ロボットマニピュレータの非線形 H_∞ 適応ロバスト制御†

尹 英杰*・尾形 和哉*・早川 義一*

Adaptive Robust Control for Robotic Systems with H_∞ Performance†

Yingjie YIN*, Kazuya OGATA* and Yoshikazu HAYAKAWA*

We consider the trajectory tracking problem for robot manipulators with unknown parameters, which are subject to bounded disturbances belong to L_2 . We provide a state feedback adaptive robust control algorithm which guarantees arbitrary transient performance as well as arbitrary disturbance attenuation. If the disturbances vanish and the trajectory hold on a constant position, the proposed controller achieves asymptotic tracking. Instead of estimate all unknown parameters as in other methods until now, we estimate the unknown parameters only in gravitational forces vector, lead the controller to a simple one.

Key Words: robotic system, adaptive control, robust control, H_∞ performance

1. はじめに

システムに不確かさが存在する場合、制御系を設計する際に適応性やロバスト性を考える必要がある。その不確かな要因としてパラメータ誤差やモデル化誤差、システム外部からの未知外乱などが挙げられる。実際、これらの不確かさを取り扱ったロボットマニピュレータの制御に関する研究は数多く報告され、適応制御法^{1)~3)}とロバスト制御法^{4)~5)}に大きく分けられる。近年、非線形 H_∞ 制御はロバスト制御法の一つとして盛んに研究され^{6)~10)}、さまざまなアプローチでその可解条件が導出されている。基本的には、不確かさを考慮した閉ループシステムの L_2 誘導ノルムを Hamilton-Jacobi 不等式を用いて小さくするようにフィードバックを行なう手法である。しかし、この制御法では、零状態において状態方程式に含まれる不確かさの項が零になるという条件を必要としている。たとえば、ロボットマニピュレータの重力項にパラメータの不確かさが存在する場合、この条件は満足されない。

これまで、非構造的モデル化誤差やパラメータ誤差、外乱などが同時に存在する場合、ロバスト外乱抑制性能を達成するロバスト適応制御系や適応型ロバスト制御系が構築されている。Tomei¹⁴⁾によるロボットシステムに対するロバスト適応制御法では、時変パラメータに対処しながら、外乱を抑制している。Chen ら^{11), 12)}によるロボットシステムに対する非

線形 H_∞ 制御の適用例では、モデルの不確かさを外乱の一部と考え、パラメータの不確かさを適応手法で推定して、メカニカルシステムという特別な構造の非線形システムに対し、その物理的な構造を利用した Hamilton-Jacobi 不等式の解を導出した。すなわち、ロボットマニピュレータの未知パラメータ全体を適応手法で推定し、入力外乱を非線形 H_∞ 制御法で対処する方法である。しかし、この方法では、外乱 w から評価信号 z までの L_2 ゲインを評価しているわけではなく、 $T_{11}w$ から評価信号 z までの L_2 ゲイン γ を評価しており、この T_{11} が γ に依存している。ただし、 T_{11} はある座標変換のための行列の一部である。また、推定するパラメータ数が多いことより過渡応答の性能劣化や計算量の増加などが問題であると思われる。適応型ロバスト制御系のもう一例である申ら¹³⁾の論文では、受動性理論を用いた追従制御手法を拡張し、消散性概念を用いて直接 Storage function を構築することにより、適応機能をもつロバスト外乱抑制を達成した。この制御法では、Hamilton-Jacobi 不等式を解くことがなくコントローラを設計できたが、フィードバックのゲインを大きくすることでロバスト性能を達成しており、実際にはハイゲインの問題が生じやすい。

本研究は、以上と同じ消散性概念を用いて、パラメータに不確かさがあるにも関わらず、重力項のみのオンライン推定機能を用いて、 L_2 外乱抑制性能をもつロバストな制御法を提案する。提案した制御法はノミナル値を用いた非線形補償および PID フィードバックで構成している。さらに、実用上問題となり得るハイゲインフィードバックを防止する方法を述べる。また、提案した制御法の有効性を実験結果で示す。

以下では、 $z \in R^n$ は n 次元実ベクトル、 $\|z\|^2$ は $z^T z$ を表わす。 $L_2(0, T)$ は $\int_0^T \|z(t)\|^2 dt < \infty$ となるベクトル $z(t)$ の

† 第 22 回 DST シンポジウムで発表 (1999・10)

* 名古屋大学大学院工学研究科 名古屋千種区不老町

* Faculty of Engineering, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya

(Received November 16, 2000)

(Revised April 23, 2001)

集合である。 $A \in R^{m \times n}$ は $m \times n$ 実行列を、 I_n は n 次の単位行列を、 $\bar{\sigma}(A)$ は A の最大特異値を表わすものとする。

