非正方システムに対するインタラクタの直接的かつ数値安定な状態空間設計法[†]

忻 欣*・南 澤 慥**・美 多 勉**

A Direct and Numerically Stable State-Space Design of an Interactor for a Non-Square System[†]

Xin XIN*, Taek-Kun NAM** and Tsutomu MITA**

The construction of an interactor canceling the infinite zeros of a non-square proper transfer matrix is discussed in this paper. Some new properties of the infinite eigenstructure of the system matrix pencil of the transfer function are presented by investigating the numerically stable algorithm in Dooren (1979)³⁾. Then, a direct and numerically stable state-space design of the interactor is proposed. Unlike Copeland and Safonov (1992)²⁾, this paper does not use the relation between the infinite zero structure of the transfer function in the frequency domain and the infinite eigenstructure of the system matrix pencil of the transfer function for the derivation of the interactor.

Key Words: interactor, infinite zeros, system matrix pencil, eigenspace, numerically stable computation.

1. はじめに

インタラクタと呼ばれる多項式行列が適応制御、非干渉化制御などで重要な役割を演じており、特に、無限零点を持つ伝達関数の分解問題、特異 LQ レギュレータ問題、特異 H_∞ 制御問題、スライディングモード追従制御問題等に対して有効に用いられている^{1), 2), 10)~14), 18), 21), 22)}.

文献 20) によって、インタラクタとは有理プロパーな伝達関数に左からかけて、全体として無限零点を持たないプロパーな伝達関数を実現する左下三角多項式行列と定義されている。しかし、いくつかの問題^{1), 14), 18), 21), 22)}に対して、インタラクタを下三角の形に固定してしまうことは必要でなくなる。武藤ら⁹⁾はこの点を最初に認識し、文献 20) でのインタラクタの定義から、左下三角行列という制約条件のみをはずし、一般化インタラクタと呼ばれる多項式行列を定義している。その後、左か右かを区別せずに、一般化インタラクタを簡単にインタラクタと呼ぶ論文もある^{1), 10)}。本論文では、有理関数のスペクトルなどの分解問題、特異 H_∞ 制御問題を解析するために、文献 1), 10) にならい、インタラクタを次のように定義し、その導出法を研究する。

【定義】 有理プロパーな伝達関数 $G(s)$ に対して、正方多項式行列 $L(s)$ が

$$M := \lim_{s \rightarrow \infty} G(s)L(s) \quad (1)$$

を満たすとき、 $L(s)$ を有理プロパーな伝達関数 $G(s)$ のインタラクタと言う。ただし、 M はフルランクの定数行列である。

以下、インタラクタを設計する代表的な方法について紹介する。まず、文献 20) での導出法は逆システムのアルゴリズム¹⁷⁾の別表現となる。しかし、そのアルゴリズムでは、 $G(s)$ の Markov 変数を回帰的に計算する必要があるため、必ずしも安定な数値計算が保証できるとは限らない²⁾。

次に、Rogozinski ら¹⁵⁾は伝達関数の右多項式行列分解形の分子係数行列に対して逐次的に特異値分解を利用し、すべての零点が原点に配置されるインタラクタの導出法を提案している。文献 15) はその後の研究^{1), 6), 14)}に大きな影響を与えていると考えられる。また、武藤¹¹⁾は Toeplitz 行列の列ベクトルの並べ替えを行って、ある種の代数方程式を解くことにより、インタラクタを導出している。しかし、代数方程式の解法には工夫が必要である。そのため、加瀬ら^{7), 8)}は文献 9) で示されている代数方程式を疑似逆行列（特異値分解）を利用して解くことを提案している。また得られたインタラクタが離散時間全域特性を有することを示している。直交変換（特異値分解）が用いられているインタラクタの導出法は数値的には安定な方法であると考えられる。しかし、上で紹介した研究では、インタラクタのディスクリプタ形式¹⁶⁾、および、その逆行列の状態空間表現が与えられていない。もし、それらの実現があれば、インタラクタは無限遠零点を持つ制御問題を状態空間における解析に対してより有効に用いられる。

Copeland ら²⁾は列フルランクの縦長の $G(s)$ に対して、以下の三つのステップを用いて数値安定なインタラクタの設計

[†] DST シンポジウムで発表 (1997)

* 岡山県立大学 情報工学部 総社市窪木 111

** 東京工業大学 工学部 目黒区大岡山 2-12-1

* Faculty of Computer Science and System Engineering
Okayama Prefectural University, Soja

** Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology,
Meguro-ku, Tokyo

(Received June 22, 1999)

(Revised May 1, 2000)

方法を提案した。

ステップ1 文献19)の結果を用いて $G(s)$ の伝達関数領域における無限零点の構造を解析する

ステップ2 ステップ1によって解析された構造と $G(s)$ のシステムベンシルの無限固有構造との関係を明らかにする

ステップ3 数値安定なアルゴリズム³⁾を用いてシステムベンシルの無限固有空間を計算し、最終的に状態空間でのインタラクタを設計する

また、これらの3つのステップを利用して(1)式の M がフルランクであることを証明している。しかし、このインタラクタはステップ1, ステップ2を経て導出しなくてはならず、複雑である。インタラクタの種々の問題への適用のためには、より簡便で直接的な導出法が必要である。

一方、筆者ら²¹⁾は無限零点と虚軸上の零点を持つ伝達関数のインナー・アウト分解問題を解くため、インタラクタの概念を用いた。そこでは、システムベンシルの Kronecker 正準形を変形し、そこから直接的にインタラクタを導出したので応用上便利であった。しかしながら、数値計算問題に関しては扱っていない。

