伝達関数の既約分解の非線形補間によるモデリング†

牛 島 淳 博*・池 田 雅 夫*・村 松 鋭 一**

Modeling via Nonlinear Interpolation of Coprime Factorizations of Transfer Functions†

Atsuhiko USHIJIMA*, Masao IKEDA* and Eiichi MURAMATSU**

Modeling of a plant with variable operating conditions is considered. The plant is described by an interpolation of proper stable coprime factorizations of two transfer functions obtained at representative operating points. Nonlinear interpolation functions are introduced in the numerator and denominator of the interpolated model individually, which tune the interpolation parameters at reference operating points. A problem of finding suitable nonlinear interpolation functions and coprime factorizations of the transfer functions at representative operating points is formulated so that the nonlinearly interpolated model becomes the best approximation of the plant. A solution method is presented in the state space utilizing matrix inequalities.

Key Words: modeling, interpolated model, transfer function, coprime factorization, nonlinear interpolation

1. はじめに

動作環境によって動特性が変化する制御対象を、伝達関数を用いて表現する方法として、複数の代表的な動作点において得られた伝達関数（以下、基準モデルと呼ぶ）を補間することが考えられる。文献1)~4)では、2つの基準モデルの安定かつプロパーな既約分解の分子伝達関数と分母伝達関数を線形に補間したモデル（補間モデルと呼ぶ）によって制御対象が表されるとし、この補間モデルに対する安定化問題が考察されている。

一般に伝達関数が与えられたとき、その安定かつプロパーな有理関数の集合上の既約分解は一意ではない。そして、補間モデルはそれら既約分解の選び方に依存している。したがって、制御対象を補間モデルで表現するときには、2つの基準モデルの既約分解の選び方が問題となる。文献5)では、得られる補間モデルが制御対象の良い近似となるような基準モデルの既約分解の選び方が提案されている。

これらの文献における補間モデルにおいては、制御対象の動作環境の変化を0から1の間の値をとる補間パラメータの変化に置き換え、この補間パラメータを用いて基準モデルの既約分解を補間している。ここで、各動作環境に対応する補間モデルは、既約分解の選び方と同時に、各動作環境に補

間パラメータをどのように対応させるかに依存して決まる。たとえば、高度によって動特性が変化する航空機を補間モデルで表す場合には、各高度に対応する補間パラメータの値を変えれば補間モデルも変わることになる。このように、動作環境と補間パラメータの対応関係の設定は、基準モデルの既約分解の選び方と同様に、補間モデルの近似精度を決めるものであるが、上記の文献ではそのような議論は陽にはなされていない。

本論文では、動作環境と補間パラメータの対応関係の与え方も含めた補間モデルの構成法について考察する。そのために動作環境を表す物理パラメータ（たとえば航空機の場合であれば高度）に相当するものと、既約分解を補間する補間パラメータを区別し、補間パラメータは動作環境を表すパラメータの関数とする。またこのとき分子伝達関数と分母伝達関数の補間関数は同一とはしない。

こうして導入される関数は一般に非線形であり、既約分解は動作環境に関して非線形に補間される。本論文では、この非線形補間モデルが制御対象の良い近似となるような補間関数と各基準モデルの既約分解を求める問題を定式化する。そして、状態空間での行列不等式を用いた解法を与える。

なお、非線形関数で既約分解を補間する考え方は文献6)で提案されているが、そこでは制御系を安定化する補間コントローラ的设计自由度を増すために、コントローラの補間パラメータをモデルの補間パラメータと異なるものにすることが非線形関数（双一次補間）の導入の動機になっている。本論文では、補間モデルの構成において非線形関数を導入することによって、動作環境と補間パラメータの対応関係を調整することを考えており、非線形関数の導入の動機や扱う非線形関数、および問題設定が文献6)とは異なる。

† 第22回 Dynamical System Theory シンポジウムで一部発表 (1999・10)

* 大阪大学大学院工学研究科 吹田市山田丘 2-1

** 大阪府立大学大学院工学研究科 堺市学園町 1-1

* Graduate School of Engineering, Osaka University, Suita

** Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University, Sakai

(Received August 14, 2000)

