円弧接続コース上のロバスト自動操舵 — 非線形低次元化スライディングモード制御器 —

熊本 博光*・西原 修*
天目 健二**・下浦 弘**

Automated, Robust Vehicle Steering on Smoothly Connected Arc Course
- Non-Linear, Reduced-Dimension Sliding Mode Controller -

Hirimitsu KUMAMOTO*, Osamu NISHIHARA*,
Kenji TENMOKU** and Hiroshi SHIMOURA**

A non-linear, reduced-dimension steering controller is derived through a sliding mode control theory for an automobile with unknown parameters driving on a course consisting of smoothly connected arcs. A specific, headway viewpoint is introduced to define deviations from the course, and the controller is proven stable and robust. Stationary values are calculated analytically. Simulation results are given to demonstrate a good performance of the proposed controller. Clothoid connections of arcs further improve the performance.

Key Words: automated steering, arc course, sliding mode control, dimension reduction, non-linear control

1. 緒 言

自動車の知能化が大きな注目を集めている¹⁾。その一分野である自動操舵の研究は、運転の自動化のみならず、マイクログ交通流アニメーションや²⁾、運転時の人間行動の究明にも³⁾、基礎的知見を提供するものと思われる。

自動操舵で重要な点は、路面特性などの変動にロバストな安定性である。本研究では、円弧接続コースを一定速度で走行する車両に対し、未知パラメータ下での追値操舵問題を考え、操舵制御則を理論的に導出し、そのロバスト安定性を保証する。運転者の場合と同様、車両前方の特定位置を制御の基準点として導入し、その意義を明らかにする。制御の目的はこの基準点での円弧軌道半径誤差を零にすることである。

自動操舵に関する従来の研究としては、フィードバック制御によるもの⁴⁾、最適レギュレータによるもの⁵⁾などがあるが、ロバスト性を理論的に追求したものは少ない。例外として、非線形車両の定値操舵問題を H^∞ 理論で扱ったものがある⁶⁾。このほか、4WSを対象としたものや懸架系制御と結合させたもの^{7)~9)}、サーベイ¹⁰⁾などがある。

本研究では、ロバスト性を確保するため、スライディングモード制御^{11)~13)}の枠組みを導入する。理論的検討のためには、制御対象を線形と仮定せざるを得ないが、線形化誤差に対処するためにも、この枠組みは有用であると期待される。

線形制御対象に限定しても、モデルは高次元となり、制御器の構造が複雑になる。そこで、横すべり角とヨーレートが測定可能とし、制御対象の低次元化と制御器の簡単化を図り、その正当性を明らかにする。

著者らの前報¹⁴⁾では、車体角はほぼ絶対座標 x 軸を向いているとしたが、円弧接続コースでは、車体角は大きく変化する。また今回は、極座標系を用いざるを得ないので、線形制御対象から出発しても、非線形の動特性が現れる。

2節では、線形車両モデル、前方注視点、目標コース、注視点半径誤差を明らかにした後、位相面で問題を定式化する。3節では、既知パラメータと未知パラメータの双方の場合につき、低次元化されたスライディングモード制御器を導出し、安定性と低次元化の正当性を保証する。4節では、提案した制御器の有効性を数値的に検証する。また、円弧接続点では曲率は不連続となるので、曲率が線形変化するクロソイドコース¹⁷⁾を微小円弧の繰り返しとみなして導入し、それへの適用性とロバスト性も数値的に検討する。

2. 問題の定式化

2.1 線形車両モデル

前輪操舵車両の左右並進とヨー回転の二自由度平面運動を

* 京都大学大学院情報学研究科 京都市左京区吉田本町

** 住友電気工業(株) ITS 研究所 大阪市此花区島屋 1-1-3

* Graduate School of Informatics, Kyoto University, Kyoto

** ITS Labo., Sumitomo Electric Industries, Ltd., Osaka

(Received May 20, 1998)

(Revised December 3, 1998)

Fig. 1 Two-wheel vehicle model and headway viewpoint

Fig. 2 Saturation of cornering forces

扱い、これを Fig. 1 の二輪モデルで表す^{6), 15)}。車速すなわち車両重心 G の速度 v は一定とする。変数 u は前輪のステア角すなわち実舵角、 β は車両正面と車速のなす角すなわち重心の横すべり角、 γ は車両の回転角速度すなわちヨーレートであり、これらはいずれも微小とする。なお、角度は反時計回りを正とする。

周知のように¹⁵⁾、車速に垂直方向の重心の並進は

$$mv(\dot{\beta} + \gamma) = 2F_f + 2F_r + w \quad (1)$$

と近似できる。ここに、1) m は車両質量、2) F_f と F_r は前輪と後輪に働く車速に垂直な力、すなわちコーナリングフォース、3) w は車速に垂直な横風などの有界外乱である。

前輪と後輪のスリップ角 α_f と α_r 、すなわち車輪の回転面から車輪進行方向への角は、次式で近似できる¹⁵⁾。

$$\alpha_f = \beta + \frac{l_f \gamma}{v} - u, \quad \alpha_r = \beta - \frac{l_r \gamma}{v} \quad (2)$$

乾いたアスファルト路 (dry) と圧雪路 (snow) に対し、 α_f 、 α_r の関数としての F_f 、 F_r の例を Fig. 2 に示す。圧雪路では、比較的小さなスリップ角で、後輪の $|F_r|$ が前輪の $|F_f|$ より小さくなり、車両スピンという不安定現象が生じる⁶⁾。

線形モデルではスリップ角に比例したコーナリングフォースを考える：

$$F_f = -K_f \alpha_f = -K_f \left(\beta + \frac{l_f \gamma}{v} - u \right) \quad (3)$$

$$F_r = -K_r \alpha_r = -K_r \left(\beta - \frac{l_r \gamma}{v} \right) \quad (4)$$