一方、数値計算で Kronecker 正準形を得る場合、変換行列の条件数が悪くなる可能性があり、安定な数値計算が保証できないことが Dooren³⁾によって指摘されている。

そこで、本論文では文献²¹⁾の結果と数値安定なアルゴリズム³⁾を統合し、非正方システム $G(s)$ に対するインタラクタの直接的かつ数値安定な状態空間設計法を提案する。ただし、この統合は直接的ではない。すなわち、我々がもてにした Kronecker 正準形と Dooren³⁾のアルゴリズムから導出される正準形が異なるからである。本論文の目的は Dooren の正準形に我々が提案した変形²¹⁾を加え、 $G(s)$ のシステムベンシルの無限固有構造に関する新たな性質を示し、そこからすべての零点が任意に配置できるインタラクタの直接的表現を導出することである。このようにすれば、文献2)で用いられた煩雑なステップ1, 2を利用せず、しかも、簡便で直接的なインタラクタの導出法が構築でき、応用範囲も広がると思われる¹³⁾。

本論文では以下の定義を用いる。ディスクリプタ形式に関して

$$C(sE - A)^{-1}B + D = \left[\begin{array}{c|c} -sE + A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

と表現する。 $E = I$ の場合には $-sE + A$ の代わりに A のみを用いる。次に、 $\mathbf{C}$ で複素面、 $R^{m \times p}$ で $m \times p$ の実係数行列の集合、 I_p で $p \times p$ の単位行列、 $\lambda(A)$ で A の固有値、 $\sigma(A)$ で A のすべての固有値を含む集合、 $|A|$ で A の行列式、 $\text{Im } A$ で A の像空間、 $\text{Ker } A$ で A の零化空間、 A^T で A の転置を表現する。実行列 A は $A^T A = A A^T = I$ を満たすとき直交行列と呼ばれる。

2. 準備

インタラクタの導出の準備として、本章では Kronecker 正準形⁴⁾と Dooren の正準形³⁾を順に紹介しておく。

[補題1] ⁴⁾ ペンシル $-sM + W$ を列フルランクとする。すると、次式を満たす可逆な行列 P と Q が存在する。

$$P^{-1}(-sM + W)Q = \text{diag}\{L_{\eta_1}, \dots, L_{\eta_q}, -sI + \Lambda_f, -s\Lambda_\infty + I\} \quad (2)$$

ここで、 L_k は以下の $(k+1) \times k$ のペンシルである。

$$\begin{bmatrix} -s & & & \\ 1 & \ddots & & \\ & \ddots & -s & \\ & & & 1 \end{bmatrix} = -s \begin{bmatrix} I_k \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

また、 Λ_f はジョルダン行列であり、 Λ_∞ は冪零のジョルダン行列である。

以上の(2)式を $-sP_E + P_A$ の Kronecker 正準形といい、また、 $-sI + \Lambda_f$ と $-sI + \Lambda_\infty$ の単因子はそれぞれ $-sP_E + P_A$ の有限単因子と無限単因子と呼ばれ、 $\{\eta_1, \dots, \eta_q\}$ は $-sP_E + P_A$ の Kronecker 行指数と呼ばれる。

ただし、(2)式を計算する場合、変換行列 P と Q の条件数が悪くなることがあり、安定な数値計算が保証できないことが知られている。そこで、Dooren³⁾は補題1の P , Q 代わりに直交行列を使った次の方法を提案している。

[補題2] ³⁾ ペンシル $-sM + W$ を列フルランクとする。すると、次式を満たす直交行列 S_m と T_w が存在する。

$$S_m^T(-sM + W)T_w = \begin{bmatrix} -sM_\eta + W_\eta & 0 & 0 \\ * & -sM_f + W_f & 0 \\ * & * & -sM_\infty + W_\infty \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $-sM_\eta + W_\eta$ は $s \in \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ に対して列フルランクとなり、 $-sM_f + W_f$ と $-sM_\infty + W_\infty$ はそれぞれ $-sM + W$ の有限単因子だけと無限単因子だけを含む正則ペンシル、また、 $*$ は一般に非零の要素である。

なお、補題2の補足として、直接以下の結果が得られる³⁾。

[系1] 補題2において、 M_η は列フルランク、 M_f は正則であり、 $|-sM_\infty + W_\infty| \neq 0 \forall s \in \mathbf{C}$ に対して成り立つ。

(4)式の変換行列 S_m と T_w は直交行列なので、(4)式の計算は数値安定となり、以下、(4)式の Dooren の正準形に我々が提案した変形²¹⁾を加え、インタラクタを導出する。

3. インタラクタの設計法

本論文では、インタラクタを求めたいプロパーな縦長伝達関数 $G(s)$ の状態空間実現を

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right], \quad A \in R^{n \times n}, D \in R^{m \times p} \quad (5)$$

とおく。ただし、 $m \geq p$ で、 $G(s)$ は以下の仮定を満たすものとする。

【仮定1】 $G(s)$ のノーマルランクは p である。

ここで、 $G(s)$ のシステムペンスルを

$$-sP_E + P_A := -s \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (6)$$

とおく。ただし、 $P_E, P_A \in R^{(n+m) \times (n+p)}$ 。このとき、仮定1の下で、 $-sP_E + P_A$ は列フルランクである。

