi(k) = & (u(k - t_d), u(k - t_d - 1), \dots \\ & , u(k - t_d - m) \\ & , y(k - 1), y(k - 2), \dots, y(k - n))^T \end{aligned} \quad (4)$$

ここで $\varphi(k)$ は信号ベクトルであり, $d(k)$ は外乱である. 次の仮定を設ける.

A1: 制御対象の次数 n, m とむだ時間 t_d は既知.

A2: 有界かつ P.E. 条件を満たす大振幅取得信号 $\Omega(u_i, y_i)$ と小振幅取得信号 $\Omega(u_s, y_s)$ のサンプル数 $N (< \infty)$ は, 十分大きい.

A3: 信号ベクトル $\varphi(k)$ は有界かつ P.S. 条件を満たす. 問題は取得した入出力信号に対して次の目的を達成する不感帯幅と調整ゲインを自動的に求めることである.

O1: 推定パラメータベクトル $\theta(k)$ は一定値に収束する.

O2: 式誤差が不感帯幅の最大値に等しいとき $\theta(k)$ は次式を満たす.

$$\frac{|\varphi_l^T(k) (\theta(k+1) - \theta(k))|}{\max_l |\varphi_l^T(k) \theta_n|} \leq \beta \quad (5)$$

ただし $\max[\cdot]$ は最大値, $|\cdot|$ は絶対値, 添字 l と s はそれぞれ $\Omega(u_i, y_i)$ と $\Omega(u_s, y_s)$ から得られる量を意味する.

O3: 推定の精度を向上するための, 入力 $u(k)$ に依存した不感帯の構成.

以下, 3 章にてスケーリング型適応則の重み係数 $\lambda_2(k)$ に不感帯としての役割を持たせるための設計手順を示す. 4 章では, 適応則のチューニングパラメータの 1 つである調整ゲ

イン α の初期調整手順を示す. この手順は, あらかじめ取得しておいた入出力信号 $\Omega(u_i, y_i)$ と, 推定パラメータの差分制限である β を用いてなされる. 5 章では, 入力信号 $u(k)$ に依存して不感帯幅を変化させる信号 $d_0(k)$ の初期調整手順を示す. この手順は, あらかじめ取得しておいた入出力信号 $\Omega(u_i, y_i), \Omega(u_s, y_s)$ を用いてなされる. 6 章において電気油圧サーボシステムに対する実験結果を示す.

3. 不感帯付きスケーリング型適応則

本章にてスケーリング型適応則の重み係数 $\lambda_2(k)$ に対して式誤差に対する不感帯としての役割を持たせるための設計手順を示す.

式誤差 $e(k)$ は次式で与えられる.

$$e(k) = y(k) - \varphi^T(k) \theta(k) \quad (6)$$

推定パラメータ $\theta(k)$ とゲイン行列 $F(k)$ を次式で更新する.

$$\begin{aligned} \theta(k+1) = & \theta(k) + \\ & \frac{\lambda_2(k) F(k) \varphi(k)}{1 + \lambda_2(k) \varphi^T(k) F(k) \varphi(k)} e(k) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F(k+1) = & \frac{1}{\lambda_1(k)} \\ & \left[F(k) - \frac{\lambda_2(k) F(k) \varphi(k) \varphi^T(k) F(k)}{\lambda_1(k) + \lambda_2(k) \varphi^T(k) F(k) \varphi(k)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

ただし $0 < \lambda_1(k) \leq 1, 0 \leq \lambda_2(k) < \infty$ は重み係数であり, $F(k)$ はゲイン行列で

$$F(0) = F^T(0) > 0 \quad (9)$$

である.

(6)~(9) 式は $\lambda_1(k), \lambda_2(k)$ に冗長性を持つ従来のスケーリング型適応則³⁾である. これは収束性に優れるが⁴⁾不感帯を導入したときの収束性の証明が未完である.

また従来の安定性が証明されている不感帯を導入した適応則¹⁾は

$$\begin{aligned} \theta(k+1) = & \theta(k) + \frac{\mu \varphi(k)}{1 + \varphi^T(k) \varphi(k)} D[e(k)] \\ 0 < & \mu < 2 \end{aligned}$$

$$D[e(k)] = \begin{cases} 0 & , |e(k)| \leq \max_l |d(k)| \\ e(k) & , |e(k)| > \max_l |d(k)| \end{cases}$$

で与えられるがこれは収束性に劣る⁴⁾.