ここに、 $K_f > 0$ と $K_r > 0$ は Fig. 2 のカーブを最小2乗法

Fig. 3 Goal course consisting of smooth arcs

などで線形近似する際の係数であり、コーナリングフォース係数と呼ぶ。 K_f 、 K_r および K_r/K_f は、圧雪路の方が乾いた路面より小さくなる。なお、単位スリップ角あたりのコーナリングフォースは、コーナリングパワーと呼ばれている¹⁵⁾。車両の回転運動は、これも周知のように¹⁵⁾

$$I_z \dot{\gamma} = 2l_f F_f - 2l_r F_r - l_w w \quad (5)$$

で近似できる。ここに、1) I_z はヨー軸回りの慣性モーメント、2) l_f と l_r はそれぞれ重心から前後輪までの正の距離、3) l_w は重心から外乱作用点までの距離 (後方側正) である。

式 (1) と (5) から $\dot{\beta}$ と $\dot{\gamma}$ を解き出すと、次を得る。

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2P_1}{mv} & -1 - \frac{2P_2}{mv^2} \\ -\frac{2P_2}{I_z} & -\frac{2P_3}{I_z v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + bu + hw \quad (6)$$

ただし、 b 、 h 、 P_1 、 P_2 、 P_3 は次である。

$$b = \begin{bmatrix} \frac{2K_f}{mv} & \frac{2K_f l_f}{I_z} \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$h = \begin{bmatrix} \frac{1}{mv} & \frac{-l_w}{I_z} \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

$$P_1 = K_f + K_r, \quad P_2 = K_f l_f - K_r l_r \quad (9)$$

$$P_3 = K_f l_f^2 + K_r l_r^2 \quad (10)$$

2.2 前方注視点

車両の正面前方で重心 G から L_p の距離にある点 P を、注視点と呼ぶ。未知パラメータの場合には、後述するように、前報¹⁴⁾で特異注視点と名づけた特別なものを採用する。

2.3 目標コース

2.3.1 円弧接続目標コース

追従すべきコースは、Fig. 3 に示すように、半径 r_c の異な

る既知の円弧列で滑らかに接続されているとする。時計周りと反時計周りに走行する車両を同図に示す。円弧コースの進行方向は、時計もしくは反時計周りに定まっている。

2.3.2 追従すべきコース点

任意の時刻 t で注視点 $P(t)$ が追従すべき円弧は既知とし、現在円弧と呼ぶ。この円弧上の点で注視点からの距離が最小のものを、コース点と呼び、 $P_c(t)$ と記す。Fig. 3 に示すように、コース点は現在円弧中心から注視点への半直線上にあり、容易に求まる。注視点は現在円弧の近傍に留まるとし、コース点における進行方向と注視点速度ベクトルのずれは、小さいとする。この状況下では、コース点は円弧列上を所定の順序でたどることになる。なお、後述の数値例のように、コースがクロソイド曲線の場合には、最小距離性に基づき、ニュートン法でコース点を求めることができる。

2.3.3 現在の極座標系

現在円弧の中心を C 、半径を r_c とし、注視点 P を原点 C の極座標で表したとき、円弧中心から注視点までの距離、すなわち注視点半径を r_p とし、注視点の角度を η_p とする。なお、現在円弧が完全な円の場合で、これを幾度も周回するときなどには、周回の回数に応じて $\pm 2\pi$ を角度 η_p に加える。複号は上側を反時計周りコースとする。

固定 $x-y$ 座標系に対し、 x 軸から車体正面への角を θ とする。周回コースの場合は、車体角 θ も周回回数のオーダーとなる。なお、ヨーレート γ の定義から、次の関係がある。

$$\dot{\theta} = \gamma \quad (11)$$

中心 C と注視点 P を結ぶ半直線を考えると、既述のように円弧との交点がコース点 P_c となる。コース点での車両進行方向の接線ベクトルを T_p と記す。この接線ベクトルから車両前方への角度を ξ_p とすると、

$$\xi_p = \mp \frac{\pi}{2} + \theta - \eta_p \quad (12)$$

となる。角度 ξ_p は微小で、車両はほぼ接線 T_p の方向を向いていると仮定する。

目標半径 r_c 、注視点半径 r_p は十分に大きいとし、後述の定常値でも β 、 γ 、 u 、 ξ の微小性が成立するものとする。

2.4 注視点半径誤差の動特性

2.4.1 半径誤差の定義

コース点 $P_c(x_{pc}, y_{pc})$ でのコース進行方向が、注視点での接線ベクトル T_p であった。いま、この T_p に垂直で左手に向かう単位ベクトルを e_n と記す。添字 n は法線を表す。反時計回りと時計回りコースではそれぞれ、中心は T_p の左手と右手側にある。また、中心、コース点、注視点は同一直線上にある。したがって、円弧中心を $C(x_c, y_c)$ とすると、単位ベクトル e_n は次のように書ける。

$$e_n = \pm(x_c - x_{pc}, y_c - y_{pc})^T / r_c \quad (13)$$

ここに、 r_c は現在円弧の半径である。

一方、注視点 $P(x_p, y_p)$ からコース点 P_c へのベクトルを $e_{p,pc}$ とする：

$$e_{p,pc} = (x_{pc} - x_p, y_{pc} - y_p)^T \quad (14)$$

注視点の半径目標値は r_c である。そこで、注視点半径誤差 $\varepsilon(t)$ をベクトル $e_{p,pc}$ の e_n 成分として定義する：

$$\varepsilon(t) \equiv e_{p,pc}^T e_n \quad (15)$$

注視点軌道は連続と仮定する。同一円弧内では、中心と注視点を結ぶという定義から、コース点も連続となる。したがって $e_{p,pc}$ と e_n は連続に変化し、誤差 $\varepsilon(t)$ も同様となる。円弧接続点においては、どちらの円弧に対しても $e_{p,pc}$ と e_n は共通であり、誤差は全コースに対して連続に変化する。

