適応的デローネイ三角形分割手法とその遠隔計測画像の重ね合わせへの応用†

山 本 貴 弘*・花 泉 弘*

An Adaptive Delaunay Triangulation Method and Its Application to Registration among Remotely Sensed Images†

Takahiro YAMAMOTO* and Hiroshi HANAIZUMI*

In this paper, we propose an adaptive method of the Delaunay triangulation for remotely sensed images using given corresponding points. Applying Delaunay diagonal flip recursively, this method realizes adaptive triangulation process. In algorithms where the corresponding points increase dynamically, the proposed method achieves higher efficiency than the Voronoi-Delaunay division does.

Key Words: Voronoi-Delaunay division, maxmini angle, Delaunay diagonal flip, triangle, surface spline

1. はじめに

遠隔計測画像を重ね合わせることは、それらの多重時刻処理や多重視角画像の処理には不可欠である。これまでに、重ね合わせのための座標変換関数を決める難しさを避けるために、与えられた対応点对を頂点とするように画像を三角形領域に分割し、その領域中ではアフィン変換を行う手法を提案してきた¹⁾。この処理において、画像中の位置ずれを3次元曲面として表わしたとき、三角形領域への分割はより正三角形に近い三角形分割が一意に得られるデローネイ三角形分割^{2)~4)}が最適である。デローネイ三角形とボロノイ図とが双対関係にあることから、デローネイ三角形分割を得るのに、はじめにボロノイ図を作成するボロノイ・デローネイ分割がよく用いられている。しかしながら、ボロノイ図作成を経る場合その分処理速度が低下するほか、画像の重ね合わせのアルゴリズムによっては対応点对が動的に増えることがあり、その場合にはボロノイ図作成から処理を繰り返す必要があるため処理効率の点でも問題があった。デローネイ三角形分割を直接得る方法も主に有限要素法の格子点を得る目的で提案されてはいるが^{5)~7)}、これらは三角形の外接円の内部には他の三角形の頂点が含まれないという性質²⁾を利用したものであり、複雑な演算を要する。本研究では、対応点对が動的に増える重ね合わせ処理に応用する観点から、ボロノイ図作成を経ず単純な演算によって適応的にデローネイ三角形分割を得る手法を開発した。この手法は、デローネイ対角変換³⁾を再帰的に適用することによって最小角最大原理²⁾を満たすが、画像中の任意の場所に新たに対応点が追加されてもそれまでの結果を放棄することなしに付加的な最小限の変更で新しい三角形分割を得ることができる特長を有する。

2. 原理および処理手順

本手法では、画像を構成する画素は、その中心位置をそれぞれ格子点に対応させているので、各対応点の座標値は整数値で扱う。ある矩形領域内の点 $P_1, \dots, P_n$ を頂点とする任意の三角形分割を考える。この三角形分割に含まれ、一つの辺を共有する2組の三角形 $\triangle P_i P_j P_k$ と $\triangle P_l P_j P_k$ に着目する。四角形 $P_i P_j P_l P_k$ が凸四角形であり、かつ、それぞれの三角形の内角の最小値がもう一つの三角形分割 $\triangle P_i P_j P_l$ と $\triangle P_i P_k P_l$ の内角の最小値よりも小さいとする。このとき、四角形を $\triangle P_i P_j P_l$ と $\triangle P_i P_k P_l$ に分割し直す。この手続きをデローネイ対角変換という。ここで提案する手法では、このデローネイ対角変換を単純な辺の置き換え規則に変換することによって適応的な分割処理を実現している。

以下に分割アルゴリズムを示す。

〔STEP 1〕まず、画像の4隅の点を初期対応点とし、これらの点を用いて画像を二つの三角形領域に分割しておく (Fig. 1 (a))。

〔STEP 2〕次に生成された対応点を1点だけ与え (P_1)、その対応点を含む三角形を特定する (注1) ($\triangle ABC$)。特定した三角形を、その頂点と対応点とで三つの三角形 ($\triangle ABP_1$, $\triangle BCP_1$, $\triangle ACP_1$) に分割する (Fig. 1 (b))。

〔STEP 3〕分割前の三角形の3辺それぞれを対角線とする凸四角形のうち存在するものに対して最小角最大原理を満たすように三角形分割 (デローネイ対角変換) を行う。