このように上記 2 つの従来法は収束性と不感帯の導入との間で一長一短がある. そこで (7), (8) 式の重み係数 $\lambda_2(k)$ を次式で与えることにより, 収束性に優れたスケーリング型適応則に不感帯が導入できる.

$$\begin{aligned} \lambda_2(k) = & \begin{cases} 0, & \varphi^T(k) \varphi(k) = 0 \\ & \text{or } |e(k)| \leq \alpha d_0(k) \\ \lambda'_2(k), & |e(k)| > \alpha d_0(k) \end{cases} \quad (10) \\ \lambda'_2(k) = & \frac{\alpha^2 - 1}{\varphi^T(k) F(k) \varphi(k)} \end{aligned}$$

ただし $\alpha(>1)$ はここでは調整ゲインと呼び、後に説明される。また $d_0(k)$ は(3)式の外乱 $d(k)$ を用いて次式を満たすように設定される。

$$\begin{aligned} d_0(k) &\geq |d(k)| \\ \max[d_0(k)] &= d_1 = \max[|d(k)|] \end{aligned} \quad (11)$$

《定理1》 取得した入出力信号に対して上述の適応則を適用することにより目的O1が達成され、推定パラメータと式誤差の収束値 $\theta(N)$, $e(N)$ は以下の性質を持つ。

$$|e(N)| \leq \alpha d_1 \quad (12)$$

$$|\varphi^T(N)(\theta_n - \theta(N))| \leq (\alpha + 1)d_1 \quad (13)$$

$$\|\tilde{\theta}(N)\|_2 \leq \frac{p^{1/2}(\alpha + 1)d_1}{\max_{V_p} [\min(\text{eig}(V_p V_p^T))^{1/2}]} \quad (14)$$

ただし p は $\theta(k)$ の次数、 $\tilde{\theta}(N) = \theta(N) - \theta_n$ 、 V_p は $\varphi(k)$ からなる正則な正方行列である。 $\text{eig}(\cdot)$ は $(\cdot)$ の固有値である。

証明を付録に示す。

4. 調整ゲインの初期調整

本章では、適応則のチューニングパラメータの1つである調整ゲイン α の初期調整手順を示す。この手順は、あらかじめ取得しておいた入出力信号 $\Omega(u_l, y_l)$ と、推定パラメータの差分制限である β を用いてなされる。

$|e_l(k)|$ と d_{1l} が等しいとき(7)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} &\frac{|\varphi_l^T(k)(\theta(k+1) - \theta(k))|}{c} \\ &= \frac{\lambda_2(k)\varphi_l^T(k)F(k)\varphi_l(k)}{1 + \lambda_2(k)\varphi_l^T(k)F(k)\varphi_l(k)} \frac{d_{1l}}{c} \end{aligned} \quad (15)$$

$$c = \max[|\varphi_l^T(k)\theta_n|] \quad (16)$$

$\lambda_2(k) \neq 0$ のとき(10)式より次式を得る。

$$1 + \lambda_2(k)\varphi_l^T(k)F(k)\varphi_l(k) = \alpha^2 \quad (17)$$

上式を用いると次式が得られる。

$$\frac{\lambda_2(k)\varphi_l^T(k)F(k)\varphi_l(k)}{1 + \lambda_2(k)\varphi_l^T(k)F(k)\varphi_l(k)} \frac{d_{1l}}{c} = \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \frac{d_{1l}}{c} \quad (18)$$

ここで調整ゲイン α^2 を、

$$\alpha^2 = \frac{1}{1 - \beta c/d_{1l}} \quad (19)$$

とすると(15)、(18)式より目的O2が満たされることがわかる。

ここでゲイン行列 $F(k)$ の初期値による影響を考察する。適応則(7)、(8)に(10)、(17)式を代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) + \\ &\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \frac{F(k)\varphi(k)}{\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} e(k) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} F(k+1) &= \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[F(k) - \right. \\ &\left. \frac{(\alpha^2 - 1)F(k)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k)}{(\lambda_1(k) + \alpha^2 - 1)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$F(k)$ の初期値を $F(0) = \gamma F_0$ としたとき(21)式よりゲイン行列が γ 倍されるが(20)式の第2項は γ に依存しないので、 $\theta(k)$ はゲイン行列の初期値に影響されない。

5. 不感帯幅の初期調整

本章では、入力信号 $u(k)$ に依存して幅が変化する不感帯を構成し、適応則のチューニングパラメータの1つである $d_0(k)$ の初期調整手順を示す。この手順は、大振幅事前データ $\Omega(u_l, y_l)$ と小振幅事前データ $\Omega(u_s, y_s)$ を用いてなされる。取得した入出力信号を(3)式に適用して求まる外乱 $d_l(k)$ を用いて(11)式を満たす $d_0(k)$ を推定する。

