味覚感度の一推定法とその高齢者と若年成人との比較への応用

田 渕 敏 明*・古 本 奈 奈 代*・清 澄 良 策*・小 林 郁 典**・森 本 滋 郎**

An Estimation Method of Sensitivity of Taste and Its Application to Comparison between Person of Advanced Age and Young Adult

Toshiaki TABUCHI*, Nanayo FURUMOTO*, Ryosaku KIYOZUMI*, Ikunori KOBAYASHI** and Jiro MORIMOTO**

An estimation method for sensitivity of taste is developed by using linear second order system model. Also, the method is applied to the comparison of the sensitivity of taste between person of advanced age and young adult.

Key Words : linear second order system, parameter estimation, decay characteristic, aftertaste, sensitivity of taste

1. はじめに

高齢になると、老化現象が体のいろいろな個所に現れるが、医学的な立場から老化の程度を調べる方法はいろいろある。一方、食生活が老化予防と深い係わりを持っていることは一般にもよくいわれている。本研究では、加齢による老化の程度を味覚後味に注目し、その減弱特性から工学的な手法により簡便に定量的に把握する一つの方法を述べる。

具体的には、味覚感度を評価する一つの指標が提案され、これを用いて年齢間および味質間での比較を行った。

2. 味覚感度推定

2.1 データ取得

ある一定量の基本味溶液を、ある一定時間口中に含み、それから吐き出す。このとき、後味強度は感覚的なものである。後味を強く感じた時点(t_1)、弱くなった時点(t_2)、ほとんど消失した時点(t_3)の3点のみを時計で測る。一方、時刻 t における後味の強度を $y(t)$ とすると、

$$y(t_1)=3, y(t_2)=2, y(t_3)=1 \quad (1)$$

で数値化する。これを図で表すとき、後味強度のデータ点はFig.1の●印のようになり、点 P_1, P_2, P_3 の3点の座標値が与えられたことになる。Fig.1において、時間の起点は、基本味溶液を吐き出したときを $t=0$ としている。

2.2 線形2次系モデルによる後味強度間の関係

一般に、後味強度 $y(t)$ は、Fig.2のような過減衰の様相を

* 徳島文理大学家政学部 徳島市山城町

** 徳島文理大学工学部 香川県大川郡志度町

* Faculty of Domestic Science, Tokushima Bunri University, Yamashiro-cho, Tokushima

** Faculty of Engineering, Tokushima Bunri University, Shido-cho, Kagawa

(Received December 16, 1999)

(Revised April 24, 2000)

Fig.1 Measurement points

Fig.2 Example of time evolution of intensity of aftertaste

呈するりことから、この時間進化を次式でモデル化する。

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = 0, y(t) = x(t) \quad (2)$$

ただし、 a_1, a_0 は未知定数である。いま、(2)式を状態空間で表現するとき、次式を得る。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) \\ y(t) = c^T x(t) \end{cases} \quad (3)$$

ただし

$$x(t) \triangleq \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, A \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}, c \triangleq \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

であり、肩付の T はベクトルもしくは行列の転置を表す。このとき、(3) 式の $y(t)$ の解析解は

$$y(t) = c^T e^{At} x(0) \quad (5)$$

となり、これをもとに次式を得る。

$$\dot{y}(t) = c^T A e^{At} x(0), \ddot{y}(t) = c^T A^2 e^{At} x(0) \quad (6)$$

一方、 $y(t)$ の計測値は Fig.1 における●印のように離散時間と与えられるので、(5) 式の時間間隔 Δ での離散時間化を考える。まず、(5) 式より、次式を得る。

$$\begin{cases} y(t) = c^T e^{At} x(0) \\ y(t+\Delta) = c^T e^{A\Delta} e^{At} x(0) \\ y(t+2\Delta) = c^T e^{A\Delta} e^{2A\Delta} x(0) \end{cases} \quad (7)$$