(6)式において、ペンスル $-sP_E + P_A$ に対して、 P_E の特別な構造を利用すると、補題2より、以下の結果が成り立つ。証明は付録A参照。

《定理1》 仮定1の下で、ペンスル $-sP_E + P_A$ に対して、次式を満たす直交行列 S と T が存在する。

$$S^T(-sP_E + P_A)T = \begin{bmatrix} -sE_{\eta f} + A_{\eta f} & 0 \\ * & -sE_{\infty} + A_{\infty} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $E_{\eta f}$ は列フルランク行列であり、

$$|-sE_{\infty} + A_{\infty}| \neq 0, \quad \forall s \in \mathbf{C} \quad (8)$$

が成り立ち、また、 T と E_{∞} は

$$T = \begin{bmatrix} T_r & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}, \quad T_r \in R^{n \times n} \quad (9)$$

$$E_{\infty} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_1 \in R^{n_{\infty} \times (n_{\infty}-p)} \quad (10)$$

の形式となる。ただし、 n_{∞} は正方行列 E_{∞} のサイズで、 E_1 は列フルランク行列である。

本定理において、(7)式は(4)式の $-sM_{\eta} + W_{\eta}$ 、 $-sM_f + W_f$ を含んだ項を $-sE_{\eta f} + A_{\eta f}$ にまとめたものである。とくに、文献2)にも(7)式が示されているが、 T と E_{∞} がそれぞれ(9)式と(10)式の形式となることは示されていない。このため、インタラクタの導出も複雑にならざるを得なかった。

さらに、定理1から、以下の重要な定理2を得る。定理2を述べるために、以下の記号を説明しておく。 S と T を(7)式に応じて

$$S = \begin{bmatrix} S_{\eta f} & S_{\infty} \end{bmatrix}, \quad S_{\infty} \in R^{(n+m) \times n_{\infty}} \quad (11)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{\eta f} & T_{\infty} \end{bmatrix}, \quad T_{\infty} \in R^{(n+p) \times n_{\infty}} \quad (12)$$

と分解表現する。また、 E_1 が列フルランク行列なので、 E_1 の特異値分解によって、

$$U_1^T E_1 W_1 = \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

が成り立つ。ただし、 $U_1 \in R^{n_{\infty} \times n_{\infty}}$ および $W_1 \in R^{(n_{\infty}-p) \times (n_{\infty}-p)}$ は直交行列であり、 $\Sigma \in R^{(n_{\infty}-p) \times (n_{\infty}-p)}$ は $\text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n_{\infty}-p}\}$ となる正定行列である。よって、 $U_{\infty} \in R^{n_{\infty} \times n_{\infty}}$ は

$$U_{\infty} = \begin{bmatrix} W_1 \Sigma^{-1} & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} U_1^T \quad (14)$$

と定義すると、

$$U_{\infty} E_{\infty} = \begin{bmatrix} I_{(n_{\infty}-p)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

成り立ち、さらに、(15)式に応じて

$$S_{\infty} U_{\infty}^{-1} =: \begin{bmatrix} V & B_0 \\ V_1 & \hat{D} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$U_{\infty} A_{\infty} =: \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

と分解しておく。ただし

$$V \in R^{n \times (n_{\infty}-p)}, \quad \hat{D} \in R^{m \times p} \\ A_{11} \in R^{(n_{\infty}-p) \times (n_{\infty}-p)}, \quad A_{22} \in R^{p \times p}$$

ここで、(13)式の特異値分解であることおよび(14)式より、 U_{∞} および

$$U_{\infty}^{-1} = U_1 \begin{bmatrix} \Sigma W_1^T & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (18)$$

が数値安定に計算できる⁵⁾。

《定理2》 仮定1の条件で、ペンスル $-sP_E + P_A$ に対して、すると、これらの関係式は以下の性質を持つ。

(I) (16)、(17)式の記号の下で、ペンスル $-sP_E + P_A$ の無限固有構造に対して以下の関係が成立する。

$$\begin{bmatrix} -sI + A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V & B_0 \\ 0 & \hat{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -sI + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{vmatrix} -sI + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} \neq 0, \quad \forall s \in \mathbf{C} \quad (20)$$

また、 $\begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$ は $-sP_E + P_A$ の無限固有空間の基底となり、 $V_1 = 0$ となる。

(II) (16)式において、 $\hat{D}$ は列フルランク行列である。

(証明) (I) (11)、(12)式を(7)式に代入し、 $SS^T = I$ を利用すると、

$$(-sP_E + P_A)T_{\infty} = S_{\infty}(-sE_{\infty} + A_{\infty}) \quad (21)$$

を得る。また、(9)と(12)式を比較することにより、 T_{∞} は

$$T_{\infty} = \begin{bmatrix} V_0 & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (22)$$

の形式で記述できる。ただし、 V_0 に関しては以下の(24)式で決定される。本式と(15)、(16)、(17)式を(21)式に代入すると、

$$\begin{bmatrix} -sI + A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V & B_0 \\ V_1 & \hat{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -sI + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

を得る。よって、(23) 式の両辺 s の項の係数比較より、

$$V_0 = V, \quad V_1 = 0 \quad (24)$$

が成り立つ。すると、(19) 式が成り立つ。また、 U_∞ が可逆なので、(8), (15), (17) 式より、任意の $s \in \mathbb{C}$ に対して、

$$\begin{vmatrix} -sI + A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = |U_\infty| - sE_\infty + A_\infty \neq 0$$

が成り立つ。すると、(20) 式が成立する。一方、(22) と

(24) 式より、 $T_\infty = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$ は $-sP_E + P_A$ の無限固有空間の基底となる。