2. 制御対象および制御問題

2.1 制御対象

n 本の剛体リンクと回転関節からなるロボットマニピュレータの運動方程式は次のように与えられる。

$$M(\phi, \theta) \ddot{\theta} + C(\phi, \theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + g(\phi, \theta) = \tau + w \quad (1)$$

ただし、 $\theta \in R^n$, $\tau \in R^n$, $M(\phi, \theta) \in R^{n \times n}$, $C(\phi, \theta, \dot{\theta}) \in R^{n \times n}$, $g(\phi, \theta) \in R^n$ はそれぞれ関節角度ベクトル、関節トルクベクトル、一般化慣性行列、遠心力・コリオリ力を表わす行列、重力項である。 ϕ はリンクの質量、長さ、慣性モーメントなどの物理量からなる定数パラメータベクトルである。 w は外乱である。

ロボットに関する次の性質がよく知られている。

性質 1 $M(\phi, \theta)$ は関節角度ベクトル θ の値によらず、常に有界かつ正定対称行列である。

性質 2 次式の関係式が成り立つ。

$$x^T \{ \dot{M}(\phi, \theta) - 2C(\phi, \theta, \dot{\theta}) \} x \equiv 0 \quad \forall x \in R^n \quad (2)$$

性質 3 運動方程式 (1) の左辺は、パラメータベクトル ϕ に関して線形である。

$$M(\phi, \theta) \xi + C(\phi, \theta, \dot{\theta}) \zeta + g(\phi, \theta) = \bar{E}(\phi) \bar{y}(\theta, \dot{\theta}, \zeta, \xi) \quad (3)$$

(3) 式を重力項とそれ以外に分けると、次のようになる。

$$M(\phi, \theta) \xi + C(\phi, \theta, \dot{\theta}) \zeta = E(\phi) y(\theta, \dot{\theta}, \zeta, \xi) \quad (4)$$

$$= E(\phi) \Sigma(\theta, \dot{\theta}) \begin{bmatrix} \xi \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$g(\phi_g, \theta) = Y_g(\theta) \phi_g \quad (6)$$

ただし、 ϕ_g は重力項に含まれる物理パラメータベクトルである。

本研究では以下の仮定を設定する。

[仮定 1] $\theta, \dot{\theta}$ は測定可能である。

[仮定 2] 物理パラメータベクトル ϕ および ϕ_g は未知であるが、その存在領域である領域 Ω , Ω_g は有界で既知である。

[仮定 3] 目標軌道 θ_d は連続で微分可能とし、 $\theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d$ は有界であるとする。

ロボットマニピュレータの適応制御でしばしば参考とされている Slotine の手法¹⁾では制御トルクが次のように与えられている。

$$\begin{aligned} \tau &= \bar{E}(\hat{\phi}) \bar{y}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \Lambda e, \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{e}) + K_D s \\ s &= \dot{e} + \Lambda e \quad (\Lambda > 0) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $e := \theta - \theta_d$ であり、 $\hat{\phi}$ はオンライン推定則によって推定される物理パラメータベクトル ϕ の推定値である。この制御則で、重力項に含まれる物理パラメータベクトル ϕ_g のみを推定値 $\hat{\phi}_g$ とし、他の物理パラメータベクトルをノミナル値

ϕ_0 に固定する。このとき、(7) 式の制御則は、(4), (6) 式を用いて

$$\tau = E(\phi_0) y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \Lambda e, \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{e}) + Y_g(\theta) \hat{\phi}_g(t) + u \quad (8)$$

という構造になる。ただし、 u は後に定める新しい制御入力である。 $\tilde{\phi}_g := \hat{\phi}_g - \phi_g$, $\tilde{E} := E(\phi_0) - E(\phi)$ を定義し、(8) 式を (1) 式に代入すると、つぎに示す誤差方程式を得る。

$$\begin{cases} M(\phi, \theta) \dot{s} + C(\phi, \theta, \dot{\theta}) s = \tilde{E} y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \Lambda e, \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{e}) + Y_g(\theta) \tilde{\phi}_g(t) + u + w \\ \dot{e} = s - \Lambda e \end{cases} \quad (9)$$

ここで、次の関係式

$$\begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & \Lambda \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{e} \\ e \end{bmatrix} := T_0 \begin{bmatrix} \dot{e} \\ e \end{bmatrix} \quad (10)$$