いま、 $A, e^{A\Delta}$ の固有多項式をそれぞれ $f(s), g(\lambda)$ とするとき

$$f(s) = |sI - A| = s^2 + a_1 s + a_0 \quad (8)$$

$$g(\lambda) = |\lambda I - e^{A\Delta}| = \lambda^2 + \alpha_1 \lambda + \alpha_0 \quad (9)$$

と表せる。ただし、 I はサイズが 2×2 の単位行列である。(9) 式に Caley-Hamilton の定理を適用するとき $g(e^{A\Delta}) = O$ となるので、この関係を具体的に書き下ろすとき、次式を得る。

$$e^{2A\Delta} + \alpha_1 e^{A\Delta} + \alpha_0 I = O \quad (10)$$

ここで (7) 式をもとに $y(t+2\Delta) + \alpha_1 y(t+\Delta) + \alpha_0 y(t)$ を作り、(10) 式を用いるとき、これは直接の計算より 0 になる。同様の計算を (6) 式にも適用するとき、次式を得る。

$$\begin{cases} y(t+2\Delta) + \alpha_1 y(t+\Delta) + \alpha_0 y(t) = 0 \\ \dot{y}(t+2\Delta) + \alpha_1 \dot{y}(t+\Delta) + \alpha_0 \dot{y}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t+2\Delta) + \alpha_1 \ddot{y}(t+\Delta) + \alpha_0 \ddot{y}(t) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

ところが、Fig.1 における時間点 t_1, t_2, t_3 は一般に等間隔ではないので、これらの時間点間では (11) 式は成立しない。そこで、これらの時間点間で (11) 式と同様の関係を得るために、次のようにする。いま、 $\Delta_1 \triangleq t_2 - t_1, \Delta_2 \triangleq t_3 - t_2$ として

$$\Delta = \min(\Delta_1, \Delta_2) \quad (12)$$

とし、この Δ を用いて時間点

$$t_1^* \triangleq \begin{cases} t_1, & \text{if } \Delta = \Delta_1 \\ t_2 - \Delta, & \text{if } \Delta = \Delta_2 \end{cases}, t_3^* \triangleq \begin{cases} t_2 + \Delta, & \text{if } \Delta = \Delta_1 \\ t_3, & \text{if } \Delta = \Delta_2 \end{cases} \quad (13)$$

を定義する (Fig.1 は、 $\Delta = \Delta_1$ の場合の例である)。このとき、 t_1^*, t_2^*, t_3^* は等間隔 Δ になり、これらの時点でも次式が成立する。

$$\begin{cases} y(t_3^*) + \alpha_1 y(t_2^*) + \alpha_0 y(t_1^*) = 0 \\ \dot{y}(t_3^*) + \alpha_1 \dot{y}(t_2^*) + \alpha_0 \dot{y}(t_1^*) = 0 \\ \ddot{y}(t_3^*) + \alpha_1 \ddot{y}(t_2^*) + \alpha_0 \ddot{y}(t_1^*) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

これが、線形 2 次系モデルに基づく後味強度間の関係式である。このとき、3 つの時点での $y, \dot{y}, \ddot{y}$ の値は、つぎのようにして求める。まず、Fig.1 における P_1, P_2, P_3 の 3 点間で 2 次多項式 $p(t) = at^2 + bt + c$ による補間を行い、これをもとに

$$\begin{cases} y(t_1^*) = p(t_1^*) \text{ or } y(t_3^*) = p(t_3^*) \\ \dot{y}(t_1^*) = \dot{p}(t_1^*) \text{ or } \dot{y}(t_3^*) = \dot{p}(t_3^*) \\ \ddot{y}(t_1^*) = \ddot{p}(t_1^*) \text{ or } \ddot{y}(t_3^*) = \ddot{p}(t_3^*) \end{cases} \quad (15)$$