2. 補間モデル

動作環境によって動特性が変化する多入力多出力の制御対象のモデルとして、文献4)でつぎの補間モデルが提案され、文献5)でその構成法が考察されている。まず、2つの代表的な動作環境における制御対象の伝達関数行列を基準モデルと呼び、 G_1 , G_2 とする。そして、それらの安定かつプロパーな有理関数行列の集合 (RH_∞) 上の既約分解⁷⁾を

$$G_i = N_i D_i^{-1}, \quad N_i, D_i \in RH_\infty, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

と表す。文献4)では、ある与えられた既約分解 N_i , D_i ($i = 1, 2$) を線形補間したモデル

$$\begin{cases} G(\alpha) = N(\alpha) D^{-1}(\alpha), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \begin{cases} N(\alpha) = \alpha N_1 + (1 - \alpha) N_2 \\ D(\alpha) = \alpha D_1 + (1 - \alpha) D_2 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

によって制御対象が表されると仮定し、これに対する安定化問題が考察されている。ここで、 α は制御対象の動作環境の変化に対応して変化するパラメータである。

一方、文献5)では、制御対象を(2)式の補間モデル $G(\alpha)$ で近似するには、(1)式の既約分解をどのように選べばよいかというモデリングの問題が考察されている。そこでは、(1)式の既約分解 N_i , D_i ($i = 1, 2$) は一意ではなく、(2)式の補間モデル $G(\alpha)$ は、 $0 < \alpha < 1$ において、それらの選び方に依存することに着目し、いくつかの参照すべき動作環境で補間モデルが制御対象の伝達関数に近づくような既約分解の選び方が提案されている。

ここで、(2)式におけるパラメータ α がもつ意味について考えてみよう。たとえば高度によって変化する航空機の動特性を(2)式の補間モデルで表現することを考え、高度の最高値を $\alpha = 1$ に、最低値を $\alpha = 0$ に対応させるとする。このとき、これらの中間の高度に対しては α をどのように対応づけるべきであろうか。高度と α の対応関係によって、各高度に対応する(2)式における補間パラメータ α の値が決まり、補間モデル $G(\alpha)$ が決まる。すなわち、補間モデル $G(\alpha)$ の補間経路は、高度と α の対応関係に依存している。高度と α を線形に対応づけるのが1つの方法ではあるが、その必然性はなく、非線形に対応づけたほうが補間経路における $G(\alpha)$ の制御対象に対する近似精度が向上するであろう。このような問題はこれまで考察されておらず、文献1)~5)では、動作環境と α の対応関係はあらかじめ与えられていると暗黙に仮定されている。

本論文では、動作環境と補間パラメータの対応関係の決定をも含めた補間モデルの構成法を考える。そのために、動作環境に相当するパラメータと既約分解を補間するパラメータを区別し、前者を $\alpha \in [0, 1]$, 後者を α の非線形関数

$$\begin{aligned} \xi_N(\alpha) &: [0, 1] \rightarrow [0, 1] \\ \xi_N(0) &= 0, \quad \xi_N(1) = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \xi_D(\alpha) &: [0, 1] \rightarrow [0, 1] \\ \xi_D(0) &= 0, \quad \xi_D(1) = 1 \end{aligned}$$

とする。そして、本論文では補間モデルを

$$\begin{cases} G(\alpha) = N(\alpha) D^{-1}(\alpha), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \begin{cases} N(\alpha) = \xi_N(\alpha) N_1 + (1 - \xi_N(\alpha)) N_2 \\ D(\alpha) = \xi_D(\alpha) D_1 + (1 - \xi_D(\alpha)) D_2 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

と定義する。

ここでの α は動作環境を表す物理パラメータ (たとえば航空機の高度) を 0 と 1 の間に正規化したものを意味し、物理パラメータから α に正規化する関係は線形であるとする。その代わりに $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ に非線形性を持たせ、これらの非線形関数をうまく設定することによって、動作環境と補間モデルの関係を適切にすることを考えている。また、この補間においては、分子伝達関数 $N(\alpha)$ と分母伝達関数 $D(\alpha)$ に異なる非線形関数 $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ を用いている。そうすることでモデルの自由度が増し、制御対象の動特性の変化をより良くモデル化できると期待できるからである。たとえば、一方の基準モデルからもう一方の基準モデルまでの零点と極の推移の割合などに違いがある制御対象を精度良くモデル化できると考えられる。