(II) $\hat{D}$ が、列フルランク行列であることを証明するために、(7) 式が以下のように対角化できることを示しておく。すなわち、

$$\hat{S} := \begin{bmatrix} S_d & S_\infty \end{bmatrix}, \quad \hat{T} := \begin{bmatrix} T_d & T_\infty \end{bmatrix} \quad (25)$$

において、本式を可逆とし、かつ、

$$\hat{S}^{-1}(-sP_E + P_A)\hat{T} = \begin{bmatrix} -sE_{\eta f} + A_{\eta f} & 0 \\ 0 & -sE_\infty + A_\infty \end{bmatrix} \quad (26)$$

を満たす S_d と T_d が存在する。(16) 式において、 $\hat{D}$ は S_d , T_d に独立なので、このようにしても、 $\hat{D}$ は不変である。(25) と (26) 式の証明は付録 B 参照。

以下、背理法で $\hat{D}$ が列フルランクであることを証明する。 $\hat{D}$ が列フルランクではないとすれば、 $\hat{D}\alpha = 0$ を満たす $\alpha \neq 0$ が存在する。また、(25) 式において、 $\hat{T}$ は可逆なので、(16) 式から、

$$S_\infty U_\infty^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \alpha \\ 0 \end{bmatrix} \in \text{Im } P_E = \text{Im } (P_E \hat{T}) \quad (27)$$

が成り立つ。また、(26) 式の両辺 s の項の係数比較より

$$P_E \hat{T} = \hat{S} \begin{bmatrix} E_{\eta f} & 0 \\ 0 & E_\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_d E_{\eta f} & S_\infty E_\infty \end{bmatrix}$$

よって、(15) 式から、

$$\begin{aligned} P_E \hat{T} &= \begin{bmatrix} S_d E_{\eta f} & S_\infty U_\infty^{-1} U_\infty E_\infty \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} S_d E_{\eta f} & S_\infty U_\infty^{-1} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

が成り立つ。すると、(27), (28) 式より、

$$S_\infty U_\infty^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} = S_d E_{\eta f} \beta_1 + S_\infty U_\infty^{-1} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \beta_2 \quad (29)$$

を満たす β_1 , β_2 が存在する。よって、(29) 式を整理すれば、

$$\begin{bmatrix} S_d & S_\infty \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\eta f} \beta_1 \\ U_\infty^{-1} \begin{bmatrix} \beta_2 \\ -\alpha \end{bmatrix} \end{bmatrix} = 0$$

また、 $\hat{S} = \begin{bmatrix} S_d & S_\infty \end{bmatrix}$ および U_∞ が可逆なので、 $\alpha = 0$ となる。よって、 $\hat{D}$ は列フルランクである。■

さて、定理 2 で、(19), (20) 式を満たす V , $\hat{B}$, $\hat{D}$ および A_{ij} ($i, j = 1, 2$) が求まると、文献 21) によれば、インタラクタは次のように設計でき、また、以下で示す性質を持つ。

[補題 3] (5) 式の $G(s)$ のインタラクタ $L(s)$ とその逆システムはそれぞれ

$$L(s) = \left[\begin{array}{cc|c} -sI + A_{11} & A_{12} & -H \\ A_{21} & A_{22} & -I_p \\ \hline 0 & I_p & 0 \end{array} \right] \quad (30)$$

$$L^{-1}(s) = \left[\begin{array}{cc|c} -sI + \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ \hline \end{array} \right] \quad (31)$$

となる。ただし、 $H \in R^{n_r \times p}$ は設計用のパラメータであり、

$$\hat{A}_{11} := A_{11} - HA_{21}, \quad \hat{A}_{12} := A_{12} - HA_{22} \quad (32)$$

と定義される。このとき、

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A & \hat{B} \\ \hline C & \hat{D} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array} \right] \quad (33)$$

が成り立ち、インタラクタによって補償された伝達関数は

$$\hat{G}(s) = G(s)L(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & \hat{B} \\ \hline C & \hat{D} \end{array} \right] \quad (34)$$

となる。ただし

$$\hat{B} := VH + B_0 \quad (35)$$

また、以下の性質が成り立つ。

(I) (A_{11}, A_{21}) は可観測であり、 $\hat{A}_{11}$ の固有値である $L(s)$ の零点 ($L^{-1}(s)$ の極) は H の選択によって任意に配置できる。

(II) $\hat{A}_{11}$ が安定に選ばれている場合、 $G(s)$ の (A, B) が可安定であれば、 $\hat{G}(s)$ において $(A, \hat{B})$ も可安定となる。

(証明) 付録 C 参照。■

以下、本補題に関するその他の性質について述べておく。これらは本インタラクタを応用する上で有用と考えられる。

まず、(33) 式は任意の列フルランクの伝達関数 $G(s)$ が無限零点を持たない伝達関数 $\hat{G}(s)$ と有限零点を持たない伝達関数 $L^{-1}(s)$ の積で表せることを意味している。次に、

$$\hat{A}_\infty := \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (36)$$

と定義しておく。 $s = 0$ を (20) 式に代入すると、 $\hat{A}_\infty$ が正則であることがいえる。また、

$$\hat{N} := \begin{bmatrix} I_{n_r} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{A}_\infty^{-1} \quad (37)$$