注視点の左手にコース点がある場合に、この誤差は正となり、注視点半径と円弧半径で表すこともできる：

$$\varepsilon(t) \equiv \pm(r_p(t) - r_c) \quad (16)$$

2.4.2 一階微分

いま、コース点速度ベクトルを v_{pc} と記せば、式 (13) の e_n の微分は次となる。

$$\dot{e}_n = \mp v_{pc} / r_c \quad (17)$$

なお、接続点における微分は同一円弧内、たとえば前方側円弧内で行うと規約するので、上式の導出において中心 $C(x_c, y_c)$ と半径 r_c は一定とみなせる。

一方、注視点速度ベクトルを v_p と記せば、式 (14) の $e_{p,pc}$ の微分は次となる。

$$\dot{e}_{p,pc} = v_{pc} - v_p \quad (18)$$

注視点半径誤差の微分は、式 (15)、(17)、(18) より

$$\dot{\varepsilon} = (v_{pc} - v_p)^T e_n \mp e_{p,pc}^T v_{pc} / r_c \quad (19)$$

となる。コース点は円弧上を移動するので、 v_{pc} は e_n および $e_{p,pc}$ と直交する。したがって、誤差の微分は次となる：

$$\dot{\varepsilon} = -v_p^T e_n \quad (20)$$

すなわち、誤差微分は注視点速度ベクトル v_p の e_n 成分をとり、その符号を反転させたものとなる。

注視点速度ベクトル v_p の連続性を仮定する。既述のように e_n は円弧内で連続で、しかも接続点で共通の値をもつので、誤差微分も全コースに対して連続となる。

この誤差微分は β と ξ_p を微小とすれば、次式で近似できる。

$$\dot{\varepsilon} = -[v(\beta + \xi_p) + L_p \gamma] \quad (21)$$

鍵括弧内の第 1 項は重心速度ベクトルの e_n 成分、第 2 項は大きさ $|L_p \gamma|$ のヨーレート速度ベクトルの e_n 成分である。

2.4.3 二階微分

誤差の二階微分は式 (21) より、次となる。

$$\ddot{\varepsilon} = -(v\dot{\beta} + v\dot{\xi}_p + L_p \dot{\gamma}) \quad (22)$$

式 (12) と $\dot{\theta} = \gamma$ より、角度 ξ_p の一階微分は

$$\dot{\xi}_p = \dot{\theta} - \dot{\eta}_p = \gamma - \omega_p \quad (23)$$

となる。ここに、 $\omega_p \equiv \dot{\eta}_p$ は注視点の角速度であり、 ξ_p が微小であるので、次で近似できる。

$$\omega_p = \pm \frac{v}{r_p} = \frac{v}{\pm r_c + \varepsilon} \quad (24)$$

Fig. 4 Trajectories and switching line on phase plane

式(22), (23)より, 誤差の二階微分は

$$\ddot{\varepsilon} = -(v\beta + v\gamma - v\omega_p + L_p\dot{\gamma}) \quad (25)$$

と書ける. 式(6)の (β, γ) を代入して整理すれば, 誤差の二階微分は最終的に次で表現できる.

$$\ddot{\varepsilon} = c_2(k_1\beta + k_2\gamma + k_3\omega_p - u) - c_3w \quad (26)$$

ここに, 定数 $c_2 > 0$, c_3 , k_1 , k_2 , $k_3 > 0$ は

$$K_{rf} \equiv K_r/K_f \quad (27)$$

$$D_f \equiv I_z + m l_f L_p, \quad N_r \equiv I_z - m l_r L_p \quad (28)$$

$$Q_{rf} \equiv N_r/D_f, \quad N_w \equiv I_z - m l_w L_p \quad (29)$$

なる記号のもと, 次で定義されたものである.

$$c_2 = 2K_f D_f / (m I_z), \quad c_3 = N_w / (m I_z) \quad (30)$$

$$k_1 = 1 + K_{rf} Q_{rf}, \quad k_2 = \frac{l_f - l_r K_{rf} Q_{rf}}{v} \quad (31)$$

$$k_3 = \frac{m I_z v}{2 K_f D_f} \quad (32)$$

式(26)において, 定数 c_3 は K_f と K_r の何れにも依存しない. 定数 c_2 , k_3 は前輪の K_f に依存するが, 後輪の K_r には無関係である. 定数 k_1 , k_2 は K_f と K_r の影響を受ける.

2.5 操舵制御問題

制御の目的は, ステア角 u を決定して, 誤差 $\varepsilon(t)$ とその一階微分を零に収束させることである.

3. 非線形低次元化制御器

3.1 低次元化スライディングモード制御

式(6), (26)から明らかなように, u を入力, ε を出力とすると, 状態変数は β , γ , ε , $\dot{\varepsilon}$ であり, 系の次数は4次となる. したがって, スライディングモード制御理論によれば¹¹⁾, 多次元の切換超平面を考えなければならない. また, 式(26)は ε に関して非線形である. さらに, 本研究の操舵制御は, 円

弧接続コース上の追値操舵問題である. これらのことから, 4次のままでは制御則が複雑になり, 見通しも悪くなる.

そこで, 式(26)において, 状態変数 β , γ を一時的に外部入力とみなし, 4次を2次に低次元化する. この結果, 式(26)の非線形2次系に対する簡単な構造の制御則を導出できる. また, 2次元位相面の切換線で扱えるので, 見通しもよくなる. 低次元化の正当性については後述する.