3. 問題の定式化

(4)式で表される補間モデルは、(1)式の既約分解 N_i , D_i ($i = 1, 2$) および(3)式の補関数 $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ の選び方によって決まる。ただし、 $\alpha = 1$ および $\alpha = 0$ のときには、 N_i , D_i ($i = 1, 2$), $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ の選び方によらず、 $G(1) = G_1$ および $G(0) = G_2$ である。ゆえに、補関数と既約分解の選び方は補間経路に相当する補間モデル、すなわち、 $\alpha \in (0, 1)$ における $G(\alpha)$ を決めていといえる。したがって、制御対象の近似モデルとして補間モデルを構成するには、補間経路がシステムの動特性変化に沿うように、 $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ と N_i , D_i ($i = 1, 2$) を選ばなければならない。本節ではその目的のために解くべき問題を定式化する。

まず、基準モデル G_i ($i = 1, 2$) は与えられているとする。また、 $\alpha = 0$ と 1 の間のいくつかの動作環境における制御対象の伝達関数 G_{0j} ($j = 1, 2, \dots$) が得られているとし、それらを参照モデルと呼ぶことにする。そして、それらの動作環境に相当する α の値を α_{0j} ($j = 1, 2, \dots$) とする。補間モデルの補間経路がシステムの動特性変化に近いということは、 α_{0j} ($j = 1, 2, \dots$) における補間モデル $G(\alpha_{0j})$ が G_{0j} ($j = 1, 2, \dots$) に近いということである。

本論文では、参照モデルに対して補間モデルを近づけるように、基準モデルの既約分解と補関数を定めるものとする。そのためにつぎの問題を設定する。ただし、式の煩雑さを避けるために、参照モデル G_{0j} の数は 2 としている。参照モデル

ルの数が1あるいは3以上であっても同様な問題を設定することができ、後に示す方法と同様な解法を与えることができる。

[問題] 基準モデル G_i ($i = 1, 2$), 参照モデル G_{0j} ($j = 1, 2$), および参照モデルが得られた動作環境を表すパラメータ α_{0j} ($j = 1, 2$) が与えられているとする。このとき, G_{0j} ($j = 1, 2$) の既約分解

$$G_{0j} = N_{0j} D_{0j}^{-1}, \quad N_{0j}, D_{0j} \in RH_\infty, \quad j = 1, 2 \quad (5)$$

を用いて定義される評価式,

$$\left\| \begin{array}{l} N_{01} - \{\xi_N^{01} N_1 + (1 - \xi_N^{01}) N_2\} \\ N_{02} - \{\xi_N^{02} N_1 + (1 - \xi_N^{02}) N_2\} \\ D_{01} - \{\xi_D^{01} D_1 + (1 - \xi_D^{01}) D_2\} \\ D_{02} - \{\xi_D^{02} D_1 + (1 - \xi_D^{02}) D_2\} \end{array} \right\|_\infty \quad (6)$$

を最小にする $N_{0j}, D_{0j}, \xi_N^{0j}, \xi_D^{0j}$ ($j = 1, 2$) と $N_i, D_i \in RH_\infty$ ($i = 1, 2$) を求めよ。ただし, ξ_N^{0j}, ξ_D^{0j} はそれぞれ, 関数 $\xi_N(\alpha), \xi_D(\alpha)$ に $\alpha = \alpha_{0j}$ ($j = 1, 2$) を代入したときの関数値を意味するものとする。

この問題で, G_{0j} と $G(\alpha_{0j})$ ($j = 1, 2$) の近さを (6) 式のようにそれらの既約分解を用いて評価する理由は, 不安定系の場合にも適用可能にするためである。また, (5) 式の参照モデルの既約分解は, 基準モデルの既約分解が一意ではないことと同様に, この問題においては固定しない。このように, 参照モデルの既約分解にも自由度を持たせて問題を定式化することで, 補間モデルを参照モデルにより近づけることができる。

ただし, (6) 式を用いて補間モデルと参照モデルの差を評価する場合, 参照モデルの既約分解 (の少なくとも一つ) には, その大きさが限りなく小さくならないという制約を課す必要がある。なぜなら, 参照モデルの既約分解 (N_{0j}, D_{0j}) のノルムが小さくなることを許すと, 基準モデルの既約分解 (N_i, D_i) のノルムも小さくすることで, 補間モデル $G(\alpha_{0j})$ と参照モデル G_{0j} の近さとは無関係に (6) 式の値をいくらでも小さくすることができるからである。次節では, その制約を課すため, G_{0j} の既約分解として分母伝達関数 D_{0j} の直達項が単位行列であるものを用いる。

