インパルスを考慮したインプリシトシステムの安定性解析

増 淵 泉*・示 村 悦二郎**

Stability Analysis of Implicit Systems with Possible Impulses

Izumi MASUBUCHI* and Etsujiro SHIMEMURA**

This paper considers a stability of implicit systems, under which stability every initial-value response of an implicit system does not contain impulses and converges to zero asymptotically. This stability is a generalization of one from the context of descriptor systems, and we applies it to implicit systems that can represent a broader class of systems. We give three necessary and sufficient conditions to this stability: a condition in the Kronecker form, a generalized Lyapunov equation/inequality condition and a certain rank condition of the system pencil. These conditions can be utilized in further research on such as robustness analysis and control systems synthesis based on implicit systems.

Key Words: implicit systems, stability, impulse, generalized Lyapunov equation, rank condition

1. はじめに

線形システムの時間領域での表現として状態空間表現が最も多く用いられてきたと思われる。状態空間表現では「将来のシステムの振舞を規定する独立な変数」という状態変数の概念が非常に大きな役割を果たしている。しかし、システムによっては(厳密な意味の)状態変数を持たないものも存在する。たとえば逆システム概念はシステム理論においてごく自然に生じるが、逆システムは一般には非因果的であり状態方程式で直接記述することはできない。また、近年注目されているスイッチング動作を行う動的システム(multimode system^{5),6)}では、スイッチングによってシステムの変数の退化とそれに伴うインパルスが生じることがある。この場合スイッチングの前後で一貫して状態変数の役割を果たす変数は存在しない。

一方、状態変数の概念を用いずシステムの変数間の関係をもそのまま表現したモデルに基づくシステム解析が行われている。文献1)ではディスクリプタ形式に基づくシステム解析についてまとめられている。ディスクリプタ形式よりもさらに一般性を持つ表現形式としてimplicit linear system²⁾や, behavior⁷⁾のひとつの表現形式として導入されたfirst-order representation³⁾などが研究されている。これらのシステム

表現においては状態方程式と違ってシステムの変数の最高次の微係数について必ずしも陽に解けないものを許すことが一つの特徴となっている。すなわち(システムを集中定数時不変線形として), x を注目しているシステムの変数(内部変数), $\dot{x}$ をその微分として, x および $\dot{x}$ の陰な関係式 $E\dot{x} = Ax$ でシステムを定義し, それのみに基づいてシステム解析を行っている。ここでは上のような陰な関係式によって定義されたシステムをインプリシトシステムと呼ぶ。

インプリシトシステムにたいして, 従来よりいくつかの安定性の概念が提案されている。ディスクリプタ形式においては, 状態空間システムの内部安定性の概念を拡張した安定性に基づいた議論が行われている^{9),10)}。そこではシステムのペンシルがインパルスモード, 不安定な指数モードを持たないことをもって安定性を定義している。この安定性に基づく結果^{9),10)}は, ペンシルの正則性を前提としており, 一般の特異ペンシルをもつインプリシトシステムの安定性を直接議論することはできない。一方, behavioral approach でもいくつかの安定条件が提案されてる。Paganini ら, D'Andrea ら^{11),12)}は離散時間系の安定性を well-posedness をもとに定義している。また Van der Geest¹³⁾は AR-表現をもつ連続時間の behavior が時間の経過とともに 0 に収束する要素のみをもつことを安定性の定義としている。この behavior には, 定義からインパルスが含まれることはないことを注意する。

本論文では, インプリシトシステム $E\dot{x} = Ax$ の安定性として, システムの初期値応答の安定性を考える。すなわち, つぎの微分方程式

$$E\dot{x} = Ax + Ex_0\delta$$

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町 1-1

** 北陸先端科学技術大学院大学 石川県能美郡辰町旭台 1-1

* Faculty of Engineering, Kobe University, Nada

** Japan Advanced Institute of Science and Technology,
Noumi-gun, Ishikawa

(Received January 14, 1998)

(Revised October 2, 1998)