位相面 $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ を考えると, 操舵制御の目的は位相面軌道を原点に収束させることになる. 軌道の一例をFig. 4に示す. 図中の多角形領域については後述する.

正定数 c_1 に対し, 切換関数を次式で定義する.

$$\sigma(t) = c_1 \varepsilon(t) + \dot{\varepsilon}(t) \quad (33)$$

図中に切換線 $\sigma = 0$, すなわち $\dot{\varepsilon} = -c_1 \varepsilon$ を示す.

式(26)の $\ddot{\varepsilon}$ を用いると, 切換関数値の一階微分に関して, 次式を得る.

$$\dot{\sigma} = c_2(\alpha \dot{\varepsilon} + k_1 \beta + k_2 \gamma + k_3 \omega_p - u) - c_3 w \quad (34)$$

ここに, 定数 α は次であり, $c_2 \alpha = c_1$ なる関係がある.

$$\alpha = \frac{c_1 m I_z}{2 K_f D_f} \quad (35)$$

3.2 既知パラメータの場合

まず, 定数 K_f , K_r , I_z , m , v , l_f , l_r , l_w が既知の場合を述べる. 既知の正定数 ρ_1 を導入し, 次式を満足させる.

$$\max_{t \geq 0} |c_3 w(t)| < c_2 \rho_1 \quad (36)$$

上の ρ_1 を用い, 容易に計算可能な制御則を次で定義する.

$$u = \alpha \dot{\varepsilon} + k_1 \beta + k_2 \gamma + k_3 \omega_p + \text{sgn}(\sigma) [\rho_1 + \kappa(|\varepsilon|, |\dot{\varepsilon}|)] \quad (37)$$

ここに, $\sigma > 0$ に対して $\text{sgn}(\sigma) = 1$, $\sigma < 0$ に対して $\text{sgn}(\sigma) = -1$, $\text{sgn}(0) = 0$ である. 係数 k_2 , k_3 は車速 v に依存する. 非負関数 $\kappa(|\varepsilon|, |\dot{\varepsilon}|)$ は, 位相面原点でのみ零になり得るものであり, ϕ と ψ を正定数とするときの次の例がある.

$$\kappa(|\varepsilon|, |\dot{\varepsilon}|) = \phi|\varepsilon| + \psi|\dot{\varepsilon}| \quad (38)$$

操作量 u は位相面座標値 $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ と外部入力 (β, γ) から定まる.

制御則中で σ の符号に依存するものは, ρ_1 と κ に関する項である. その他の項は, 式(34)中で c_2 にかかる項を零とするものである. したがって, $\dot{\sigma}$ は次となる.

$$\dot{\sigma} = -c_3 w - c_2 \cdot \text{sgn}(\sigma) [\rho_1 + \kappa(|\varepsilon|, |\dot{\varepsilon}|)] \quad (39)$$

ここでまず, $\sigma > 0$ の場合を考えると, 式(36)より,

$$\dot{\sigma} = -c_3 w - c_2 \rho_1 - c_2 \kappa < -c_2 \kappa \leq 0 \quad (40)$$

となる. 上式の不等号<は有限の差異を伴う. 次に, $\sigma < 0$ の場合にも, 式(36)より,

$$\dot{\sigma} = -c_3 w + c_2 \rho_1 + c_2 \kappa > c_2 \kappa \geq 0 \quad (41)$$

となる. すなわち, $\sigma > 0$ のときには $\dot{\sigma} < 0$ で, $\sigma < 0$ のときには $\dot{\sigma} > 0$ であり, 切換線 $\sigma = 0$ への位相面軌道の有限時

間での到達性が保証される。また、切換線に到達した軌道は、式(36)が成立する限り、外乱 $w(t)$ に係わらず、その線上に拘束される。切換線上の軌道は $\sigma = 0$ 、すなわち $\dot{\epsilon} = -c_1\epsilon$ に従い、 $1/c_1$ の時定数で位相面原点に収束する。なお既述のように、点 $(\epsilon, \dot{\epsilon})$ は円弧の接点においても連続である。

3.3 未知コーナリングフォース係数の場合

3.3.1 特異注視点の導入

係数 K_f と K_r は、路面やタイヤ空気圧で大きく変動するので未知とし¹⁵⁾、 I_z 、 m 、 v 、 l_f 、 l_r は既知とする。なお、 l_w は未知でよい。

定数 k_1 と k_2 は式(31)から、未知量 $K_{rf} = K_r/K_f$ を含み、 K_f と K_r の影響を受ける。いま、重心から前方注視点への距離 L_p を式(28)の $N_r = 0$ 、すなわち

$$L_p = \frac{I_z}{ml_r} \quad (42)$$

と設定すれば、 $Q_{rf} = 0$ となるので、 k_1 と k_2 は未知量の影響を受けなくなる：

$$k_1 = 1, \quad k_2 = \frac{l_f}{v} \quad (43)$$

他の定数は、 $l \equiv l_f + l_r$ とすれば、次のようになる。

$$c_2 = \frac{2K_f l}{l_r m}, \quad c_3 = \frac{l_r - l_w}{l_r m} \quad (44)$$

$$k_3 = \frac{l_r m v}{2K_f l}, \quad \alpha = \frac{c_1 l_r m}{2K_f l} \quad (45)$$

式(42)の注視点距離の下では、式(26)の注視点半径誤差の動特性、および式(34)の切替関数値の一階微分は、未知量として前輪の K_f だけを含み、後輪の K_r とは無関係になる。そこで、重心からのこの距離 L_p を特異注視点距離、点 P を特異注視点と呼ぶ。なお、この特異注視点は車両を剛体としたときの撃心に相当し、Ackermannの論文においても別の文脈で用いられている¹⁶⁾。距離 L_p は慣性モーメント、質量、重心から後輪への距離から定まり、車速には依存しない。