$d(k)$ の性質をFig.1の乗法的不確かさ $\Delta(q)$ と出力部加法的外乱 $\omega(k)$ を導入して考察する。 $B(q)/A(q)$ は制御対象のノミナルモデル(公称値)で電気油圧サーボシステムの計算時間を短縮するため一次遅れとしている。無視した高次特性である乗法的不確かさ $\Delta(q)$ は電気油圧システムの油の乱流、高次特性、摩擦などであり、入力の大きさと周波数に依存する。出力部加法的外乱 $\omega(k)$ は電気油圧システムのDA変換器の量子化誤差、スライド位置検出用パルスカウンタ、アンプなどのノイズであり、入力 $u(k)$ に依存しない。

経験的に乗法的不確かさ $\Delta(q)$ のゲインは高周波域で大きく、低周波域で小さいことが知られている。

(1)式から次式を得る。

$$\begin{aligned} A(q)y(k) &= B(q)u(k) + \Delta(q)B(q)u(k) + A(q)\omega(k) \\ y(k) &= \varphi^T(k)\theta_n + d(k) \\ d(k) &= \Delta(q)B(q)u(k) + A(q)\omega(k) \end{aligned} \quad (22)$$

(22)式の $d(k)$ の第一項は入力の大きさと周波数に依存することから次式のように一次系で上界を与える。

$$\begin{aligned} &|\Delta(q)B(q)u(k)| \\ &\leq |q^{t_d}\{g(1-q) + h\}u(k)| \\ &= |g\{u(k-t_d) - u(k-t_d-1)\} + hu(k-t_d)| \end{aligned} \quad (23)$$

(22)式の第二項は外部外乱に依存するため、次式を満たす定数 d_2 を導入する。

$$d_2 = \max|A(q)\omega(k)| \quad (24)$$

このとき $d_{1s}(\geq d_2)$ を導入して次式で定義した $d_0(k)$ は次のように(11)式を満たす。

$$\begin{aligned} d_0(k) &= \begin{cases} d'_0(k), & d'_0(k) \leq d_{1l} \\ d_{1l}, & d'_0(k) > d_{1l} \end{cases} \quad (25) \\ d'_0(k) &= |g|u_l(k-t_d) - u_l(k-t_d-1)| \\ &\quad + |h|u_l(k-t_d)| + d_{1s} \\ &\geq |q^{t_d}\{g(1-q) + h\}u_l(k)| + d_{1s} \\ &\geq |\Delta(q)B(q)u_l(k) + A(q)\omega(k)| \quad (\because (23), (24)) \\ &= |d_l(k)| \quad (\because (22)) \end{aligned}$$

上式で定める $d_0(k)$ は外乱の性質により大きさが変化するため、外乱に対して不感となる領域を狭め、従来の不感帯幅

Fig. 2 flow of this method

Fig. 3 The disturbance $|d_l(k)|$, the dead zone d_{1l} and $\alpha d_0(k)$

$d_0(k) = \max[|d_l(k)|]$ ^{1), 2)}よりも保守性が軽減され、それだけ制御対象の変動に対する精度を向上させている。

(25) 式の g と h を大振幅応答 $\Omega(u_l, y_l)$ をもとに (11) 式を拘束条件, $\min |d_0(k) - d(k)|$ を評価としたイタレーションにより求める。以上の調整ゲイン α と不感帯 $d_0(k)$ の初期調整を行う手順を Fig. 2 に示しておく。

(25) 式による $d_0(k)$ を Fig. 3 に示す。同図において外乱 $|d_l(k)|$ 、外乱の最大値 d_{1l} と構成した不感帯幅 $\alpha d_0(k)$ をそれぞれ実線、破線と点線で示す。従来法 ¹⁾ の不感帯幅 d_{1l} に比して、ほとんどの時間において $|d_l(k)| \leq \alpha d_0(k) \leq d_{1l}$ を満足しているので不感帯幅に対する保守性が軽減され、制御対象の特性変動に対する推定の感度が向上していることがわかる。

6. 電気油圧システムでの実験結果

6.1 実験装置

初期調整を自動的に行える本適応則を電気油圧サーボシステムに適用した。このシステムは、ダイレクト電磁比例弁と油圧シリンダで構成される。シリンダ位置はパルスカウンタによって検出され、デジタルコントローラに入力されて、オイラー近似により速度 $y(k)$ が算出される。比例弁はマイ