と定義しておく。以下の結果が成り立つ。

[系 2] (37) 式において、 $\hat{N}$ は零冪行列である。また、 n_0 を $\hat{N}^{n_0} = 0$ を満たす最小の整数とする。このとき、(30) 式の $L(s)$ の別表現として次の多項式行列表現を得る。

$$L(s) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \hat{A}_\infty^{-1} (I + s\hat{N} + \cdots + s\hat{N}^{n_0-1}) \begin{bmatrix} H \\ I_p \end{bmatrix} \quad (38)$$

(証明) まず, (20), (37) 式より,

$$|I - s\hat{N}| \neq 0, \quad \forall s \in \mathbb{C} \quad (39)$$

が成り立つ. よって, $\hat{N}$ のすべての固有値がゼロであることがいえる. なぜならば, $\hat{N}$ は一つの非零固有値 λ_0 を持つ, すなわち, $|\lambda_0 I - \hat{N}| = 0$ が成り立つとすれば, $|I - \frac{1}{\lambda_0} \hat{N}| = 0$ が成り立つ. これは (39) 式に反する. よって, $\hat{N}$ は零冪行列である.

次に, (30), (37) 式から,

$$L(s) = - \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} [(s\hat{N} - I)\hat{A}_\infty]^{-1} \begin{bmatrix} H \\ I_p \end{bmatrix} \quad (40)$$

が成り立つ. したがって, $(s\hat{N} - I)^{-1}$ を展開すると, (40) 式から, (38) 式が得られる. ■

さらに, (34) 式において, インタラクタによって補償された系 $\hat{G}(s)$ の可制御性に関して以下の結果を得る.

[系3] 補題3において H を

$$\sigma(\hat{A}_{11}) \cap \sigma(A) = \emptyset \quad (41)$$

すなわち, すべての $L(s)$ の零点が A のすべての固有値と異なるように選んだとする. このとき, (A, B) が可制御であれば, $(A, \hat{B})$ も可制御となる.

(証明) $\hat{A}_{11} = A_{11} - HA_{21}$ が (41) 式を満たすとしよう. このとき, $(A, \hat{B})$ が可制御でないとする. 次式を満たす $\xi_1 \neq 0$ と $\lambda_1 \in \mathbb{C}$ が存在する.

$$\lambda_1 \xi_1^T = \xi_1^T A, \quad \xi_1^T \hat{B} = 0 \quad (42)$$

一方, 付録の (C.3) 式より, $\lambda_1 \xi_1^T V = \xi_1^T AV = \xi_1^T (V\hat{A}_{11} + \hat{B}A_{21}) = \xi_1^T V\hat{A}_{11}$ を得る. しかし, (41) 式が成り立つため, λ_1 は $\hat{A}_{11}$ の固有値でないといえるので, $\xi_1^T V = 0$ となる. よって, (C.3) 式より, $\xi_1^T B = \xi_1^T (V\hat{A}_{12} + \hat{B}A_{22}) = 0$ となる. 本式と (42) 式は (A, B) が可制御であることに反する. したがって, $(A, \hat{B})$ は可制御である. ■

無限零点をもつ特異制御問題がインタラクタによって”標準”問題に帰着されても, $\hat{G}(s)$ の状態空間実現に可安定または可制御という条件がなければ, しばしば”標準”問題として解けなくなってしまう. そのため, 補題3や系3で示した $(A, \hat{B})$ の可安定や可制御の不変性は特異制御問題を解くために重要である.

4. アルゴリズムと数値例

以上によると, インタラクタを計算するためのアルゴリズムは次のように与えられる.

アルゴリズム

1 定理1において, 文献3)のアルゴリズム4.1を用い, (7) 式の S, T, E_∞, A_∞ を計算する.

2 定理2において, (11) 式の S_∞ を求め, (13) 式の E_1 の特異値分解によって, (15) 式を満たす U_∞ を求める. また, (16), (17), (24) 式から, $V, B_0, \hat{D}, A_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) を計算する.

3 補題3より, インタラクタ $L(s)$ を設計する.

数値例 1

1 入出力系の伝達関数を考える.

$$G(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)} = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

まず, (6) 式より,

$$P_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

を得る. 次に, (43) 式に対して, 定理1と文献3)のアルゴリズム4.1より (7) 式の形を得る. このため, 付録の (A.1), (A.2) 式に応じて, 直交行列を用いて以下の行変換を行う.

$$S_1^T (-sP_E + P_A) = \left[\begin{array}{cc|c} -s & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline -2 & -s-3 & 1 \end{array} \right] \quad (44)$$

ただし,

$$S_1^T := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(44) 式の (1,1) ブロック $\begin{bmatrix} -s & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ に対して, (44) 式のよ

$$S_2^T \begin{bmatrix} -s & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} -\frac{1}{\sqrt{2}}s & 0 \\ \hline -\frac{1}{\sqrt{2}}s & \sqrt{2} \end{array} \right]$$

ただし,

$$S_2^T := \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

したがって, S_1 と S_2 を用い, 次式を得る.

$$S^T (-sP_E + P_A) = \left[\begin{array}{cc|cc} -\frac{1}{\sqrt{2}}s & 0 & 0 & 0 \\ \hline -\frac{1}{\sqrt{2}}s & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ -2 & -s-3 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

ただし,

$$S^T = \begin{bmatrix} S_2^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S_1^T = \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \hline \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

すると, (7), (11) 式に対応して,

$$E_\infty = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_\infty = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = I_3, \quad S_\infty = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