Fig. 1 (b) の例では、四角形 AP_1CD は当初対角線 AC (破線) によって $\triangle AP_1C$ と $\triangle ACD$ とに分割されている。しかし、両三角形の6個の角のうちの最小角 $\angle ACP_1$ は他方の対角線 DP_1 (実線) によって $\triangle AP_1D$ と $\triangle CP_1D$ に分割されたときの最小角 $\angle ADP_1$ よりも小さいため、四角形 AP_1CD は $\triangle AP_1D$ と $\triangle CP_1D$ とに再分割される。再分割された三角形について、それと隣り合う三角形とで構成される凸四角形

(注1) $\triangle ABC$ の中に点 D が存在すれば $\vec{AD}$ と $\vec{AB}$, $\vec{BD}$ と $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ と $\vec{CA}$ の外積値がすべて同符号となることを利用している。

† 第37回SICE学術講演会で発表 (1998.7)

* 法政大学大学院工学研究科 小金井市梶野町3-7-2

* Division of Engineering, Graduate School, Hosei University, Kajino-cho, Koganei

(Received February 23, 1999)

(Revised September 10, 1999)

Fig. 1 Triangulation algorithm of the proposed method

に注目してデローネイ対角変形が起こらなくなるまで再帰的にこの処理を繰り返していく。

[STEP 4] 対応点が三角形の辺の上に与えられた場合には^(注2)、その辺を共有する二つの三角形を四つの三角形に分割する。分割前の二つの三角形で構成される四角形の4辺を対角線とする凸四角形に着目してSTEP 3と同様の処理を行う。

Fig. 1 (d) の例では、辺 P_1P_2 上に点 P_3 が与えられたので $\triangle AP_1P_2$ と $\triangle CP_1P_2$ はそれぞれ $\triangle AP_1P_3$ と $\triangle AP_3P_2$ 、 $\triangle CP_1P_3$ と $\triangle CP_3P_2$ に分割される。

[STEP 5] すべての対応点について、STEP 2からSTEP 4の処理を繰り返していく (Fig. 1 (e))。

[STEP 6] 最後に、最初に設けた四つの点に接続する線分をすべて消去する。このとき分割境界の外枠が凸多角形を形成していない場合には、凹部分に三角形領域を付加して分割処理を終了する (Fig. 1 (f))。

以上のように、ここで示した分割アルゴリズムでは、与えられた点毎にデローネイ対角変形の再帰処理を行うことによってボロノイ分割を介さずに適応的にデローネイ三角形分割が求められる。そのため、処理時間はボロノイ・デローネイ分割手法と比べて大幅に短縮され、また対応点がどのような順番で与えられても同じ分割結果が得られる。

3. 実験結果および考察

3.1 性能評価

512 × 512 画素の画像平面上に対応点を一様乱数で発生させ、それらを用いてデローネイ三角形分割を求めたときの処

(注2) 辺の上に対応点があれば注1に示す外積値が0となりかつ内分比が0~1の値をとることに基づいて判定する。

Table 1 Processing time for various number of points

Num. of points	Time [ms]	
	Voronoi-Delaunay	Proposed method
50	3,600	60
100	6,900	60
300	20,400	90
500	33,680	130
700	46,720	200
900	60,130	280
1,000	66,750	320
3,000	199,370	2,200
5,000	332,010	6,030

(*)512 × 512 pixel image is used.

Table 2 Processing time for various sizes of image

Image size	Time [ms]	
	Voronoi-Delaunay	Proposed method
64 × 64	60	50
128 × 128	220	50
256 × 256	910	50
512 × 512	3,610	50
768 × 768	8,000	50
1024 × 1024	14,420	50

(*)50 corresponding points are used.