の解 x を考察の対象とする (δ は Dirac のデルタ). ここで E, A は正方とは限らない定数行列, x_0 はシステムの初期値である. そして安定性を, 解 x がインパルス成分を含まず, かつ指数的に 0 に収束することと定義する. すなわち, 本論文では従来ディスクリプタシステムにおいて用いられてきた安定性の概念を採用し, より一般的なクラスのシステムについて議論する. またこれは, Geerts らによって提案された impulse-smooth behavior^{5), 6)} のひとつの安定性を提案するものであり, スイッチングなどによるインパルスをもちうるシステムの安定論の基礎となる. この安定性の定義は, Van der Geest¹³⁾ が用いた安定性とは異なる概念である. 後に示すように, 実際 2通りの安定性において異なる判定を受けるペンシルが存在する.

上の安定性の定義に基づき, 本論文ではインプリシットシステムの安定解析を行う. まず最初に, システムのペンシルのクロネッカ形⁴⁾における安定条件を示す. これに基づき, 安定性にたいする必要十分条件をリアプノフ方程式/不等式およびペンシルのある種のランク条件の形で示す. これらの条件により, インパルスをもちうるインプリシットシステムの解析・設計のためのひとつの基礎が与えられる.

2. 安定性の定義

次式で表されるインプリシットシステムを考える.

$$E\dot{x} = Ax$$

ここで, $E, A \in \mathbf{R}^{q \times n}$ であり, x はシステムの内部変数である. 上式は内部変数 x とその“微分”との関係を形式的に表したものである. これをシステム (E, A) と呼ぶ. 本論文では, このシステムの安定性を以下に述べる意味の初期値応答に基づいて考える. システム (E, A) に応じた, つぎの微分方程式を考える.

$$E\dot{x} = Ax + Ex_0\delta \quad (1)$$

ここで微分方程式は超関数の意味とし¹⁶⁾, δ は Dirac のデルタ関数 (Dirac 測度), x は n 次元実ベクトル値超関数とする. $x_0 \in \mathbf{R}^n$ は初期値であり, (1) 式の解を初期値 x_0 に対するシステム (E, A) の初期値応答と呼ぶ. まず最初に, (1) 式において x_0 は必ずしも $\mathbf{R}^n$ の任意の値をとらないことに注意し, (1) 式を満たす解 x が少なくともひとつ存在する x_0 の集合を $\mathcal{X}_0$ と記す. $\mathcal{X}_0$ は $\mathbf{R}^n$ の線形部分空間である.

次に安定性の定義を与える.

【定義】 任意の $x_0 \in \mathcal{X}_0$ にたいして, (1) のすべての解 x が一回微分可能な通常^(注1)の関数で, $t \rightarrow \infty$ で 0 に収束するとき, (E, A) は安定であるという. $\square$

(注意1) この定義は状態方程式 $\dot{x} = Ax$ の漸近安定性の自然な拡張のひとつである. 呼称の単純のためにここでは「安定」と呼ぶこととする. $\square$

(注1) 超関数 x が“通常”の関数であるとは, 汎関数 x の関数 $f(t)$ への作用 $\langle x, f \rangle$ が, ある実数値関数 $x(t)$ によって積分で $\langle x, f \rangle = \int x(t)f(t)dt$ と書けることを指す¹⁶⁾.

以下では, 安定性がペンシル $sE - A$ のクロネッカ標準形⁴⁾においてどのように特徴付けられるかを見る. まず, クロネッカ標準形を思い起こす. 任意の $E, A \in \mathbf{R}^{q \times n}$ に対して, 正則行列 $L \in \mathbf{R}^{q \times q}$, $R \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在して,

$$L^T(sE - A)R = \begin{bmatrix} s\tilde{E} - \tilde{A} & 0_{(12)} \\ 0_{(21)} & 0_{(22)} \end{bmatrix},$$