(注意) 注目する周波数帯で補間モデルの精度を向上させたい場合は, (6) 式の中の伝達関数行列に周波数重み関数を乗じて問題を定式化することが考えられる。

(注意) 補間モデルにおいては, ある $\alpha \in (0, 1)$ で, $N(\alpha)$ と $D(\alpha)$ の既約性が満たされなくなり, $G(\alpha)$ に不安定な極零相殺が生じる場合がある。制御系設計を考える場合, このようなモデルは不適切であるため, $N(\alpha)$ と $D(\alpha)$ の既約性については, 補間モデル $G(\alpha)$ を構成した後で確認する必要がある。既約性の確認方法は文献5) に与えられている。

(注意) 代表的な動作環境における基準モデル G_1, G_2 に加えて, 参照モデル G_{01}, G_{02} が得られているならば, G_{01}, G_{02} も基準モデルと考えることにより, 3つの区間に分かれた複数の補間モデルを構成するモデリングも考えられる。た

だし, このような複数の補間モデルを用いた制御系においては, 区間に応じた複数のコントローラの切り替えが必要になる。これに対して, 本論文が提案するモデリングでは得られる補間モデルの数は1つであるため, コントローラの切り替えを要しない制御系の設計ができる。

4. 行列不等式を用いた解法

この節では, (6) 式の値を最小化する ξ_N^{0j}, ξ_D^{0j} ($j = 1, 2$) と $N_i, D_i \in RH_\infty$ ($i = 1, 2$) を求める方法を与える。この方法は状態空間において行列不等式を用いるものである。

記述の煩雑さを避けるため, 制御対象は厳密にプロパーであるとする。また, 伝達関数行列 $H(s)$ が状態空間表現

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (7)$$

で表されるとき,

$$H(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad (8)$$

と表記することにする。

4.1 行列不等式問題への変換

いま, 基準モデルの最小実現

$$G_i = \left[\begin{array}{c|c} A_i & B_i \\ \hline C_i & 0 \end{array} \right], \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

が与えられているとする。これらの既約分解の集合として

$$\left[\begin{array}{c} N_i \\ D_i \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_i - B_i F_i & B_i J_i \\ \hline C_i & 0 \\ -F_i & J_i \end{array} \right], \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

で表されるものを考える。ただし, F_i ($i = 1, 2$) は $A_i - B_i F_i$ を安定化する行列であり, J_i ($i = 1, 2$) は正則な行列である。この状態空間表現をもつ既約分解は, F_i, J_i をパラメータとすることにより, G_i の最小実現と同じ次数のすべての既約分解を表すことができる⁵⁾。

一方, 参照モデル G_{0j} の最小実現を

$$G_{0j} = \left[\begin{array}{c|c} A_{0j} & B_{0j} \\ \hline C_{0j} & 0 \end{array} \right], \quad j = 1, 2 \quad (11)$$

とする。前節で述べたように, 参照モデルの既約分解にはその大きさが限りなく小さくならないという制約を課す必要がある。そのため, ここでは G_{0j} ($j = 1, 2$) の既約分解として分母伝達関数 D_{0j} の直達項を単位行列 I とした,

$$\left[\begin{array}{c} N_{0j} \\ D_{0j} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_{0j} - B_{0j} F_{0j} & B_{0j} \\ \hline C_{0j} & 0 \\ -F_{0j} & I \end{array} \right] \quad (12)$$

$j = 1, 2$

で表されるものを考える。ただし, F_{0j} は $A_{0j} - B_{0j} F_{0j}$ を安定化する行列である。

(6) 式における伝達関数行列を

$$E(s) \triangleq \begin{bmatrix} N_{01} - \{\xi_N^{01} N_1 + (1 - \xi_N^{01}) N_2\} \\ N_{02} - \{\xi_N^{02} N_1 + (1 - \xi_N^{02}) N_2\} \\ D_{01} - \{\xi_D^{01} D_1 + (1 - \xi_D^{01}) D_2\} \\ D_{02} - \{\xi_D^{02} D_1 + (1 - \xi_D^{02}) D_2\} \end{bmatrix} \quad (13)$$