となる。また、(13), (15) 式より、

$$U_\infty = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。よって、(16), (17) 式より、次式を得る。

$$A_{11} = -3, \quad A_{12} = 1, \quad A_{21} = \sqrt{2}, \quad A_{22} = 0$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{D} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ここでは、 $L(s)$ の零点を -5 にするとすれば、(32) 式より、 H は $H = \sqrt{2}$ と選択すればよい。このとき、(32) 式から、 $\hat{A}_{11} = -5$, $\hat{A}_{12} = 1$ を得る。よって、(30) 式より

$$L^{-1}(s) = \left[\begin{array}{c|c} -5 & 1 \\ \hline \sqrt{2} & 0 \end{array} \right] = \frac{\sqrt{2}}{s+5}, \quad L(s) = \frac{s+5}{\sqrt{2}}$$

となる。また、(35) 式より、 $\hat{B} = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \sqrt{2} \right]^T$ となり、(34) 式より、 $\hat{G}(s)$ は以下ようになる。

$$\hat{G}(s) = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -2 & -3 & \sqrt{2} \\ \hline 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right] = \frac{s(s+5)}{\sqrt{2}(s+1)(s+2)}$$

よって、 $\hat{G}(s) = G(s)L(s)$ が成り立つ。

数値例 2

次に以下の伝達関数を考える。

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 & \\ -1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 1 & \\ 0 & -3 & 0 & -4 & 1 & 1 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \end{array} \right]$$

すると、本論文のアルゴリズムより次式

$$V = \begin{bmatrix} 0.2236 & -0.5000 \\ -0.2236 & -0.5000 \\ -0.6708 & 0.5000 \\ 0.6708 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.2500 & 0.2592 \\ 0.2500 & -0.1403 \\ 0.2500 & 0.1260 \\ 0.2500 & -0.0071 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5944 \\ 0.5000 & -0.7371 \\ 0.5000 & 0.0238 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -2.6000 & -1.1180 & 0.0000 & 0.0000 \\ -1.1180 & -3.0000 & -1.0000 & 1.0000 \\ \hline -0.5590 & -1.0000 & 2.0000 & 2.0000 \\ 2.3511 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

を得る。 A_{11} の固有値が -1.6642 , -3.9358 であるため、 $L(s)$ の零点が安定でさえあればよいなら、(30) 式の H は $H = 0$ にする。このとき、(35) 式より、 $\hat{B} = B_0$ となる。すると、(31), (38) 式より、

$$L^{-1}(s) = \left[\begin{array}{cc|cc} -2.6000 & -1.1180 & 0.0000 & 0.0000 \\ -1.1180 & -3.0000 & -1.0000 & 1.0000 \\ \hline -0.5590 & -1.0000 & 2.0000 & 2.0000 \\ 2.3511 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \end{array} \right]$$

$$L(s) = \begin{bmatrix} 0.2500 & 0.1902s^2 + 0.9701s + 1.0581 \\ 0.2500 & -0.1902s^2 - 1.1603s - 1.4333 \end{bmatrix}$$

を得る。 A の固有値は -2.0000 , -3.0000 , -0.6972 , -4.3028 なので、(41) 式が成り立つ。また、 (A, B) が可制御なので、系 2 より、 $(A, \hat{B})$ も可制御となる。

5. おわりに

本論文では非正方システムのシステムペンシルに対して、Kronecker の正準形を利用せず、Dooren の方法³⁾を採用し、そのシステムペンシルの無限固有構造に関する新たな性質を示し、そこからすべての零点が任意に配置できるインタラクタの直接的設計法を提案した。また、状態空間において、非正方システムとインタラクタによって補償されたシステムとの関係を導出し、さらに、補償されたシステムの可安定性または可制御性とインタラクタの零点との関係を導出した。

本論文のインタラクタ設計法は伝達関数が無限零点を持つため設計ができない制御問題の解の導出と計算などに有効に利用できるものと考えられる。

参考文献

- 1) S. Bittanti, P. Colaneri and M. F. Mongiovi: Singular filtering via spectral interactor matrix, IEEE Transactions on Automatic Control, **40**-8, 1492/1497 (1995)
- 2) B. R. Copeland and M. G. Safonov: Zero cancelling compensation for singular control problems and their application to the inner-outer factorization problem, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **2**-1, 139/164 (1992)
- 3) P. V. Dooren: The computation of Kronecker's canonical form of a singular pencil, Linear Algebra and its Applications, **27**, 103/140 (1979)
- 4) F. R. Gantmacher: *Matrix Theory*, Chelsea (1959)
- 5) G. H. Golub and C. F. V. Loan: *Matrix Computations*,