$$s\tilde{E} - \tilde{A} = \text{diag}\{L_1(s), \dots, L_{n^u}(s),$$

$$M_1(s), \dots, M_{n^o}(s), N_1(s), \dots, N_{n^n}(s), sI - A_e\},$$

$$L_i(s) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & s & -1 \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{n_i^u \times (n_i^u + 1)},$$

$$M_i(s) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ -1 & \ddots \\ & \ddots & s \\ 0 & & -1 \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{(n_i^o + 1) \times n_i^o},$$

$$N_i(s) = \begin{bmatrix} 1 & -s & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -s \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{C}^{n_i^n \times n_i^n},$$

$$A_e \in \mathbf{R}^{n^e \times n^e}$$

なる形に表すことができる. $0_{(ij)}$ を Z(zero)-block, $L(s) := \text{diag}\{L_1(s), \dots, L_{n^u}(s)\}$ を UD(under-determining)-block, $M(s) := \text{diag}\{M_1(s), \dots, M_{n^o}(s)\}$ を OD(over-determining)-block, $N(s) := \text{diag}\{N_1(s), \dots, N_{n^n}(s)\}$ を N(nilpotent)-block, $sI - A_e$ を E(exponential)-block と呼ぶ. 上記のブロック構造はペンシルに対して一意に決まる.

クロネッカ形における各ブロックごとに初期値応答を考えよう. Z-block のうち $0_{(21)}$, $0_{(22)}$ のブロックについては, これらを省いても方程式 (1) の意味に変化はない. $0_{(12)}$ が存在する場合, 内部変数 x のこのブロックに対応する要素は (1) 式によって拘束を受けない. 次に UD-block では, 内部変数 x の要素で, UD-block のうち $L_i(s)$ に対応する部分を x_{Li} とすると

$$x_{Li} = [s^{-n_i^u} f \quad \dots \quad s^{-2} f \quad s^{-1} f \quad f]^T$$

と表される. ここで f は任意の超関数であり, s^{-i} は i 回積分を表す. 一方 x の OD-block に対応する部分は 0 となる. 次に N-block を考える. 変数 x の要素で, N-block のうち $N_i(s)$ に対応する部分を x_{Ni} とし, ベクトル x_0 の対応する部分を $[\xi_1 \quad \xi_2 \quad \dots \quad \xi_k]^T$, $k = n_i^n$ と記すと,

$$x_{Ni} = \begin{bmatrix} \xi_2 \delta + \dots + \xi_k \delta^{(k-1)} \\ \xi_2 \delta + \dots + \xi_k \delta^{(k-2)} \\ \vdots \\ \xi_k \delta \\ 0 \end{bmatrix}$$

となる. ここで $\delta^{(i)}$ はデルタ関数の i 階導関数を示す. 最

Fig. 1 A circuit with a capacitor

後に E-block では内部変数の対応する部分を x_e と書いて $x_e(t) = e^{A_e t} x_e(0)$ となる。

以上より、安定性はつぎのように特徴付けられる。まず Z-block のうちの $0_{(12)}$ の項、および UD-block が存在するとき、システム (1) の解は一意ではなく、内部変数 x の一部の要素は (1) 式の拘束を受けない。このような要素は $t \rightarrow \infty$ で発散したり、インパルスをもつ可能性がある。また、N-block にサイズが 2 以上のサブブロックが存在するとき、システムはほとんどすべての $x_0 \in X_0$ に対してインパルスをもつ。一方 N-block のサイズが 1 のサブブロックや、OD-block では、解は恒等的に 0 となる。E-block からの応答は、 A_e のすべての固有値の実部が負ならば 0 に収束し、実部が正または 0 である固有値があると収束しない。以上をつぎの命題にまとめる。

[補題 1] システム (E, A) が安定となるための必要十分条件は、(1) 式のペンシル $sE - A$ のクロネッカ標準形において

- (1) Z-block のうち $0_{(12)}$ が存在しない
- (2) UD-block が存在しない
- (3) $N(s) = I$, もしくは N-block が存在しない
- (4) A_e のすべての固有値の実部が負