と表すと, (10), (12) 式より $E(s)$ の状態空間表現は

$$E(s) = \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A_{01} - B_{01}F_{01} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{02} - B_{02}F_{02} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 - B_1F_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_2 - B_2F_2 \end{bmatrix}$$

$$B_e = \begin{bmatrix} B_{01} \\ B_{02} \\ B_1J_1 \\ B_2J_2 \end{bmatrix}$$

$$C_e = \begin{bmatrix} C_{01} & 0 & -\xi_N^{01}C_1 & -(1 - \xi_N^{01})C_2 \\ 0 & C_{02} & -\xi_N^{02}C_1 & -(1 - \xi_N^{02})C_2 \\ -F_{01} & 0 & \xi_D^{01}F_1 & (1 - \xi_D^{01})F_2 \\ 0 & -F_{02} & \xi_D^{02}F_1 & (1 - \xi_D^{02})F_2 \end{bmatrix}$$

$$D_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{D1} \\ J_{D2} \end{bmatrix}$$

となる。ただし

$$J_{D1} = I - \{\xi_D^{01} J_1 + (1 - \xi_D^{01}) J_2\}$$

$$J_{D2} = I - \{\xi_D^{02} J_1 + (1 - \xi_D^{02}) J_2\}$$

である。ここで, $\|E(s)\|_\infty$ の最小化を考えるために, つぎの補題⁸⁾を述べる。

[補題 1] ある正数 γ に対して $\|E(s)\|_\infty < \gamma$ であるための必要十分条件は,

$$M \triangleq \begin{bmatrix} PA_e + A_e^T P & PB_e & C_e^T \\ B_e^T P & -\gamma I & D_e^T \\ C_e & D_e & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

を満たす $P > 0$ が存在することである。

ここで (15) 式を $\gamma, P, F = (F_{01}, F_{02}, F_1, F_2), J = (J_1, J_2), \xi = (\xi_N^{01}, \xi_N^{02}, \xi_D^{01}, \xi_D^{02})$ を変数とする不等式とみて

$$M(\gamma, P, F, J, \xi) < 0 \quad (16)$$

と表す。これは, $\gamma, \xi_N^{01}, \xi_N^{02}$ に関しては線形であるが, P と F_{0j} , P と F_i , P と J_i , ξ_D^{0j} と F_i , ξ_D^{0j} と J_i に関する双線形項をもつ BMI (bilinear matrix inequality) である。この BMI を用いた補間関数の決め方と基準モデルの既約分解の選び方をつぎの定理で与える。

[定理 1] (6) 式の値を最小化する非線形補間関数 $\xi_N(\alpha)$, $\xi_D(\alpha)$ と基準モデルの既約分解 (N_i, D_i) ($i = 1, 2$) は,

$$\begin{aligned} &\gamma \rightarrow \min \\ &\text{subject to } \begin{cases} M(\gamma, P, F, J, \xi) < 0 \\ P > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

を解いて得られる $\xi_N^{0j}, \xi_D^{0j}, F_i, J_i$ ($i = 1, 2$) から得ることができる。すなわち, $\xi_N(\alpha), \xi_D(\alpha)$ は

$$\begin{cases} \xi_N(0) = 0, \quad \xi_N(1) = 1 \\ \xi_N(\alpha_{0j}) = \xi_N^{0j}, \quad j = 1, 2 \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \xi_D(0) = 0, \quad \xi_D(1) = 1 \\ \xi_D(\alpha_{0j}) = \xi_D^{0j}, \quad j = 1, 2 \end{cases} \quad (19)$$

を満たす関数として, また, (N_i, D_i) ($i = 1, 2$) は F_i, J_i を (10) 式に代入したものとして得られる。

(18) 式, (19) 式を満たす $\xi_N(\alpha), \xi_D(\alpha)$ は無数に考えられる。それらの選び方の例を次節の数値例で示す。

(注意) 既約分解 (N_i, D_i) ($i = 1, 2$) を求める問題において, 既約性が満たされるためには, J_i ($i = 1, 2$) が正則行列でなければならない。もし定理 1 の計算の結果, 正則でない J_i が得られた場合には, (6) 式の値をほとんど変えない程度に微小な値を付加して正則にしたものを用いればよい。