3.3.2 制御器

前輪での未知量 K_f の推定値を $\tilde{K}_f$ とし、式(45)の k_3 と α に対応して

$$\tilde{k}_3 = \frac{l_r m v}{2\tilde{K}_f l}, \quad \tilde{\alpha} \equiv \frac{c_1 l_r m}{2\tilde{K}_f l} \quad (46)$$

を定義し、新たな $\rho > 0$ に対して次の制御則を考える。

$$u = \tilde{\alpha}\dot{\epsilon} + \beta + \frac{l_f}{v}\gamma + \tilde{k}_3\omega_p + \text{sgn}(\sigma)[\rho + \kappa] \quad (47)$$

このとき、 $c_2\alpha = c_1$ および $c_2\tilde{\alpha} = c_1K_f/\tilde{K}_f$ などに着目すれば、切換関数値 σ の時間微分に関し、次式を導ける。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & -c_3w + \Delta K_f(c_1\dot{\epsilon} + v\omega_p) \\ & - c_2 \cdot \text{sgn}(\sigma)[\rho + \kappa] \end{aligned} \quad (48)$$

ここに、 ΔK_f は次である。

$$\Delta K_f \equiv 1 - (K_f/\tilde{K}_f) \quad (49)$$

制御則(47)は式(24)の ω_p のため、注視点半径 r_p を分母に含むので、注視点半径の下限として、 $0 < r_{p,\min} < r_c$ を導入する。また、誤差微分 $\dot{\epsilon}$ の上限 $\dot{\epsilon}_{\max} > 0$ を、切換線により次で定義する。

$$\dot{\epsilon}_{\max} = -c_1(r_{p,\min} - r_c) \quad (50)$$

さらに、 ω_p の上限を次で定義する。

$$\omega_{p,\max} \equiv v/r_{p,\min} \quad (51)$$

さて、式(47)の制御則中の正定数 ρ が3個の成分

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \quad (52)$$

から成るとする。ここに、 ρ_1 は式(36)を満たし、残りは次を満たすとする。

$$|\Delta K_f \cdot c_1 \dot{\epsilon}_{\max}| \leq c_2 \rho_2 \quad (53)$$

$$|\Delta K_f \cdot v \omega_{p,\max}| \leq c_2 \rho_3 \quad (54)$$

位相面上の領域 R を次で定義する。

$$R = \{(\epsilon, \dot{\epsilon}) \mid \pm \epsilon \geq r_{p,\min} - r_c, \quad |\dot{\epsilon}| \leq \dot{\epsilon}_{\max}\} \quad (55)$$

なお、 $r_p = r_c \pm \epsilon$ であるので、この領域では反時計と時計回りに関わらず、 $r_p \geq r_{p,\min}$ である。

このとき、領域 R の任意の $(\epsilon, \dot{\epsilon})$ に対し、 $\sigma > 0$ なら $\dot{\sigma} < 0$ で、 $\sigma < 0$ なら $\dot{\sigma} > 0$ を示せる。

特別な場合として、Fig. 4の太線で囲まれた多角形領域 S は、 R の部分集合である。領域境界での可能な移動方向を網掛けと矢印で示す。位相面の性質と $|\sigma|$ の減少性によるものである。領域 S 内の任意の点から出発した位相面軌道は、領域から出ることなく切換線へ有限時間で到達し、到達後は切換線に拘束される。また、 $(\epsilon, \dot{\epsilon})$ は有界となる。さらに、注視点半径 r_p は $r_{p,\min}$ 以上に保たれる。この種の網掛け領域 S は、 ρ とともに大きくでき、前輪係数 K_f の推定誤差尺度 ΔK_f に対するロバスト性を高めることができる。なお、既知パラメータの場合は、 $\Delta K_f = 0$ という特別な場合に相当する。

3.3.3 低次元化の正当性

偏差 ϵ とその微分 $\dot{\epsilon}$ は有界にとどまり、しかも半径 r_p は $r_{p,\min}$ 以上に保持される。しかしながら、これまで外部入力として扱ってきた式(6)の (β, γ) も、 u の影響を受けている。したがって、式(6)が不安定な場合はもちろん安定な場合にも、式(47)の制御則下では、 (β, γ) が発散する恐れがあり、その場合にはステア角 u も有界でなくなり、低次元化が失敗する。

式(42)の特異注視点を用いた場合には、式(47)における $\beta + (l_f/v)\gamma$ の項を式(6)に代入すると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -\frac{2K_r}{mv} & -1 + \frac{2K_r l_r}{mv^2} \\ \frac{2K_r l_r}{I_z} & -\frac{2K_r l_r^2}{I_z v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \\ & + b\bar{u} + hw \end{aligned} \quad (56)$$

を得る。操作量の残部 $\bar{u}$ は次である。

$$\bar{u} \equiv \tilde{\alpha}\dot{\epsilon} + \tilde{k}_3\omega_p + \text{sgn}(\sigma)[\rho + \kappa(|\epsilon|, |\dot{\epsilon}|)] \quad (57)$$

式(56)の特性方程式は未知量 K_r を含み、

$$s^2 + \frac{2K_r(ml_r^2 + I_z)}{I_z mv} s + \frac{2K_r l_r}{I_z} = 0 \quad (58)$$

となるが、 $K_r > 0$ であるので、推定値 $\tilde{K}_f$ に関わらず常に安定となる。また、既述のように、 $(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ と ω_p は有界であるので、 $\bar{u}$ も有界であり、切換線へ到達前と到達後も、 (β, γ) と u の有界性が保証される。また、式(21)の左辺が有界なので、 ξ_p も有界となる。