の 4 条件が成り立つことである。□

(1) 式で $q = n$ である場合、本論文の安定性は文献 9), 10) で扱われた安定性と一致する。一方、Van der Geest ら¹³⁾ はつぎの behavior

$$\left\{ w(t) \in \mathcal{L}_1^{\text{loc}} \mid R \left(\frac{d}{dt} \right) w(t) = 0 \right\} \quad (2)$$

の $t \rightarrow \infty$ での 0 への収束を上 behavior の安定性としている。この安定性は $R(s) = sE - A$ とすると文献 17) でスペクトル因子の安定性として用いられているものと一致する。しかし、これらの文献 13), 17) の安定性と本論文で考察する安定性は相異なるものである。たとえば

$$R(s) = sE - A = \begin{bmatrix} 1 & -s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

を考えると、文献 13) の安定性では behavior (2) はこの $R(s)$ について安定であるのに対し、本論文の定義ではこのシステム (E, A) は (インパルスを含んで) 不安定である。実際 behavior (2) は $w(t) \equiv 0 \in \mathbb{R}^2$ のみを含むのになし、(1) 式の解は q_0 を定数として $[-q_0 \delta \ 0]^T$ となる。この違いを図 Fig. 1 の簡単な電気回路で考えよう。図のキャパシタの電荷を $x_2 = Q$, 流れる電流を $x_1 = I$, 静電容量を 1 とすると、behavior (2) は図のスイッチがすべての時刻で閉じているときの電荷、電流の振舞を表す。一方本論文で考察している (1)

式では初期電荷 q_0 のもとで時刻 $t = 0$ にスイッチを閉じたときの振舞を表している。本論文で定義した安定性では、この例のような (ほとんどすべての q_0) インパルスを含む振舞は不安定であるとして解析を行っている。この例は大変単純なものであるが、以下の章では与えられた一般の (E, A) について上で定義した安定性を判定するための条件を導く。

3. 一般化リアプノフ方程式/不等式

この節ではインプリシットシステムに関する一般化リアプノフ方程式条件を示す。この方程式は文献 9) で $q = n$ の場合に提案された一般化リアプノフ方程式を $q = n$ とは限らないインプリシットシステムに対して拡張するものである。また同時に一般化リアプノフ不等式条件を記しておく。これは文献 10) の拡張であり、線形行列不等式 (LMI) 条件であるので、将来のインプリシットシステムのロバスト安定性の解析などに有益であると考えられる。

まず、一般化リアプノフ方程式による安定条件を示す。

《定理 1》 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q = Q^T > 0$ を任意の正定対称行列とする。システム (E, A) が安定であるための必要十分条件は、次の一般化リアプノフ方程式

$$X^T E = E^T X, \quad X^T A + A^T X + Q = 0 \quad (3)$$

が $X^T E \geq 0$ なる解 $X \in \mathbb{R}^{q \times n}$ をもつことである。

(証明) (必要性) システム (E, A) が安定であると仮定する。また、 (E, A) がクロネッカ標準形であると仮定して一般性を失わない。補題 1 より、クロネッカ標準形を

$$sE - A = \begin{bmatrix} M(s) & & \\ & sI - A_e & \\ & & I_{n^n} \\ \hline & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

なる形にとれる。これをもとに一般化リアプノフ方程式 (3) の解 X を構成する。まず、 G_i をつぎの可観測対

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & & -1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i^o \times n_i^o},$$

$$C_i = [0 \ \cdots \ 0 \ -1] \in \mathbb{R}^{1 \times n_i^o}$$

に対する安定化オブザーバゲインとする (すなわち $A_i + G_i C_i$ は安定)。これをもとに

$$T = \text{diag}\{T_1, \dots, T_{n^o}, I_{n^e}, I_{n^n}\},$$

$$T_i = [I_{n_i^o} \ G_i]$$

とおくと、

$$[T \mid 0](sE - A) = \begin{bmatrix} sI - A_s & 0 \\ 0 & I_{n^n} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$A_s = \text{diag}\{A_1 + G_1 C_1, \dots, A_{n^o} + G_{n^o} C_{n^o}, A_e\}$$