4.2 BMI の解法

(17) 式は BMI であるため, その解を求めることは容易ではない。一つの解法は (17) 式の BMI をつぎの二つの LMI (linear matrix inequality) の組み合わせと考えると, 交互に解くものである。

(1) F_{0j}, F_i, J_i を定数とすることで得られる LMI

(2) P, ξ_D^{0j} を定数とすることで得られる LMI

この方法により, 二つの LMI を繰り返し解きながら γ を小さくしていく。ただし, この方法を用いるためには, 繰り返しの初期値が必要である。初期値が必要な変数は一つ目の LMI において固定する F_{0j} ($j = 1, 2$), F_i, J_i ($i = 1, 2$) である。 F_{0j}, F_i については, $A_{0j} - B_{0j}F_{0j}, A_i - B_iF_i$ を安定化する行列であれば, また, J_i については正則な行列であれば初期値になり得る。つぎの節の例では G_i ($i = 1, 2$), G_{0j} ($j = 1, 2$) の正規化既約分解⁷⁾によって得られる F_{0j}, F_i, J_i を初期値として用いている。なお, 初期値によっては γ の最小値が求まるとは限らず, 極小値が得られる。

5. 数 値 例

あるシステムの $\alpha = 1$ および $\alpha = 0$ に相当する動作環境において, 基準モデル G_1, G_2 がつぎのように得られているとする。

$$G_1 = \frac{1}{s+1}, \quad G_2 = \frac{10}{s+10}$$

また, $\alpha = 0.6$ と $\alpha = 0.3$ に相当する動作環境において, システムの伝達関数がつぎのように与えられているとする。

$$G_{01} = \frac{6}{s+3}, \quad G_{02} = \frac{8}{s+5}$$

そこで, $\alpha_{01} = 0.6, \alpha_{02} = 0.3$ として, 各伝達関数を参照モデル G_{01}, G_{02} とする。

このような状況のもとでシステムの補間モデルを構成する。定理1と前述の BMI の解法を適用して (6) 式を極小化するような基準モデルの既約分解 N_i, D_i ($i = 1, 2$) と、非線形関数の関数値 ξ_N^{0j}, ξ_D^{0j} ($j = 1, 2$) を求めると、

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{0.896}{s+5.06}, & D_1 &= \frac{0.896s+0.896}{s+5.06} \\ N_2 &= \frac{10.5}{s+8.94}, & D_2 &= \frac{1.05s+10.5}{s+8.94} \end{aligned} \quad (20)$$

および、

$$\begin{aligned} \xi_N^{01} &= 0.443, & \xi_N^{02} &= 0.241 \\ \xi_D^{01} &= 0.850, & \xi_D^{02} &= 0.657 \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる。

ここで、(21) 式の値をもとに、非線形関数 $\xi_N(\alpha)$ と $\xi_D(\alpha)$ を決める。これらの関数は、(18) 式と (19) 式の条件を満たすものであればよい。したがって、それらの候補としては、最も簡単なものとして各参照動作点を直線で結ぶ折れ線、そして多項式関数、3 次スプライン関数などが考えられる。ここでは、3 次多項式関数を用いるとする。点 (0, 0), (0.3, 0.241), (0.6, 0.443), (1, 1) を通る 3 次関数と、点 (0, 0), (0.3, 0.657), (0.6, 0.850), (1, 1) を通る 3 次関数はそれぞれ

$$\begin{aligned} \xi_N(\alpha) &= 1.25\alpha^3 - 1.34\alpha^2 + 1.09\alpha \\ \xi_D(\alpha) &= 2.19\alpha^3 - 4.55\alpha^2 + 3.36\alpha \end{aligned}$$

である。これらをそれぞれ Fig. 1, Fig. 2 に示す。

このような $\xi_N(\alpha), \xi_D(\alpha)$ と (20) 式の既約分解から (4) 式によって構成される補間モデルの近似精度を周波数領域で評価する。参照モデル G_{0j} ($j = 1, 2$) と上で求めた補間モデル