- third edition, the Johns Hopkins University Press (1996)
- 6) 加藤, 舟橋: 一般化インタラクタ行列の新算法, 計測自動制御学会論文集, **33**-1, 27/46 (1988)
 - 7) 加瀬: インタラクタ行列の導出とその応用, 適応制御シンポジウム, 1/4 (1999)
 - 8) W. Kase, Y. Mutoh and M. Teranishi: A simple derivation of interactor matrix and its applications, Proceedings of Conference of Decision and Control, 493/498 (1999)
 - 9) 武藤, 崔, 市川: 線形多変数系における一般化インタラクタ行列, 計測自動制御学会論文集, **24**-5, 27/46 (1988)
 - 10) Y. Mutoh and P. N. Nikiforuk: Inversed intertoring and triangularizing with an arbitrary pole assignment using the state feedback, IEEE Transactions on Automatic Control, **37**-5, 630/633 (1992)
 - 11) 武藤: 多変数制御系における無限零点とインタラクタ行列, 計測と制御, **32**-3, 237/252 (1993)
 - 12) Y. Mutoh and R. Ortega: Interactor structure estimation for adaptive control of discrete-time multivariable nondecouplable systems, Automatica, **29**-3, 635/647 (1993)
 - 13) T. K. Nam, T. Mita, X. Xin and A. Shimada: Sliding mode control for invertible systems based on a direct design of interactors, Proceedings of Conference of Decision and Control, 2425/2430 (1998)
 - 14) Y. Peng and M. Kinnaert: Explicit solution to the singular LQ regulation problem, IEEE Transactions on Automatic Control, **37**-5, 633/636 (1992)
 - 15) M. W. Rogozinski, A. P. Paplinski and M. J. Gibbard: An algorithm for the calculation of a nilpotent interactor matrix for linear multivariable systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **32**-3, 234/237 (1987)
 - 16) 汐月: 表現手法としてのディスクリプタシステム-その可能性を探る, システム制御情報学会論文集, **39**-5, 219/224 (1995)
 - 17) L. M. Silverman: Inversion of multivariable linear systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **14**-3, 270/275 (1969)
 - 18) 杉本, 井上, 増田: 一般化インタラクタのパラメータ表示と離散時間全域通過特性, システム制御情報学会論文集, **6**-8, 368/373 (1993)
 - 19) G. C. Verghese and T. Kailath: Eigenvector chains for finite and infinite zeros of rational matrices, Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, 31/32 (1979)
 - 20) W. A. Wolovich and P. F. Falb: Invariant and canonical forms under dynamic compensation, SIAM Journal on Control Optimization, **14**-6, 996/1008 (1976)
 - 21) X. Xin and T. Mita: Inner-outer factorization for non-square proper functions with infinite and finite $j\omega$ -Axis zeros, International Journal of Control, **71**-1, 145/161 (1998)
 - 22) X. Xin, B. D. O. Anderson and T. Mita: Complete solution of the 4-block H_∞ control problem with infinite and finite $j\omega$ -axis zeros, International Journal of Robust and Nonlinear Control, **10**, 59-81 (2000)

【付 録】

A. 定理1の証明

仮定1の下で, $\text{rank} \begin{bmatrix} B^T & D^T \end{bmatrix}^T = p$ が成り立つ. し
たがって, 次式を満たす直交行列 $S_1 \in R^{(n+m) \times (n+m)}$ が存在する.

$$S_1^T \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ただし, $W_0 \in R^{p \times p}$ は可逆である. よって,

$$S_1^T (-sP_E + P_A) = \begin{bmatrix} -sM_r + W_r & 0 \\ * & W_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

が成り立つ. ただし, $(n+m-p) \times n$ のペンシル $-sM_r + W_r$ は列フルランクである.

補題2を $-sM_r + W_r$ に適用すると次式を満たす直交行列 $S_r \in R^{(n+m-p) \times (n+m-p)}$ と $T_r \in R^{n \times n}$ が存在する.

$$S_r^T (-sM_r + W_r) T_r = \begin{bmatrix} -sE_{\eta 1} + A_{\eta f} & 0 & 0 \\ * & -sE_{f1} + A_{f1} & 0 \\ * & * & -sE_{\infty 1} + A_{\infty 1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

ただし, $-sE_{\eta 1} + A_{\eta 1}$ は $s \in \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ に対して列フルランクとなり, $-sE_{f1} + A_{f1}$ と $-sE_{\infty 1} + A_{\infty 1}$ はそれぞれ $-sM_r + W_r$ の有限単因子だけと無限単因子だけを含む正則ペンシルである. 系1より, $E_{\eta 1}$ は列フルランクとなり, E_{f1} は正則となる. さらに,

$$|-sE_{\infty 1} + A_{\infty 1}| \neq 0, \quad \forall s \in \mathbb{C} \quad (\text{A.4})$$

が成り立つ. (A.2), (A.3) 式によって,

$$\begin{bmatrix} S_r^T & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} S_1^T (-sP_E + P_A) \begin{bmatrix} T_r & 0 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sE_{\eta 1} + A_{\eta 1} & 0 & 0 \\ * & -sE_{f1} + A_{f1} & 0 \\ * & * & -sE_{\infty 1} + A_{\infty 1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

が成り立つ. よって, (A.5) 式は (7) 式で記述できる. T は (9) 式の形式を持ち, E_{nf} は

$$E_{nf} = \begin{bmatrix} E_{\eta 1} & 0 \\ * & E_{f1} \end{bmatrix}$$

より列フルランク行列となる. また, $\text{rank } P_E = n$ より, (A.5) 式の右辺 s の項の係数はランク n を持つ. ここで, (A.5) 式の右辺の第4列 s の項の係数は $(n+m) \times p$ の零行列なので, (A.5) 式の右辺の第3列 s の項の係数は列フルランクでなければならない. (7) 式の E_∞ は $n_\infty \times n_\infty$ の行列とすれば, (A.5) 式の右辺の第3, 4列 s の項の係数比較より, E_∞ は (10) 式となり, かつ, E_1 は $n_\infty \times (n_\infty - p)$ の列フルランク行列となる. W_0 が正則であることと (A.4) 式により, (8) 式が成り立つ. ■

B. (25), (26) 式の証明

(7) 式の (2,1) ブロックを $-sF + L$ と表す. もし

$$KE_{nf} + E_\infty Y + F = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$KA_{nf} + A_\infty Y + L = 0 \quad (\text{B.2})$$