となる。ここで A_s は安定行列である。いま $\tilde{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とし、 $\tilde{X}$ および Q を (5) 式に合わせて

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_{11} & \tilde{X}_{12} \\ \tilde{X}_{12}^T & \tilde{X}_{22} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix}$$

と分割し, (3) の解として $X^T = \tilde{X}^T [T \mid 0]$ なる形のものを求めることを考える. $\tilde{X}$ の満たすべき式は

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{11} = \tilde{X}_{11}^T \geq 0, \tilde{X}_{12} = 0, \\ \begin{bmatrix} \tilde{X}_{11}^T A_s + A_s^T \tilde{X}_{11} + Q_{11} & \tilde{X}_{21}^T + Q_{12} \\ \tilde{X}_{21} + Q_{12}^T & \tilde{X}_{22} + \tilde{X}_{22}^T + Q_{22} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

となる. いま A_s が安定, $Q_{11} > 0$ より, 上式を満たす $\tilde{X}_{11} = \tilde{X}_{11}^T > 0$ が存在する. 以上を用いて $X^T = \tilde{X}^T [T \mid 0]$ とおけば X は (3) を満たしかつ $E^T X \geq 0$ となる.

(十分性) ここでも一般性を失わずに (E, A) はクロネッカ標準形であると仮定する. 一般化リアプノフ方程式 (3) が成り立つとする. 二番目の方程式より A と X は列フルランクとなる. よって $sE - A$ は $0_{(12)}$ と UD-block をもたない. さらに, N-block が単位行列となることを以下に示す. このために, N-block がサイズ $k \geq 2$ の細胞 $N_i(s)$ をもつとして矛盾を導く. この細胞の位置に対応する行列 X, Q の対角ブロックをそれぞれ X_*, Q_* と書く. いま $k = 2$ について考えると, $X_* = [X_{ij}]$ は

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = (\text{転置}), \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} + (\text{転置}) + Q_* = 0 \end{aligned}$$

を満たさなければならない. ところが第1式より $X_{11} = 0$ となり, これより第2式から

$$Q_* = \begin{bmatrix} 0 & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

なる形となる. これは $Q_* > 0$ に矛盾する. 同様にして, $k \geq 3$ なる細胞をもたないことも示され, N-block は単位行列のみが許される. 最後に, E-block に対応する部分を考える. X, Q の対応する対角ブロックをそれぞれ X_e, Q_e と書くと, これらは

$$X_e = X_e \geq 0, X_e^T A_e + A_e^T X_e + Q_e = 0$$

を満たす. これはリアプノフ方程式であり, Q_e が正定より X_e は正定となる. したがって A_e の固有値の実部はすべて負となる. 以上より, (E, A) が補題1の4条件を満たすことが示された. $\square$

(注意2) 文献9)では, $q = n$ のとき, システムが安定ならば一般化リアプノフ方程式の解において $E^T X$ が一意的であることを示している. しかし $q > n$ の場合は一般にこれは成り立たない. 例として安定な $sE - A = [s \ 1 \ 0]^T$ を考えると, $Q = 1, X = [X_1 \ X_2 \ X_3]^T$ として

$$X_1 \geq 0, X_2 = -\frac{1}{2}, X_3: \text{任意}$$

が解となり, $E^T X = X_1$ は任意の非負の実数となる. $\square$

次の自明な系により, 安定性が線形行列不等式 (LMI) の可解性によって確かめられることがわかる.

[系1] システム (E, A) が安定であるための必要十分条件は, 次の一般化リアプノフ不等式

$$X^T E = E^T X \geq 0, \quad X^T A + A^T X < 0 \quad (6)$$

が解 $X \in \mathbf{R}^{q \times n}$ をもつことである. $\square$

上の系において $E = I$ とすると, 一般化リアプノフ不等式 (6) は $X^T = X > 0, \quad XA + A^T X < 0$ と等価になる. ここで最初の不等号が厳な不等号 “ $>$ ” に置き換わるのは, (6) の第2の不等式条件により X が正定であることが保証されることによる. また, E が正方の場合は文献10), 14) の結果と一致する.