パラメータが既知の場合も、式(37)の $k_1\beta + k_2\gamma$ の項を式(6)に代入すれば、特異注視点でなくても特性方程式の安定性はかき言えるが、未知の場合には対応できない。

3.3.4 定常値の導出

十分な長さのコースを走行するときを考え、定常値を導出する。切換線に到達した軌道はそこに拘束されるので、 $\dot{\sigma} = 0$ であり、これからいわゆる等価操作量¹¹⁾が算出できる。式(34)より等価操作量は

$$u = \alpha\dot{\varepsilon} + \beta + \frac{l_f}{v}\gamma + k_3\omega_p - k_5w \quad (59)$$

となる。ここに、 k_5 は次である。

$$k_5 = \frac{c_3}{c_2} = \frac{l_r - l_w}{2K_f l} \quad (60)$$

等価操作量における $\beta + (l_f/v)\gamma$ の項を式(6)に代入すると、式(56)において $\bar{u}$ を次の $\tilde{u}$ に置き換えたものが得られる。

$$\tilde{u} = \alpha\dot{\varepsilon} + k_3\omega_p - k_5w \quad (61)$$

既述のように、残部操作量 $\tilde{u}$ 中の $\dot{\varepsilon}$ は零に収束し、 r_p は目標コース円弧半径 r_c に収束する。したがって、角速度 $\omega_p = \pm v/r_p$ は円弧コース角速度 $\omega_c \equiv \pm v/r_c$ に収束する：

$$\tilde{u}(\infty) = k_3\omega_c - k_5w \quad (62)$$

外乱 w が一定のとき、状態 (β, γ) の収束値は

$$\beta(\infty) = \pm \frac{1}{r_c} \left(l_r - \frac{l_f m v^2}{2K_r l} \right) + \frac{(l_f + l_w)w}{2K_r l} \quad (63)$$

$$\gamma(\infty) = \pm v/r_c = \omega_c \quad (64)$$

となる。重心の横すべり角の収束値 $\beta(\infty)$ とその符号は車速に依存する。ヨーレート γ は、外乱に関わらず円弧コース角速度に収束し、これに対応して車体角 θ が変化する。

一方、式(21)左辺が零に収束するので

$$\xi_p(\infty) + \beta(\infty) = \mp \frac{I_z}{l_r m r_c} \quad (65)$$

を得る。よって、重心の車速 v は接線 T_p から上式右辺の量だけ反時計回りにずれる。操作量は結局、次に収束する。

$$u(\infty) = \pm \frac{1}{r_c} \left(l - \frac{P_2 m v^2}{2K_f K_r l} \right) + \frac{P_2 + P_1 l_w}{2K_f K_r l} w \quad (66)$$

直線コースの場合、 $\xi_p(\infty) + \beta(\infty) = 0$ となるが

$$\xi_p(\infty) = -\beta(\infty) = -\frac{(l_f + l_w)w}{2K_r l} \quad (67)$$

である。したがって、外乱 w が存在するとき、車速は直線方向を向くが、車体は直線から $\xi_p(\infty)$ の角度を保つことになる。この角度がゼロになるのは、 $l_w = -l_f$ の場合、すなわち前輪に外乱が加わったときだけである。

Fig. 5 A course consisting of smooth arcs

4. 計算機シミュレーション

4.1 シミュレーション条件

Table 1に数値パラメータを要約する。車速は60km/hである。時刻2秒から7秒にかけて大きさ1000(N)の外乱が後輪に作用する。その他の条件を以下で述べる。

4.1.1 重心、注視点、コース点の決定

車両重心を次の厳密式から決定する。

$$x(t) = \int_0^t v \cdot \cos(\beta(\tau) + \theta(\tau)) d\tau + x(0) \quad (68)$$

$$y(t) = \int_0^t v \cdot \sin(\beta(\tau) + \theta(\tau)) d\tau + y(0) \quad (69)$$

特異注視点 $P(t) = (x_p, y_p)$ を近似なしで計算する。

$$x_p(t) \equiv x(t) + L_p \cos \theta(t) \quad (70)$$

$$y_p(t) \equiv y(t) + L_p \sin \theta(t) \quad (71)$$

円弧の場合は注視点と円弧中心を結ぶことにより、現在コース点は容易に求まるので、クロソイドコースへの一般化について述べておく。現在の注視点 $P(t)$ に対応するコース点 $P_c(t)$ を求めるに際し、 $P_c(t - \Delta t)$ からのコース上での道のりを $s > 0$ とし、そこでの座標を $(x(s), y(s))$ と記す。点 $P_c(t - \Delta t)$ の前方近傍コースをクロソイド曲線として、道のり s の関数でパラメータ表示する。このとき、注視点 $P(t)$ から $(x(s), y(s))$ への距離に対し、 s に関する二階微分は解析的に容易に求まる。したがって、ニュートン法により一階微分が零となる道のりが定まり、コース点 $P_c(t)$ を数値的に決定でき、誤差 $\varepsilon(t)$ が定まる。このときの道のりから、コース点での曲率半径 r_c と中心 C も定まり、この種の半径をもつ微小円弧の繰り返しとして、制御器を適用する。

4.1.2 チャタリングの防止とステア角の制限

スライディングモード制御では、操作量を切換線上で不連続に切り替えるときに、チャタリング現象が発生する。そこで、符号関数 $\text{sgn}(\sigma)$ を次で近似する¹¹⁾。

$$\text{sgn}(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma|} \simeq f(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma| + \lambda}, \quad \lambda > 0 \quad (72)$$