を満たす K と Y が存在すれば,

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -sE_{nf} + A_{nf} & 0 \\ -sF + L & -sE_\infty + A_\infty \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y & I \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} sE_{\eta f} + A_{\eta f} & 0 \\ 0 & -sE_{\infty} + A_{\infty} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

が成り立つ。よって、

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} S_{\eta f} & S_{\infty} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -K & I \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} T_{\eta f} & T_{\infty} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y & I \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

は可逆行列なので、

$$S_d = S_{\eta f} - S_{\infty}K, \quad T_d = T_{\eta f} + T_{\infty}Y \quad (\text{B.6})$$

と選べばよい。したがって、以下は (B.1), (B.2) 式を満たす K と Y の存在性を証明すればよい。

まず、 $|-sE_{\infty} + A_{\infty}| \neq 0$ が $\forall s \in \mathbb{C}$ に対して成り立つことにより、 A_{∞} が可逆となり、 $N_{\infty} := E_{\infty}A_{\infty}^{-1}$ の全ての固有値がゼロになる。(B.2) 式から、

$$Y = -A_{\infty}^{-1}(KA_{\eta f} + L) \quad (\text{B.7})$$

を得、これを (B.1) 式に代入すると、

$$KE_{\eta f} - N_{\infty}KA_{\eta f} = N_{\infty}L - F \quad (\text{B.8})$$

を得る。

次に、 $E_{\eta f}$ が列フルランクなので、次式を満たす可逆な行列 T_1 が存在する。

$$T_1 E_{\eta f} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

このとき、本式に対応して、 $T_1 A_{\eta f}$ と KT_1^{-1} を次のように

$$T_1 A_{\eta f} =: \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}, \quad KT_1^{-1} =: \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

分解すると、これらの式と (B.8) 式より、

$$K_1 - N_{\infty}K_1A_1 = N_{\infty}(K_2A_2 + L) - F \quad (\text{B.11})$$

が成り立つ。 $\lambda(N_{\infty})\lambda(A_1) = 0$ が成立するため、任意の与えられた K_2, F, L に対して、(B.11) 式が K_1 に対して唯一の解を持つ。よって、 K と Y はそれぞれ (B.10) と (B.7) 式で求められる。■

C. 補題3の証明

(30) 式に対して、行 1 = 行 1 - $H \times$ 行 2 という等価変換を行うと、

$$L(s) = \left[\begin{array}{cc|c} -sI + \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & -I_p \\ \hline 0 & I_p & 0 \end{array} \right] \quad (\text{C.1})$$

となる。すると、ディスクリプタシステムの逆システム行列の公式²⁾を用い、(31) 式を得る。また、(19) 式から、

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cc} -sI + A & B \\ C & D \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} V & 0 \\ 0 & I_p \end{array} \right] \\ &= \left[\begin{array}{cc} V & \hat{B} \\ 0 & \hat{D} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} -sI + \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

を得る。よって、

$$AV = V\hat{A}_{11} + \hat{B}A_{21}, \quad B = V\hat{A}_{12} + \hat{B}A_{22} \quad (\text{C.3})$$

$$CV = \hat{D}A_{21}, \quad D = \hat{D}A_{22} \quad (\text{C.4})$$

が成り立つ。これらの式を用い、直接計算することにより、(33) 式が成立することがわかる。よって、(34) 式が成立する。

(I) (20) 式より (A_{11}, A_{21}) は可観測となる。さらに、(C.1) 式より、 $L(s)$ の零点 ($L^{-1}(s)$ の極) は $\hat{A}_{11}$ の固有値となり、 H の選択によって $\mathbb{C}$ 上で任意に配置できる。

(II) $(A, \hat{B})$ が不安定とすると、次式を満たす $\xi \neq 0$ と $\text{Re}[\lambda] \geq 0$ が存在する。

$$\lambda \xi^T = \xi^T A, \quad \xi^T \hat{B} = 0 \quad (\text{C.5})$$

よって、(C.3) 式から $\lambda \xi^T V = \xi^T AV = \xi^T (V\hat{A}_{11} + \hat{B}A_{21}) = \xi^T V\hat{A}_{11}$ が得られる。 $\hat{A}_{11}$ が安定なので、 $\xi^T V = 0$ となる。(C.3) 式によれば、 $\xi^T B = \xi^T (V\hat{A}_{12} + \hat{B}A_{22}) = 0$ を得る。これと (C.5) 式は (A, B) が可安定であることに反する。よって、 $(A, \hat{B})$ は安定となる。■

[著者紹介]

忻

欣 (正会員)

1965年8月6日生。87年中国科学技术大学卒業、93年東南大学大学院自動制御理論および応用専攻博士課程修了、工学博士。2000年東京工業大学博士(工学)の学位取得。その間、91~93年大阪大学留学。1995年東南大助教授、96年東京工業大学NEDO派遣研究員、97年同助手を経て、2000年4月岡山県立大学助教授となり現在に至る。ロバスト制御理論、ロボット工学に関する教育研究に従事、IEEE会員。

南

澤 槿 (学生会員)

1996年韓国海洋大学機関工学科修士課程修了、同年4月東京工業大学制御システム工学科研究生、97年10月同大学院博士課程制御工学専攻進学。スライディングモード制御や宇宙ロボットの制御について研究中。

美 多

勉 (正会員)

1947年6月1日生。75年東京工業大学大学院理工学研究科電気工学専攻博士課程修了、同年千葉大学講師、90年同教授を経て、95年東京工業大学工学部制御システム工学科教授となり現在に至る。制御理論、ロボット工学等の教育研究に従事、工学博士。IEEEなどの会員。