ナーループを有していて、スプール位置が差動トランスとバルブドライバによって制御される。電気油圧システムは動作条件や負荷に依存して特性の変動が起こり、非線形特性を有するため、適応則の初期調整が困難である。

6.2 初期調整

あらかじめ定めた諸量は以下のとおりである。

パラメータ差分制限 $\beta = 0.05$

入出力信号のサンプル数 $N = 1000$

入出力信号のサンプル時間 $t_s = 0.004(\text{sec})$

比例電磁弁の動作電圧が $\pm 5000(\text{mV})$ であることから、大振幅と小振幅での同定入力の振幅 u_m をそれぞれ $4000(\text{mV})$ と $100(\text{mV})$ とした。

操業時と同程度の入力波形 u_l として M 系列信号にカットオフ周波数 $50(\text{rad/sec})$ の低域通過フィルタをかけた信号を用いて取得した大振幅入出力信号 $\Omega(u_l, y_l)$ から対象 $P(q)$ の構造を次のように定めた。

$$P(q) = q^{t_d} \frac{b_0}{1 + a_1 q}, \quad t_d = 3$$

オフライン最小二乗法により $\theta_n = (b_0 \quad -a_1)^T$ として次のパラメータを得た。

$$\theta_n = (12.63 \quad 0.6220)^T$$

取得した大振幅入出力信号 $\Omega(u_l, y_l)$ に基づいて (16) 式より c を、(11) 式から d_{1l} を算出した。

$$c = 109.3$$

$$d_{1l} = 54.46(\text{mm/sec/4})$$

これより $d_{1l}/c = 0.4981$ となり、式誤差 d_{1l} のとき $|\varphi_l^T(k)(\theta(k+1) - \theta(k))|/c$ が 5% 変動するように $\beta = 0.05$ と設定した。このとき (19) 式から

$$\alpha^2 = 1.112$$

を得た。

取得した小振幅入出力信号 $\Omega(u_s, y_s)$ に基づいて (11) 式より d_{1s} を算出した。

$$d_{1s} = 6.436$$

次に (25) 式の g と h を求める。取得した大振幅入出力信号に基づいて (3) 式により求めた外乱 $d_l(k)$ を Fig. 3 に示す。

大振幅入出力信号に基づいて (25) 式により (11) 式を拘束条件, $\min |d_0(k) - d(k)|$ を評価とするイタレーションを行い h を算出した。

$$h = 0.009095$$

上式の h を用いて大振幅入出力信号に基づいて (25) 式により (11) 式を拘束条件, $\min |d_0(k) - d(k)|$ を評価として g に関するイタレーションを行い、次の値を得た。

$$g = 65.87$$

以上から求めた d_{1l}, d_{1s}, h, g と入力 $u(k - t_d), u(k - t_d - 1)$ を (25) 式に代入して各 k 時刻の不感帯幅 $d_0(k)$ を得る。本

Fig. 4 $\theta(k)$ by Samson's method with d_1 Fig. 6 $\theta(k)$ by our method Fig. 5 $\theta(k)$ by Samson's method with $d_0(k)$ Fig. 7 $\tilde{\theta}^T(k)\hat{\theta}(k)$

手順から最大振幅 4000(mV) の取得した応答は Fig. 3 に示すように (11) 式を満足する。

6.3 パラメータ推定実験

前節までに求めた諸量をもとに推定実験を行った。パラメータの初期値は $\theta(0) = (0 \ 0)^T$ ，ゲイン行列の初期値 $F(0) = I^{2 \times 2}$ とした。有限語長演算を行った場合， $\lambda_1(k) = 1$ が続いたときに発生する $F(k)$ のアンダーフロー³⁾と $\lambda_2(k) = 0$ かつ $\lambda_1(k) < 1$ が続いたときに発生する $F(k)$ のオーバーフロー³⁾を避けるために， $\lambda_2(k) = 0$ のとき $\lambda_1(k) = 1$ ， $\lambda_2(k) = 0$ でないとき $\lambda_1(k) = 0.9$ に設定した。

(11) 式の固定不感帯幅 d_1 を導入した固定ゲイン方式適応則¹⁾，(25) 式の時変不感帯幅 $d_0(k)$ を導入した固定ゲイン方式適応則¹⁾， $d_0(k)$ を導入した (6)~(10) 式の時変ゲイン方式適応則による結果を，それぞれ Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 に示す。各々の図の実線と破線はそれぞれ $\hat{\theta}(k)$ の第1, 第2要素である。固定ゲイン方式適応則の調整パラメータ μ は，試行錯誤により最も良好な結果が得られるように調整されて