とする。

2.3 モデルパラメータ A と $e^{A\Delta}$ の推定

まず、(14) 式に最小 2 乗法を適用して α_1, α_0 が求まれば、これを (9) 式に用いて $g(\lambda) = 0$ の根 λ が求まる。この λ と (8) 式の $f(s) = 0$ の根 s との間には、つぎの関係がある。

$$s = \frac{\log \lambda}{\Delta} \quad (16)$$

また、 $f(s) = 0$ の根を s_1, s_2 とするとき、2 次方程式の根と係数の関係より、次式を得る。

$$s_1 + s_2 = -a_1, s_1 s_2 = a_0 \quad (17)$$

したがって、 $g(\lambda) = 0$ の根 λ_1, λ_2 が求まれば、(16) 式を用いて s_1, s_2 が求まり、(17) 式より a_1, a_0 が求まるので、これらを (4) 式第 2 式に充当するとき、 A が推定される。 $e^{A\Delta}$ については、Sylvester の展開定理²⁾にもとづき、次式で推定される。

$$\begin{cases} e^{A\Delta} = P_1 e^{s_1 \Delta} + P_2 e^{s_2 \Delta} \\ P_1 = \frac{A - s_2 I}{s_1 - s_2}, P_2 = \frac{A - s_1 I}{s_2 - s_1} \end{cases} \quad (18)$$

2.4 減弱曲線の推定

(5) 式において、もし $x(0)$ の推定値 $\hat{x}(0)$ が得られれば

$$\hat{y}(t) = c^T e^{At} \hat{x}(0) \quad (19)$$

として、減弱曲線が推定できる。そこで、 $x(0)$ の推定が必要になるが、これは、(5) 式と Fig.1 において (1) 式が成立することをもとに、最小 2 乗法を用いて行うことができる。すなわち

$$z \triangleq \begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ y(t_3) \end{bmatrix}, H \triangleq \begin{bmatrix} c^T e^{A t_1} \\ c^T e^{A t_2} \\ c^T e^{A t_3} \end{bmatrix} \quad (20)$$

とすると、 $z = Hx(0)$ と書けるので、これより $x(0)$ の最小 2 乗推定値が次式で得られる。

$$\hat{x}(0) = (H^T H)^{-1} H^T z \quad (21)$$

2.5 味覚感度の推定

Fig.2 の斜線部面積分の後味総量を短時間で感じる場合と長時間かかる場合とでは、前者の方が味覚感度が鋭いと結論することは無理がないと考えられる。したがって、味覚感度を評価するときは、後味強度 $y(t) (=x(t))$ だけでなく、後味強度の感知速度 ($\dot{x}(t)$) の情報が必要になる。そこで、ここでは、 $y(t) (=x(t))$ だけに注目するのではなく、 $x^T(t) Q x(t)$ の形に注目して味覚感度が定義される。

まず、(3) 式第 1 式に対して、関数

$$V(t) \triangleq x^T(t) R x(t) \quad (22)$$

を考える。ただし、 R は対称行列である。このとき、(3) 式第 1 式を用いて次式の関係を得る²⁾。

$$T \triangleq \max_{x(t)} \frac{V(t)}{-\dot{V}(t)} = \lambda_{\max}(R Q^{-1}) \quad (23)$$

ただし、 $\lambda_{\max}(\cdot)$ は $(\cdot)$ の最大固有値、 Q はリアプノフ方程式

$$A^T R + R A = -Q \quad (24)$$

に現れるものである。上式において、 Q を正定対称行列で与えたときの解 R が正定であれば、(22) 式の $V(t)$ はリアプノフ関数となる。(23) 式の定義式より $T \leq V(t) / (-\dot{V}(t))$ であるので

$$V(t) \leq V(0) e^{-t/T} \quad (25)$$

となり、 T は $V(t)$ の時定数と密接な関係がある。いま、面積

$$J(t) \triangleq \int_0^t -\dot{V}(t) dt \left(= \int_0^t x^T(t) Q x(t) dt \right) \quad (26)$$

を定義し、味覚感度を $J(t)$ が $J(\infty)$ に収束するまでの時間の長短で評価する。まず、(26) 式より $J(t) = V(0) - V(t)$ であり、(25) 式より $V(\infty) = 0$ であるので、 $J(\infty) = V(0)$ となる。したがって、次式を得る。

$$V(0)(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \leq J(t) \leq V(0) \quad (27)$$