および (5) 式に注意すると、(9) 式は次のように、 $x := [e^T \ e^T]^T$ の状態方程式として表わすことができる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_T(x, t) x + B_T(x, t) \tilde{E} \Sigma(x, t) \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} x \\ &\quad + B_T(x, t) u + B_T(x, t) \tilde{E} \Sigma(x, t) f_{\theta_d} \\ &\quad + B_T(x, t) Y_g(x, t) \tilde{\phi}_g(t) + B_T(x, t) w \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_T(x, t) &= T_0^{-1} \begin{bmatrix} -M^{-1}(\phi, \theta) C(\phi, \theta, \dot{\theta}) & 0 \\ I_n & -\Lambda \end{bmatrix} T_0 \\ B_T(x, t) &= T_0^{-1} \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} M^{-1}(\phi, \theta) \\ f_{\theta_d} &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_d \\ \dot{\theta}_d \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である。

2.2 H_∞ 追従制御問題

前節で導出した状態方程式 (11) に対して目標軌道の変化率 f_{θ_d} および外乱 w を入力信号として、評価信号 $z = [(Q^{\frac{1}{2}} x)^T (R^{\frac{1}{2}} u)^T]^T$ ($Q > 0$, $R > 0$) を定義し、誤差システム

$$\Sigma_{p1} \left\{ \begin{aligned} \dot{x} &= A_T(x, t) x + B_T(x, t) Y_g(x, t) \tilde{\phi}_g(t) \\ &\quad + B_T(x, t) \tilde{E} \Sigma(x, t) \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} x \\ &\quad + B_T(x, t) u + B_T(x, t) \tilde{E} \Sigma(x, t) f_{\theta_d} \\ &\quad + B_T(x, t) w \\ z &= \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} x \\ R^{\frac{1}{2}} u \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

を構成する。

(12) 式のシステム Σ_{p1} が $w = 0$, $f_{\theta_d} = 0$ のとき追従誤差 x が零へ漸近収束し、かつ、初期状態 $x(0) = 0$ に対し次式を満たすような非線形状態フィードバック制御則 $u = F(x, t)$

を見つける問題を考える.

$$\int_0^T \|z\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \{\|w\|^2 + \|f_{\theta_d}\|^2\} dt + V(\tilde{\phi}_g(0))$$

$$\forall \phi_0 \in \Omega, \quad \forall w, f_{\theta_d} \in L_2, \quad \forall T > 0 \quad (13)$$

ただし, V は正定値関数である.

すなわち, 状態フィードバックによる閉ループ系の L_2 安定化を実現し, パラメータ誤差や外乱などが存在しても評価信号 z への影響をなるべく小さくし, $w = 0, f_{\theta_d} = 0$ であれば追従誤差は零へ大域的に漸近収束するような制御系を設計する. なお, 評価信号 z にはフィードバック制御量 u が含まれ, 重み R を大きくすることにより, ハイゲインフィードバックを防止する.

[注1] 文献¹³⁾では, $w = 0$ のとき, $f_{\theta_d} \neq 0$ の一般的な規範軌道に対しても追従誤差が零へ漸近収束するような制御系が設計されている.

3. 非線形 H_∞ 制御

不確かさを含むシステムとして,

$$\Sigma_{p2} \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + f_1(x)\Delta(x)f_2(x) + g_0(x)w \\ z = h(x) \end{cases} \quad (14)$$

を考える. ここで, $\Delta(x)$ は未知な行列で, 不確かさを表す.

[補題1] ^{9),10)} システム Σ_{p2} において, $f_2(0) = 0, h(0) = 0, \bar{\sigma}(\Delta) \leq 1$ とする. w から z までの L_2 gain が γ 以下になるための十分条件は, 次式を満たす滑らかな正定値関数 (Storage function) $S(x)$ ($S(0) = 0$) が存在することである.

$$S_x(x)f_0(x) + \frac{1}{2\gamma^2} S_x(x)g_0(x)g_0^T(x)S_x^T(x) \\ + \frac{1}{2} h^T(x)h(x) + \frac{1}{2\epsilon^2} S_x(x)f_1(x)f_1^T(x)S_x^T(x) \\ + \frac{\epsilon^2}{2} f_2^T(x)f_2(x) \leq 0 \quad \forall x \in R^n \quad (15)$$

ただし, $S_x(x) = [\frac{\partial S(x)}{\partial x_1} \frac{\partial S(x)}{\partial x_2} \dots \frac{\partial S(x)}{\partial x_n}]$, ϵ は定数である. □

補題1では, $f_2(0) = 0$ という条件がある. ロボットシステムを考えると, 重力項にパラメータ誤差が存在する場合, $g(\tilde{\phi}_g, \theta) - g(\phi_g, \theta) = Y_g(\theta)\tilde{\phi}_g$ を $f_1(x)\Delta(x)f_2(x)$ と表現しても, $f_2(0) = 0$ とすることは不可能である. すなわち, 補題1は重力項に不確かさをもつロボットシステムに適用できない.