Fig. 8 $|e(N)| \leq \alpha d_1$ by our method

いる。Fig. 6 より本方式に対して目的 O1 の $\theta(k)$ の一定値へ

Fig. 9 $|\varphi^T(k)(\theta_n - \theta(N))| \leq (\alpha + 1)d_1$ by our method

Table 1 Average of |output error|

Estimated parameter	$\hat{\theta}(N)$ of Fig. 4	$\hat{\theta}(N)$ of Fig. 5	$\hat{\theta}(N)$ of Fig. 6	θ_n
E	85.21	18.54	9.039	9.468

の収束性が確認できる。

Fig. 7 に上述の3つの適応則における $\tilde{\theta}^T(k)\tilde{\theta}(k)$ と (14) 式の右辺の値をそれぞれ点線、破線、実線、太線で示す。Fig. 4 と Fig. 5 の比較と Fig. 7 から時変不感帯幅 $d_0(k)$ の固定不感帯幅 d_1 に対する優位性が確認できる。Fig. 5 と Fig. 6 の比較と Fig. 7 から時変ゲイン方式適応則の固定ゲイン方式適応則に対する優位性が確認できる。

次に (12), (13), (14) 式を評価した結果をそれぞれ Fig. 8, Fig. 9, Fig. 7 に示す。それぞれの式の評価項目 (左辺) の信号を実線で示し, (12), (13) 式の右辺の値と (14) 式の右辺の値をそれぞれ破線と太線で示す。3つの図から (12), (13), (14) 式が満たされることが確認でき, 理論通りの結果を得た。

Table 1 に θ_n と Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 の3つの適応則の $\hat{\theta}(N)$ を用いて算出した出力誤差の絶対値の平均値 E を示す。Table 1 より本適応則の推定結果は, 最も優れていることが確認できる。

7. ま と め

本稿では固定ゲイン方式適応則に比して収束性に優れた時変ゲイン方式スケーリング型適応則³⁾に対して不感帯幅の調整に適した重み係数の条件式の導出を行った。従来よりも感覚的にわかりやすい指標である推定パラメータの差分に対する制限を設定すれば, あらかじめ取得した大振幅と小振幅の2つの入出力信号に基づいて不感帯幅と調整ゲインに関する初期パラメータ設定を行うことができ, その手順を示した。これをもとに不感帯幅を入力信号に依存して変化させることにより不感帯幅に対する保守性の軽減化を達成した。最後に本手順を電気油圧システムに適用してその有効性を確認した。

理論の構成上, 操業時に発生する外乱を含む事前データ

$\Omega(u_i, y_i)$ の取得が可能であることと, $\Delta(q), A(q), B(q)$ に依存する (22) 式の外乱 $d(k)$ の上限が不変であることを仮定している。本法は, 実用的には Fig. 2 のパラメータが決定できるような場合に適用可能である。確率統計理論から, どのような不確かさや外乱のもとで, それが理論的に保証されるかは今後の検討課題である。しかし不感帯幅を外乱の最大値に固定する従来法^{1), 2)}よりも, 可変不感帯幅を持つ本法の方が外乱に対して不感領域を狭めることができるので, 本法は従来法よりも優位であり, このことは実験結果によっても示された。Fig. 2 の諸量が変わらないようなパラメータ変化に対しては本法が適用でき, そのときは適応制御への応用も考えられる。

参 考 文 献

- 1) C. Samson: Stability analysis of adaptively controlled systems subject to bounded disturbances, Automatica, Vol.19, No.1, pp.81-86, 1983.
- 2) L. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Stable Adaptive Systems, Chap. 2, Prentice Hall (1989)
- 3) 新中: 適応アルゴリズム, 産業図書 (1990)
- 4) 新中, ほか: 適応制御の実用化に向けて, 計測と制御, 32-12, 1018/1019 (1993)
- 5) 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会 (1978)