上式は、 $J(t)$ の $V(0)$ への収束速度の評価式になり得る。そこで、(27) 式の下限に注目して味覚感度を次式で定義する。

$$\xi \triangleq \frac{V(0)}{T} \quad (28)$$

ξ は図形的には曲線 $J(t) = V(0)(1 - e^{-t/T})$ の $t=0$ での接線の勾配を表し、 ξ の値が大きいくほど $J(t)$ の立ち上がりが早く、鋭敏に後味を感じていることを意味する。なお、(28) 式の実際の計算に際しては、 $V(0)$ には (21) 式の $\hat{x}(0)$ が充当される。

3. 年齢間および味質間での味覚感度比較

味覚感度が年齢と味質でどのように異なるかを、(28) 式の値の大小で見るために、次の条件のもとで実験を行った。まず、被験者は20歳～25歳の若年成人5名と73歳～75歳の健常高齢者5名の2グループである。また、使用味質サンプルは、苦味サンプルとして、モル濃度が 1.82×10^{-5} M の硫酸キニーネ水溶液 10 ml。酸味サンプルとして、モル濃度が 1.37×10^{-5} M のクエン酸 10 ml である。このとき

実験1 (味質固定): 苦味サンプルを、被験者2グループに、ある一定時間口中に含んでもらい、吐き出してから後味強度を感じた時間を計測した。

実験2 (年齢固定): 若年成人被験者に苦味サンプルと酸味サンプルを味質別に口中に含んでもらい、吐き出してから後味強度を感じた時間を計測した。

Table 1は、実験に対して計測された5人分の後味強度感知時間の平均およびパラメータ、味覚感度の推定結果である。ただし、(24) 式の求解に際しては $Q=I$ とした。Table 1より、実験1では、高齢者の味覚感度は若年成人のそれに比べて60%程度に落ちている。また、実験2では、苦味感度は酸味感度の90%程度である。これより、苦味は酸味に比べて受けつけにくいことがうかがえる。

Fig.3, Fig.4は、それぞれ実験1、実験2に対して(19)式にもとづく後味の減弱特性推定結果である。図中の□、◇印が計

Fig.3 Estimated time evolutions of intensity of aftertaste of two ages (experiment 1)

Fig.4 Estimated time evolutions of intensities of two aftertastes (experiment 2)

測値である。Fig.3からは若年成人の方が高齢者よりも鋭敏な感じ方をしていることがうかがえる。また、Fig.4からは、苦味の方が酸味に比べて後味残存時間が長いことがうかがえる。

4. おわりに

- 本論文では、線形2次系モデルにもとづいて、(28) 式による味覚感度を提案した。
- 近年、味覚に関する研究は、運動負荷や疲労の状況との関連では行われているが¹⁾、高齢者と食との関連での研究はほとんど見当たらない。
- 簡便に少数データから年齢の割に老化しているかどうかを調べ、その対策を講じることができれば、老化予防に極めて効果的である。
- 引き続き、実験データを増やし、味覚感度と加齢の関連を後味の減弱特性に注目して調査し、老化予防に役立つ結果を導く予定である。また、結果の妥当性を調べるために、医学的な結果との比較を行う予定である。

参考文献

- 水間桂子, 難波和子, 中川正: 気分状態と味覚感受性の関連性研究. 日本味と匂いのシンポジウム論文集 28, 340/342 (1994)
- D.G.Schultz and J.M.Melsa (久村富持訳): 状態関数と線形制御系, 138/140, 180/184, 学献社 (1971)

Table 1 Measured data and estimates of model parameters and sensitivity of taste

	experiment 1		experiment 2	
	young adult	person of advanced age	acidity	bitterness
t_1 (sec)	20	20	17	20
t_2 (sec)	35	60	28	35
t_3 (sec)	59	90	43	59
$\hat{a}_1$	0.1427	0.0784	0.1975	0.1427
$\hat{a}_0$	0.0034	0.0011	0.0072	0.0034
ξ	1.46	0.89	1.61	1.46