上の系の結果は, 状態空間表現可能なシステムに関する従来の LMI による計算手法をインプリシットシステムに応用することを可能にする. 例として, 係数 A があるパラメータ $\theta \in \Theta$ に依存する関数 $A(\theta)$ であるとき, システムの集合 $\{(E, A(\theta)) \mid \theta \in \Theta\}$ のロバスト安定性の判定にたとえば渡辺ら¹⁵⁾の手法を適用することができる.

4. ペンシルのランク条件

本節では, システム (1) の安定性と, ペンシル $sE - A$ のある種のランク条件が等価であることを示す. この結果は, 文献11)などで提案されている離散時間システムの安定条件に平行する結果となる. まずいくつかの記号を定義する. $\overline{\mathbf{C}}^+$ で複素平面の閉右半平面を表す. 有理関数を要素とする n 次元ベクトルの集合を $\mathcal{R}^n$, $m \times n$ 次行列の集合を $\mathcal{R}^{m \times n}$ で表す. $M \in \mathcal{R}^{m \times n}$ とする. 各 $s \in \mathbf{C}$ に対して

$$\ker M(s) = \{x \in \mathbf{C}^n \mid M(s)x = 0\}$$

と記す. $s \rightarrow \infty$ において kernel の意味を拡張して

$$\begin{aligned} \ker M(\infty) = \{x \in \mathbf{C}^n \mid \exists x(s) \in \mathcal{R}^n, s \rightarrow \infty \text{ のとき} \\ x(s) \rightarrow x, \|x\| < \infty, M(s)x(s) \rightarrow 0\} \end{aligned}$$

と定義する. $\lim_{s \rightarrow \infty} M(s)$ が有限の値 M_∞ になるとき, $\ker M(\infty) = \ker M_\infty$ となる. $\dim \ker M(s_0) = 0$ のとき, $M(s)$ は $s = s_0$ で列フルランクであるという. また $\dim \ker M(\infty) = 0$ のとき, $M(s)$ は $s = \infty$ で列フルランクであるという.

《定理2》 システム (E, A) が安定となるための必要十分条件は, ペンシル $sE - A$ が $\forall s \in \overline{\mathbf{C}}^+ \cup \{\infty\}$ で列フルランクになることである.

(証明) いま, システム (E, A) が安定であると仮定する. 補題1より, クロネッカ標準形は (4) の形となり, A_e は安定となる. $s \in \overline{\mathbf{C}}^+$ において明らかに (4) の右辺は列フルランクである. また $s \rightarrow \infty$ のとき $(sE - A)x(s) \rightarrow 0$ となる $x(s)$ は $x(s) \rightarrow 0$ を満たすことが容易にわかる. よって $s = \infty$ においても列フルランクとなる. 逆に, システム (1) が安定でないとする. 次の4つの場合の少なくとも一つが生じる.

(1) Z-block のうち $0_{(12)}$ をもつ.

(2) UD-block をもつ.

これらの場合は、(少なくとも) $s = 0$ でランクが落ちることが容易に確かめられる。

(3) サイズ2以上のN-blockの細胞が存在する。

いまサイズが2の場合を考える。

$$x(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

とおくと、 $s \rightarrow \infty$ で、

$$x(s) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \neq 0, \quad \begin{bmatrix} 1 & -s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix} \rightarrow 0$$

より $s = \infty$ で列フルランクでない。サイズが3以上の細胞についても同様である。

(4) A_e が $\overline{C}^+$ に固有値をもつ。

この場合明らかに A_e の不安定固有値でランクが落ちる。

以上より、システム(1)が安定でなければある $s \in \overline{C}^+ \cup \{\infty\}$ で列フルランクとならないことがわかる。 $\square$