《付 録》

A. 定理1の証明

文献3)に沿って以下に一般的な離散型汎一般化適応則に関して漸近安定性の証明を行う。

$$e(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta(k) \quad (6)$$

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \quad (A.1)$$

$$F(k+1) = \frac{1}{\lambda_1(k)}$$

$$\left[F(k) - \frac{\lambda_2(k)F(k)\varphi(k)\varphi^T(k)F(k)}{\lambda_1(k) + \lambda_2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} \right] \quad (A.2)$$

$$0 < \lambda_1(k) \leq 1, 0 \leq \lambda_2(k) < \infty \quad (A.3)$$

$$\frac{1 - (1 + \lambda_2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^{-1/2}}{\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} < \mu_0(k) \quad (A.4)$$

$$< \frac{1 + (1 + \lambda_2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^{-1/2}}{\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)}$$

パラメータ θ_n と推定パラメータ $\theta(k)$ との差を $\tilde{\theta}(k)$ と置く。

$$\tilde{\theta}(k) = \theta(k) - \theta_n \quad (A.5)$$

(A.1), (A.5) 式より次式を得る。

$$\tilde{\theta}(k+1) = \tilde{\theta}(k) + \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \quad (A.6)$$

(A.2) 式に逆行列補題を適用して次式を得る。

$$F^{-1}(k+1) = \lambda_1(k)F^{-1}(k) + \lambda_2(k)\varphi(k)\varphi^T(k) \quad (A.7)$$

(3),(6) 式より次式を得る.

$$\tilde{\theta}^T(k)\varphi(k) = -e(k) + d(k) \quad (\text{A.8})$$

$F(k) > 0$ より $F^{-1}(k) \geq 0$ であるので次の非負関数 $V(k)$ をリアプノフ関数の候補とする.

$$V(k) = \tilde{\theta}^T(k)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k) \quad (\text{A.9})$$

$V(k)$ の増分を $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k)$ とする.

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) \\ &= \tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k+1)\tilde{\theta}(k+1) - \tilde{\theta}^T(k)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k) \\ &= \tilde{\theta}^T(k+1) \{ \lambda_1(k)F^{-1}(k) + \lambda_2(k)\varphi(k)\varphi^T(k) \} \\ &\quad \tilde{\theta}(k+1) \quad (\because (\text{A.7})) \\ &\quad - \{ \tilde{\theta}(k+1) - \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \}^T F^{-1}(k) \\ &\quad \{ \tilde{\theta}(k+1) - \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \} \quad (\because (\text{A.6})) \\ &= \lambda_1(k)\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \lambda_2(k) \{ \tilde{\theta}^T(k+1)\varphi(k) \}^2 \\ &\quad - \{ \tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad - 2\mu_0(k)e(k)\varphi^T(k)F(k)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \mu_0^2(k)e^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \} \\ &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \lambda_2(k) \{ \tilde{\theta}^T(k+1)\varphi(k) \}^2 \\ &\quad + 2\mu_0(k)e(k)\varphi^T(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad - \mu_0^2(k)e^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \\ &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \lambda_2(k) \left\{ \left(\tilde{\theta}(k) + \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \right)^T \varphi(k) \right\}^2 \\ &\quad + 2\mu_0(k)e(k)\varphi^T(k) \{ \tilde{\theta}(k) + \mu_0(k)F(k)\varphi(k)e(k) \} \\ &\quad - \mu_0^2(k)e^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \quad (\because (\text{A.6})) \\ &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \lambda_2(k) \{ -e(k) + d(k) + \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)e(k) \}^2 \\ &\quad + 2\mu_0(k)e(k) \\ &\quad \{ -e(k) + d(k) + \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)e(k) \} \\ &\quad - \mu_0^2(k)e^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \quad (\because (\text{A.8})) \\ &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad + \lambda_2(k)e^2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^2 \\ &\quad + \lambda_2(k) \left[-2e(k)d(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) \right. \\ &\quad \left. + d^2(k) \right] \\ &\quad - 2\mu_0e^2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) \\ &\quad + 2\mu_0(k)e(k)d(k) \\ &\quad - \mu_0^2(k)e^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad - e^2(k) \left[\mu_0(k)(2 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) \right. \\ &\quad \left. - \lambda_2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^2 \right] \\ &\quad - 2e(k)d(k) \left[\lambda_2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) \right. \\ &\quad \left. - \mu_0(k) \right] \\ &\quad + \lambda_2(k)d^2(k) \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

(A.3),(A.4) 式より (A.10) 式の第1項と第2項は準負である. 外乱 $d(k)$ が存在するとき (A.10) 式の第3項は不定であり第4項は準正であるので $\Delta V(k)$ の準負が保証されない. (A.10) 式で利用不可能な信号は $d(k)$ と $\tilde{\theta}(k)$ であるが $\tilde{\theta}(k)$ に関する第1項は準負である. 第2~4項までの準負すなわち $\Delta V(k)$ の準負を保証するためには次の関係式が必要である.