一方、ステア角 u に対し、次の上下限を設定し、これを超えた場合には、実際の操作量は対応する上下限値に固定する。

Fig. 6 Simulation results for packed snow road

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (73)$$

4.1.3 非線形タイヤ特性

スリップ角 (α_f, α_r) とコーナリングフォース (F_f, F_r) との関係として、次を用いる⁶⁾。

$$F_f = -c_f \frac{\tan^{-1}(k_f \alpha_f)}{k_f} \cos(\beta - u) \quad (74)$$

$$F_r = -c_r \frac{\tan^{-1}(k_r \alpha_r)}{k_r} \cos \beta \quad (75)$$

ここに、 c_f, c_r は前輪と後輪のコーナリングステイフネスであり、コサインの項は車輪の横力からコーナリングフォース、すなわち車速に垂直な力を求めるためのものである。また、 k_f と k_r は路面の摩擦係数に対応した係数であり、乾いたアスファルト路では $k_f = 9$ で $k_r = 15$ 、圧雪路では $k_f = 25$

で $k_r = 60$ などの値がある⁶⁾。

アークタンジェントの項はスリップ角 α_f, α_r に関する F_f, F_r の飽和特性を表す。一例を Fig. 2 に示したが、これは Table 1 の車両データに対して、式 (74) と (75) を計算したものである。なお、特異注視距離 L_p は約 1.5m となる。

4.2 円弧接続コースの場合

Fig. 5 に直線と円の一部からなるコースを示す。原点 O で始まり、200m の直線を経た後、点 G で半径 200m の円弧を右回りに走行する。点 H で半径 300m の円に入り、左回りに一周した後に再び点 H に戻り、半径 200m の円を右回りに走行して点 G に至る。点 G と H での接続は滑らかではあるが、曲率は不連続に変化している。

Table 1 Summary of lane change simulation parameters

Car Parameters			
m	1500 (kg)	I_z	3000 (kgm ²)
l_f	1.2 (m)	l_r	1.3 (m)
c_f	25000 (N/rad)	c_r	35000 (N/rad)
l_w	1.3 (m)	w	1000 (N)
v	60 (km/h)	t	Time (s)
Packed Snow Road			
k_f	25	k_r	60
Dry Road			
k_f	9	k_r	15
Controller Parameters			
$u_{\min}$	-0.3 (rad)	$u_{\max}$	0.3 (rad)
K_f	25000 (N/rad)	K_r	35000 (N/rad)
c_1	0.5	L_p	1.5384 (m)
ϕ	0.001	ψ	0.001
ρ	0.125	λ	1
Δt	0.1 (s)		

4.2.1 圧雪路

Fig. 6 に圧雪路に対する結果を示す。制御則のパラメータ $\tilde{K}_f$ としては、乾いたアスファルト路における $K_f = 25000$ (N/rad) を用いており、ロバスト性を検証する。

同図 (a) にステア角の時間変化と定常状態での計算値を示す。単位は度で表示している。後輪に外乱が右から作用するため、時刻2秒から7秒にかけて左ステア ($u > 0$) を保つ。また、点Gで直線から右回り円弧に移るため、右ステアとなる。同様に点Hで右回りから左回りの円弧へ遷移するため、左ステアとなり、再び点Hに戻った以後は右ステアとなる。なお、外乱開始の2秒、同終了時刻の7秒、点GとHに対応する時刻近傍でオーバーステアが見られる。

同図 (b) はヨーレートの時間変化である。外乱開始と終了ならびに点GとHにおいて、振動的な過渡状態が現れるが、直線部では零に、円弧部ではその曲率に応じた角速度定常値に収束している。図 (c) に車体角を示す。直線部では進行方向、最初の右回り円弧で右に90度、次の円弧で左に360度、最後の円弧で右に270度変化する。図 (d) は目標コースからの注視点半径誤差 ε を示す。最大4cm程度の範囲に収まっている。符号関数の近似用パラメータ λ を小さくすれば、誤差はさらに小さくなるが、チャタリングが発生する。

図 (e) は時間軸を拡大し、外乱に対するステア角変化の詳細を示したものである。外乱印可時に左にオーバースhootして一定値に収束する傾向を示し、外乱消失時に右にオーバースhootした後、零に収束し、ロバスト安定性の一例となっている。なお、線形モデルによる定常計算値 $u(\infty)$ とのずれは、圧雪路でのタイヤの非線形特性によるものと思われる。図 (f) に外乱に対する車体角と車速方向の変動を示す。後輪に右から外乱が入るので、車体角も右に傾くが、車速の方向は過渡状態を経た後、直線部の進行方向を向く。

図 (g) は点G近傍でのステア角の詳細である。直線から右回りの円弧に進入するので、右方向にオーバースhootした後、振動を伴いながら定常値に収束する。対応するヨーレ

Fig. 7 Simulation results for dry road

Fig. 8 Clothoid curve from straight line to clockwise arc

Table 2 Summary of clothoid parameters

Curve	a	b	c	Length (m)
O-A	0	0	0	175.541
A-B	0	0	-0.0000512	48.942
B-C	-0.123	-1/199.5	0	262.101

トを図 (g) に示す。定常状態に収束しており、理論的に保証した安定性の具体例となっている。

4.2.2 乾いたアスファルト路

Fig. 7 は乾いたアスファルト路に対する結果であり、Fig. 6 の図 (e) に対応する。パラメータ誤差がなく道路状態も良好なので、外乱に対するステア角のオーバースhootは小さく、速やかに定常値に収束している。なお、Fig. 6 の図 (f), (g), (h) に対応しても、同様の改善された結果が得られる。

4.3 クロソイド接続コースの場合

直線から右回り円弧への接続、右回り円弧から左回り円弧への接続、左回り円弧から右回り円弧への接続にクロソイドを用いる。これを可能にするため、Fig. 5 の半径200mの円を半径199.5mに、300mの円を299.5mに変更する。中心は前と同じである。