5. おわりに

インプリシットシステムのひとつの安定性を、その初期値応答に基づいて定義した。安定判別のための条件を(1)ペンシルのクロネッカ標準形、(2)一般化リアプノフ方程式/不等式、および(3)ペンシルのランク条件の形で与えた。これらはインパルスを含むインプリシットシステムのロバスト安定判別やシステム設計のための基礎的な道具として用いられることが期待される。

参考文献

- 1) Lewis, F.L.: A survey of linear singular systems, *Circuits Syst. Signal Process*, **5**, pp. 3/36 (1986)
- 2) Aplevich, J.D.: Implicit Linear Systems, *Lecture Notes in Control and Information Science* 152, Springer-Verlag (1991)
- 3) Kuijper, M.: First-order Representations of Linear Systems, *Birkhäuser* (1994)
- 4) Gantmacher, F.R. (K.A.Hirsch 訳): *The Theory of Matrices*, Chelsea Publishing (1959)
- 5) Geerts, A.H.W. and J.M. Schumacher: Impulsive-Smooth Behavior in Multimode Systems Part I: State-space and Polynomial Representations, *Automatica*, **32-5**, pp. 747/758 (1996)
- 6) Geerts, A.H.W. and J.M. Schumacher: Impulsive-Smooth Behavior in Multimode Systems Part II: Minimality and Equivalence, *Automatica*, **32-6**, pp. 810/832 (1996)
- 7) Willems, J.C.: Paradigms and Puzzles in the Theory of Dynamical Systems, *IEEE Trans. Automatic Control*, **39-12**, pp. 259/294 (1991)
- 8) Masubuchi, I. and E. Shimemura: A Generalized Lyapunov Inequality for Implicit Systems, Proc. 2nd Asian Contr. Conf., Vol.II, pp.327/330 (1997)
- 9) Takaba, K., N. Morihira and T. Katayama: A Generalized Lyapunov Theorem for Descriptor System, *Systems Control Lett.*, **24**, pp. 49/51 (1995)
- 10) 増淵, 小原, 須田: 状態フィードバックによるディスクリプタシステムのロバスト安定化, SICE 論文集, Vol.30, No.12, 1553/1555 (1994)
- 11) Paganini, F. and J. Doyle: Analysis of Implicitly Defined Systems Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control, 3673/3678 (1994)

- 12) R. D'Andrea and F. Paganini: Controller synthesis for implicitly defined uncertain systems, Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control, 3679/3684 (1994)
- 13) Van der Geest, R.: Stabilization of Behaviors, Proc. 35th IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 1845/1850 (1996)
- 14) Masubuchi, I., Y. Kamitane, A. Ohara and N. Suda: H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach, *Automatica*, **33-4**, pp. 669/673 (1997)
- 15) Watanabe, R., K. Uchida, M. Fujita and E. Shimemura: L^2 Gain and H^∞ Control of Linear Systems with Scheduling Parameter, Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control, 1412/1414 (1994)
- 16) L. Schwartz (岩村, 石垣, 鈴木訳): 超関数の理論, 岩波書店 (1971)
- 17) Wingham, P. and T. Mita: Spectral factorization of singular systems using generalized algebraic Riccati equations, Proc. 36th IEEE Conf. on Decision and Control, 4824/4829 (1997)

[著者紹介]

増淵 泉 (正会員)

1996年大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程修了, 96年日本学術振興会特別研究員, 同年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科助手を経て, 98年神戸大学工学部助手, 現在に至る。制御理論, システム理論に関する研究に従事。システム制御情報学会, IEEEの会員(博士(工学))。

示村 悦二郎 (正会員)

1958年早稲田大学工学修士, 66年同大学工学博士, 62年同大学専任講師, 65年同大学助教授, 71年同大学教授, 95年北陸先端科学技術大学院大学教授, 96年同大学学長補佐, 98年同大学学長, 現在に至る。71~72年 Stuttgart 大学(独)客員教授。本会評議員, 大学審議会大学教育部会特別委員。システム理論, 制御理論, 制御技術史の教育研究に従事。