Fig. 1 Function $\xi_N(\alpha)$

Fig. 2 Function $\xi_D(\alpha)$

Fig. 3 Bode diagrams of G_{01} and $G(\alpha_{01})$

Fig. 4 Bode diagrams of G_{02} and $G(\alpha_{02})$

$G(\alpha)$ から得られる $G(\alpha_{0j})$ ($j = 1, 2$) の近さを比較するため、Fig. 3, Fig. 4 にこれらの伝達関数のボード線図を示す。また、非線形関数 ξ_N, ξ_D を導入した効果を確認するため、 $\xi_N^{0j} = \xi_D^{0j} = \alpha_{0j}$ ($j = 1, 2$) と固定し、既約分解の自由度のみを利用して (6) 式を極小化して得られる文献5) の線形補間モデルのボード線図も同じ図に示す。実線が参照モデル、破線が本論文の非線形補間モデル、× 印が線形補間モデルの周波数応答である。Fig. 3, Fig. 4 ともに非線形関数を用いて補間した $G(\alpha_{0j})$ ($j = 1, 2$) のほうが G_{0j} ($j = 1, 2$) により近いことから、本論文で提案する非線形補間を用いたモデリングが有効であることがわかる。

6. おわりに

本論文では、動作環境によって動特性が変化するシステムのモデリング法として、動作環境と補間パラメータの対応関係を非線形とした補間モデルを提案した。そして、この補間モデルが制御対象の良い近似となるように非線形補間関数と各基準モデルの既約分解を選ぶ問題を定式化し、その解法として状態空間で BMI を用いる方法を与えた。

本論文で提案した非線形補間モデルに対する制御系設計法は、稿を改めて発表する。

参 考 文 献

- 1) B.K. Ghosh: An approach to simultaneous system design, Part II: Nonswitching gain and dynamic feedback compensation by algebraic geometric methods, SIAM J. Control and Optimization, **26**-4, 919/963 (1988)
- 2) C. Abdallah, P. Dorato, F. Perez, and D. Docampo: From Nyquist to Kharitonov: Synthesis of robust controllers, Preprints of 12th IFAC World Congress, I, 41/44 (1993)
- 3) Z. Chen, Y. Hayakawa, and S. Fujii: On the stabilizability of plants with variable operating conditions, 計測自動制御学会論文集, **30**-9, 999/1004 (1994)
- 4) 村松, 池田, 玉井: 動作状態が変化する多入力多出力システムの安定化, システム制御情報学会論文誌, **7**-2, 42/50 (1994)
- 5) 村松, 池田: 動作環境が変化する制御対象のモデリングー既約分解アプローチによる補間モデルー, 計測自動制御学会論文集, **32**-11, 1501/1509 (1996)
- 6) 三島, 浅井, 原: 双一次変換パラメータをもつ補間コントローラ, 計測自動制御学会論文集, **32**-1, 45/54 (1996)
- 7) 前田, 杉江: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, システム制御情報学会編, 朝倉書店 (1990)
- 8) T. Iwasaki and R.E. Skelton: All controllers for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state space formulas, Automatica, **30**-8, 1307/1317 (1994)

[著 者 紹 介]

牛 島 淳 博 (学生会員)

1998年大阪大学工学部電子制御機械工学科卒業, 2000年同大学院工学研究科電子制御機械工学専攻博士前期課程を修了し, 三菱重工業(株)に入社。現在, 長崎造船所勤務。制御理論とその応用に興味をもつ。

池 田 雅 夫 (正会員)

1971年大阪大学大学院工学研究科通信工学専攻修士課程修了。73年同博士課程を中途退学し, 神戸大学工学部システム工学科助手。90年同教授, 95年大阪大学に移動し, 現在, 大学院工学研究科電子制御機械工学専攻教授。工学博士。その間, 86~89年航空宇宙技術研究所客員研究官を兼務。制御理論とその応用の研究に従事。90年システム制御情報学会榎本記念賞論文賞, 93年本会論文賞・蓮沼賞, 98年本会学術教育賞等を受賞。システム制御情報学会, 日本機械学会, IEEEなどの会員。本会フェロー。

村 松 鋭 一 (正会員)

1991年名古屋大学大学院工学研究科情報工学専攻修士課程修了。同年住友金属工業(株)に入社。95年神戸商船大学商船学部助手, 99年大阪府立大学工学部航空宇宙工学科講師となり, 現在, 大学院工学研究科機械系専攻航空宇宙工学分野講師。工学博士。システム制御理論とその応用などの研究に従事。システム制御情報学会, IEEE, 日本航空宇宙学会の会員。