$$-p_1e^2(k) + 2p_2d(k)e(k) + p_3d^2(k) \leq 0 \quad (\text{A.11})$$

ただし

$$\begin{aligned} p_1 &= \mu_0(k)(2 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) \\ &\quad - \lambda_2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^2 > 0 \\ p_2 &= - \left[\lambda_2(k)(1 - \mu_0(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)) - \mu_0(k) \right] \\ p_3 &= \lambda_2(k) \geq 0 \end{aligned}$$

そこで $d_0(k) (\geq |d(k)|)$ が既知であるならば (A.12) 式を満たすとき $\mu_0(k)$ を (A.13) 式で設定することにより第2~4項までの準負すなわち $\Delta V(k)$ の準負が保証される.

$$\begin{aligned} d_0(k) \frac{p_2 - (p_2^2 + p_1 p_3)^{1/2}}{p_1} \\ \leq e(k) \\ \leq d_0(k) \frac{p_2 + (p_2^2 + p_1 p_3)^{1/2}}{p_1} \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

$$\mu_0(k) = 0, \quad (\text{A.12}) \text{ を満たすとき} \quad (\text{A.13})$$

しかし (A.12) 式の計算負荷が実用上大きい. そこで $\mu_0(k)$ を次のように陽形式一般化適応則³⁾に限定する.

$$\begin{aligned} \mu_0(k) &= \frac{\mu_1(k)}{1 + \mu_1(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} \quad (\text{A.14}) \\ , \quad 0 < \lambda_1(k) < 1, \quad 0 \leq \lambda_2(k) < 2\mu_1(k) \end{aligned}$$

上式を (A.10) 式に代入する.

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= - (1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\ &\quad - e^2(k) \frac{2\mu_1(k) - \lambda_2(k) + \mu_1^2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)}{(1 + \mu_1(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k))^2} \\ &\quad - \frac{2e(k)d(k)(\lambda_2(k) - \mu_1(k))}{1 + \mu_1(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} \\ &\quad + \lambda_2(k)d^2(k) \quad (\text{A.15}) \end{aligned}$$

(A.14), (A.15) 式より $\mu_1(k)$ を

$$\mu_1(k) = \lambda_2(k) \quad (\text{A.16})$$

としたとき (A.1), (A.2) 式の適応則は (7), (8) 式となり, このとき (A.15) 式の第3項を消去できる.

$$\Delta V(k)$$

$$\begin{aligned}
&= -(1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\
&\quad - \frac{e^2(k)\lambda_2(k)}{1 + \lambda_2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)} \\
&\quad - 0 \\
&\quad + \lambda_2(k)d^2(k) \\
&= -(1 - \lambda_1(k))\tilde{\theta}^T(k+1)F^{-1}(k)\tilde{\theta}(k+1) \\
&\quad - \frac{[e^2(k) - (\alpha(k)d(k))^2]\lambda_2(k)}{\alpha^2(k)} \quad (A.17)
\end{aligned}$$

ただし調整ゲイン $\alpha^2(k)(>1)$ を次式で与えた.

$$\alpha^2(k) = 1 + \lambda_2(k)\varphi^T(k)F(k)\varphi(k) \quad (A.18)$$

簡単のため $\alpha(k) = \alpha = \text{const.}$ として(A.17)式の第2項の準負を保証するため, 重み係数 $\lambda_2(k)$ を次のように定める.

$$\lambda_2(k) = \begin{cases} 0, & \varphi^T(k)\varphi(k) = 0 \\ & \text{or } |e(k)| \leq \alpha d_0(k) \\ \lambda'_2(k), & |e(k)| > \alpha d_0(k) \end{cases} \quad (10)$$

$$\lambda'_2(k) = \frac{\alpha^2 - 1}{\varphi^T(k)F(k)\varphi(k)}$$

このとき適応則は(6)~(11)式で与えられる. すると(10),(A.17)式より

$$\Delta V(k) \leq 0 \quad (A.19)$$

であり, $V(0) < \infty$ なので

$$V(k) \leq V(0) < \infty$$

が成立する.

$$V(k) \geq 0 \text{ と (A.19) 式より}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} V(k) &= \text{const.} \\
\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta V(k) &= 0 \quad (A.20)
\end{aligned}$$

が成り立つ.

$$(A.17), (A.20), (7), (10) \text{ 式より}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda_2(k) &= 0 \quad (A.21) \\
\lim_{k \rightarrow \infty} \theta(k) &= \text{const.}
\end{aligned}$$

が導かれ, 目的 O1が達成される. さらに仮定 A3と(10),(11),(A.8),(A.21)式より次のように(12),(13)式を得る.