直線から右回り円弧への接続の詳細を、Fig. 8 に示す。約175.5mの直線の後、点Aで48.9mのクロソイドに入り、点Bで円弧に入る。Table 2 には、直線や円弧もクロソイドと見なしたときの、それぞれのカーブ部分のパラメータを要約しておく。ここに、カーブ部分始点からの道のりを s (m) としたとき、そこでの方向角 $g(s)$ を次式で定義している。

$$g(s) = a + bs + cs^2 \quad (76)$$

道のり s での曲率は $dg(s)/ds = b + 2cs$ となり、円弧の場合はこれが一定 b なので、 $c = 0$ である。なお、表中の曲線 B-C は約262.1mの円弧部分を意味し、半径299.5mの反時計回り円弧に別のクロソイドで接続される。

Fig. 9 に圧雪路に対する結果を示す。これは Fig. 6 の図

Fig. 9 Simulation results for packed snow road with clothoid connections

(g) に対応するものであり、ステア角のオーバーシュートが抑制され、直線から円弧への滑らかな操舵となっている。

5. 結 言

直線と円弧で滑らかに接続されたコースに対し、路面状態などの未知パラメータ下での操舵を考え、次の結果を得た。

- (1) 車両重心前方の特定位置を特異注視点として導入し、コースに追従させた。
- (2) スライディングモード制御と低次元化に基づき、簡単な構造の制御則を導出し、追従誤差とその微分の零への収束性と、未知パラメータ下でのロバスト安定性を保証した。
- (3) 乾いたアスファルト路のパラメータで圧雪路の操舵を行ない、非線形タイヤ特性を考慮した数値例により、提案した制御則の有効性を明らかにした。
- (4) 円弧や直線の接続にクロソイド曲線を導入すれば、圧雪路の悪環境下でのオーバーシュートが抑制され、操舵量などの時間変化を円滑化できることを示した。
- (5) 等価操作量により、ステア角、ヨーレート、横すべり角などの定常値を導出した。

本研究は文部省科学研究費・基盤研究(C)(2)07650283に基づくものである。

参 考 文 献

- 1) たとえば, Proc. 2nd World Congress on Intelligent Transport Systems (1995) や, Proc. Vehicle Navigation & Information Systems Conference (1994) など
- 2) H. Kumamoto et al.: Rulebased Cognitive Animation Simulator for Current Lane and Lane Change Drivings, Proc. 2nd World Congress on Intelligent Transport Systems, 3, 1746/1752 (1995)
- 3) 井口: 人間-機械系一人による機械の制御, 情報科学講座 B.9.2, 共立出版 (1970)
- 4) Ty A. Lasky: Lateral Vehicle Control for AHS using a Laser Sensor, Proc. 2nd World Congress on Intelligent Transport Systems 1082/1087 (1995)
- 5) R. E. Fenton, I. Selim: On the Optimal Design of an Automotive Lateral Controller, IEEE Trans. Veh. Technol., 37-2, 108/113 (1988)
- 6) 小野, 細江: 自動車操舵系のロバスト制御 — 非線形 H^∞ 状態フィードバックによるロバスト安定化, 計測自動制御学会論文集, 30-4, 443/451 (1994)
- 7) 小野, 林, 高波, 細江: 車両の操舵-懸架制御 — H^∞ 制御理論による設計, 計測自動制御学会論文集, 28-5, 610/618 (1992)
- 8) 林, 土居, 服部, 荒川: 車両のアクティブ制御 — 操舵・懸

架系制御, 計測自動制御学会論文集, 28-7, 834/843 (1992)

- 9) 岩間, 稲熊, 浅野, 天野, 荒川, 林: 車両のアクティブ制御 — 後輪トルクの独立制御, 計測自動制御学会論文集, 28-7, 844/853 (1992)
- 10) S.E. Shladover, et al.: Automatic Vehicle Control Developments in the PATH Program, IEEE Trans. Veh. Technol., 40-1, 114/130 (1991)
- 11) 野波, 田: スライディングモード制御, コロナ社 (1994)
- 12) U. Itkins: Control System of Variable Structure, John Wiley & Sons, New York (1976)
- 13) R.A. DeCarlo, S.H. Zak and G.P. Matthews: Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial, Proc. of the IEEE, 76-3, 212/231 (1988)
- 14) 熊本, 坂元, 天目, 下浦: 低次元化スライディングモードと特異注視点による自動車の操舵制御, 計測自動制御学会論文集, 34-5, 393/399 (1998)
- 15) 安部正人: 自動車の運動と制御, 山海堂 (1992)
- 16) J. Ackermann: Robust Control Prevents Car Skidding, IEEE Control Systems, 17-3, 23/31 (1997).
- 17) 伊吹山: クロソイドポケットブック, 丸善 (1961)

[著 者 紹 介]

熊 本 博 光 (正会員)

1974 年京都大学大学院博士課程単位取得退学, 76 年同大学工学部助手, 88 年助教授, 98 年同大学大学院情報学研究科教授, 人間とシステムの関わりを研究, 京大工博。

西 原 修 (正会員)

1986 年京都大学大学院修士課程修了, 88 年同大学院博士課程中途退学, 同年同大学工学部助手, 98 年同大学大学院情報学研究科助教授, 人間とシステムの関わりを動力学的に研究, 京大工博

天 目 健 二

1974 年京都大学大学院修士課程修了, 同年住友電気工業入社, 現在ナビゲーションシステム等の ITS 関連業務を担当, 主任研究員。

下 浦 弘

1991 年神戸大学工学部卒業, 同年住友電気工業入社, ナビゲーションシステム, 動的経路誘導などの開発に従事, 自動車技術会会員。