理時間を評価した。比較のために、ボロノイ・デローネイ分割手法によって分割したときの処理時間も評価した。結果をTable 1に示す。両手法とも対応点の数が増えるに従って処理時間が増えているが、本手法ではボロノイ・デローネイ分割手法に比べてその増え方は非常に小さい。また、対応点数毎の処理時間を比較しても、本手法の方が非常に少ない時間で分割を終えていることがわかる。

次に、画像の画素数を変えて処理時間を比較した。このとき、対応点の数は50個とした。結果をTable 2に示す。ボロノイ・デローネイ分割手法では画像の画素数が大きくなると処理時間も大幅に増加している。しかし、本手法では画素数の変化に依らずほとんど一定の処理時間で画像が分割されていることがわかる。

これらのことから、本手法によって分割処理効率が大きく改善されていると言える。

3.2 遠隔計測画像の重ね合わせへの適用

ここでは三角形分割の応用例として、実際にステレオ視によって観測した2枚の画像を重ね合わせる処理に本手法を適用してみた。ここで用いたデータは航空機に搭載されたカメラによって1975年11月12日に撮影されたものである。撮影地域は諏訪地方の和田地区である。

両画像を512 × 512画素の領域に大まかに中心を合わせて切り出してきた。Fig. 2 (a) にレフト画像、(b) にライト画像、(c) にそれらを重ねた画像^(注3)を示す。(c)を見ると、相対的な位置ずれの程度が場所によって大きく異なっているこ

(注3) 原図は、レフト画像をRに、ライト画像をGBに割り当てたカラー合成画像である。画像間で位置ずれのあるところは境界がはけて見える。

Fig. 2 Original images

Fig. 3 Result of triangulation (a) and of registration using 242 CCPs (b), with 290 CCPs (c)

とがわかる。画像間の空間的相関によって対応点对を自動生成し¹⁾，得られた対応点对を用いて両画像を重ね合わせた。

本手法を適用して画像を三角形領域に分割し，三角形毎の局所アフィン変換を施して両画像を精度良く重ね合わせた。三角形分割結果を Fig. 3 (a) に，重ね合わせた結果を Fig. 3 (b) に示す。このとき得られた対応点对数は 242 対，三角形領域数は 468 領域であった。また，画像を三角形分割する際にポロノイ・デローネ分割手法も適用してみたが，ポロノイ・デローネ分割手法では 16.5 秒，本手法では 80 ミリ秒であった。

Fig. 3 (b) を見ると，まだ相対的な位置ずれが残っている部分がある。そこで，さらに対応点对を増やして重ね合わせの精度の向上を図ってみた。結果を Fig. 3 (c) に示す。増やした対応点对数は 48 対，得られた三角形領域数は 563 領域であった。このときまだ位置ずれが残っているものの，Fig. 3 (b) と比較してみるとある程度の位置ずれは除去できていることがわかる。実際に重ね合わせた画像間の濃度散布図を求め寄与率を計算してみると，(b) が 0.671 であったのに対し (c) が 0.695 と数値的にも重ね合わせの精度が向上している。このときの三角形分割の処理時間を計測してみると，全体 (290 対) で 90 ミリ秒の処理時間で処理を終えていた。ポロノイ・デローネ分割手法を適用した場合には 19.7 秒であった。すなわち，対応点を 1 点増やした場合平均 0.2 ミリ秒の処理時間で済むわけで，ポロノイ・デローネ分割処理と比

較すると，対応点对が動的に増える場合には本手法の方が適応的に効率良く三角形分割が得られることがわかる。

4. おわりに

遠隔計測画像の重ね合わせ処理において，対応点对を頂点とするデローネ三角形領域へ適応的に効率良く分割する手法を提案した。本分割手法は，対応点を動的に追加しながら画像を重ね合わせる場合に非常に有用な手法であることを数値実験と実画像の処理とによって示した。

参考文献

- 1) 花泉，山本，藤村：衛星遠隔計測画像の自動重ね合わせ手法，計測自動制御学会論文集，**33-2**，81/86 (1997)
- 2) 伊理，腰塚：計算幾何学と地理情報処理 (1986)
- 3) 今井浩，今井桂子：計算幾何学，共立出版 (1994)
- 4) R. Sibson: Locally Equiangular Triangulation, The Computer Journal, **21**, 151/155 (1978)
- 5) S. Fortune: Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulations, Computing in Euclidean Geometry (Eds. D.-Z. Du and F. Hwang), Lecture Notes Series on Computing, **1**, 193/233, World Scientific (1992)
- 6) J. Ruppert: A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation, Journal of Algorithms, **18-3**, 548/585 (1995)
- 7) J.R. Shewchuk: Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, First Workshop on Applied Computational Geometry (Philadelphia, Pennsylvania), ACM, 124/133 (1996)