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} |e(k)| &\leq \alpha \lim_{k \rightarrow \infty} d_0(k) = \alpha d_1 \quad (\because (10), (A.21)) \\
&\leq \alpha \max[d_0(k)] \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} |\varphi^T(k)\tilde{\theta}(k)| &= \lim_{k \rightarrow \infty} |e(k) - d(k)| \quad (\because (A.8)) \\
&\leq \lim_{k \rightarrow \infty} \alpha d_0(k) + \lim_{k \rightarrow \infty} d(k) \quad (\because (12)) \\
&\leq (\alpha + 1) \lim_{k \rightarrow \infty} d_0(k) \\
&\leq (\alpha + 1) \max[d_0(k)] = (\alpha + 1)d_1 \quad (13)
\end{aligned}$$

時刻 $k = N'$ 以降で収束したとき, $\tilde{\theta}(k) = \tilde{\theta} = \text{const.} (< \infty)$ となる. さらに仮定 A3 より $p(= n + m + 1)$ 元信号ベクトル $\varphi(k)$ が P.S. 条件を満たすので $k \geq N'$ においてもベ

クトル集合 $\{\varphi(k), \varphi(k+1), \dots, \varphi(k+M-1)\}$ のランクが p となる $p \leq M (< \infty)$ が存在することから正則な正方行列 $V_p = \{\varphi(k_1), \varphi(k_2), \dots, \varphi(k_p)\}$, $k \leq k_1, k_2, \dots, k_p \leq k+M-1$ が定義できる.

ゆえに $\tilde{\theta}$ の次数は p なので (13) 式から次式を得る.

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta}^T(V_p V_p^T)\tilde{\theta} &= (V_p^T \tilde{\theta})^T (V_p^T \tilde{\theta}) \\
&\leq p((\alpha + 1)d_1)^2 \quad (A.22)
\end{aligned}$$

V_p は正則なので $V_2 = (V_p V_p^T) > 0$ であり, V_2 の最小固有値を $\lambda_{\min}$ とすると

$$\lambda_{\min} x^* x \leq x^* V_2 x$$

が成立する⁵⁾.

ゆえに(A.22)式より $\lambda_{\min} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \leq \tilde{\theta}^T V_2 \tilde{\theta} = \tilde{\theta}^T (V_p V_p^T) \tilde{\theta} \leq p((\alpha + 1)d_1)^2$ が成り立ち,

$$\tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \leq \frac{p((\alpha + 1)d_1)^2}{\lambda_{\min}}$$

が成立する. これより次の(14)式が導かれる.

$$\|\tilde{\theta}\|_2 \leq \frac{p^{1/2}(\alpha + 1)d_1}{\max_{V_p} [\min(\text{eig}(V_p V_p^T))^{1/2}]} \quad (14)$$

□

[著者紹介]

小坂 学 (正会員)

1967年3月29日生. 1989年大阪府立大学工学部電子工学科卒業. 1991年同大学工学研究科電子工学専攻博士前期課程修了. 同年4月ダイキン工業(株)入社, 電子技術研究所に勤務し, 現在に至る. 適応制御技術の研究・実用化に従事. システム制御情報学会の会員.

木村 文孝 (正会員)

1958年7月27日生. 1980年神戸大学工学部電気工学科卒業, 1982年同大学院工学研究科電気・電子工学専攻博士前期課程修了. 同年4月ダイキン工業(株)入社, 電子技術センター, 電子技術研究所主任研究員を経て, 現在に至る. 主として空調機用モータ制御, 油圧システム制御の研究に従事. システム制御情報学会, 電気学会, 精密工学会などの会員.

柴田 浩 (正会員)

1939年7月25日生. 1962年大阪府立大学工学部電気工学科卒業, 1年間富士電気(株)に勤務, 63年大阪府立大学工学部電子工学科助手, 講師, 助教授を経て87年同教授, 94年改組により情報工学科教授, 統計的自動制御理論および確率システムの制御に関する研究を経て, 最近は適応制御, ロバスト制御, 非線形系の制御などの理論と応用に関する研究に従事. 工学博士. 電子情報通信学会, 電気学会, 計測自動制御学会, IEEEなどの会員.