(12) 式で与えられたロボットシステム, すなわち, 重力項にパラメータ誤差があるロボットシステムに対処するため, 次のような一般化システム Σ_{p3} を考える.

$$\Sigma_{p3} \begin{cases} \dot{x} = f_0(x, t) + f_1(x, t)\Delta_1(x, t)f_2(x, t) \\ \quad + f_3(x, t)\tilde{\phi}_g(t) + g_0(x, t)w \\ \quad + g_1(x, t)\Delta_2(x, t)g_2(x, t)f_{\theta_d} \\ z = h(x) \end{cases} \quad (16)$$

ここで, $\Delta_1(x, t), \Delta_2(x, t)$ は未知な行列で, 不確かさを表す.

《定理1》 システム Σ_{p3} に対し, $f_0(0, t) = 0, f_2(0, t) = 0,$

$h^T(x)h(x) = x^T \bar{Q}x$ ($\bar{Q} > 0$), $\bar{\sigma}(\Delta_1) \leq 1, \bar{\sigma}(\Delta_2) \leq 1$ とする. $w = 0, f_{\theta_d} = 0$ のとき x が零へ漸近収束し, かつ, $[w^T f_{\theta_d}^T]^T$ から z までの L_2 gain が γ 以下になるための十分条件は次の (C1) (C2) を満足する滑らかな正定値関数 $S(x, t)$ (ただし, $S(0, t) = 0$ であり, K_∞ 関数 α_m, α_M に対して $\alpha_m(\|x\|) \leq S(x, t) \leq \alpha_M(\|x\|)$ である) が存在し, $\tilde{\phi}_g(t)$ は

$$\dot{\tilde{\phi}}_g = -\Gamma f_3^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t), \quad \Gamma > 0 \quad (17)$$

のようにオンライン的に更新されることである.

$$(C1) \quad S_x(x, t)f_0(x, t) + \frac{\epsilon_1^2}{2} f_2^T(x, t)f_2(x, t) \\ + \frac{1}{2\epsilon_1^2} S_x(x, t)f_1(x, t)f_1^T(x, t)S_x^T(x, t) \\ + \frac{1}{2\epsilon_2^2} S_x(x, t)g_1(x, t)g_1^T(x, t)S_x^T(x, t) \\ + \frac{1}{2\gamma^2} S_x(x, t)g_0(x, t)g_0^T(x, t)S_x^T(x, t) \\ + S_t(x, t) + \frac{1}{2} h^T(x)h(x) \\ \leq 0 \quad \forall x \in R^n, \quad \forall t \quad (18)$$

$$(C2) \quad \gamma^2 I - \epsilon_2^2 g_2^T(x, t)g_2(x, t) \geq 0 \\ \forall x \in R^n, \quad \forall t \quad (19)$$

ただし, $S_x(x, t) = [\frac{\partial S(x, t)}{\partial x_1} \frac{\partial S(x, t)}{\partial x_2} \dots \frac{\partial S(x, t)}{\partial x_n}]$, $S_t(x, t) = \frac{\partial S(x, t)}{\partial t}$, ϵ_1, ϵ_2 は定数である. □

(証明) 正定値関数 $V(x, \tilde{\phi}_g, t)$ を以下のように定義する.

$$V(x, \tilde{\phi}_g, t) := S(x, t) + \frac{1}{2} \tilde{\phi}_g^T \Gamma^{-1} \tilde{\phi}_g \quad (20)$$

$V(x, \tilde{\phi}_g, t)$ の (16), (17) 式の解 $x(t), \tilde{\phi}_g(t)$ に沿った時間微分 $\dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t)$ を用いて

$$H(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t, w, f_{\theta_d}, z) \\ := \dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) + \frac{1}{2} \|z\|^2 - \frac{1}{2} \gamma^2 (\|w\|^2 + \|f_{\theta_d}\|^2) \quad (21)$$

を定義する. このとき,

$$H(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t, w, f_{\theta_d}, z) \leq 0 \quad \forall w, \forall f_{\theta_d} \in L_2 \quad (22)$$

が成り立てば, システム Σ_{p3} の $[w^T f_{\theta_d}^T]^T$ から z までの L_2 gain は γ 以下となる.

(16), (17) 式を用いると,

$$\dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) \\ = S_x(x(t), t)\dot{x}(t) + S_t(x(t), t) + \tilde{\phi}_g^T(t)\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\phi}}_g(t) \\ = S_x(x(t), t) \left\{ f_0(x(t), t) + f_1(x(t), t)\Delta_1(x(t), t) \times \right. \\ \left. f_2(x(t), t) + g_1(x(t), t)\Delta_2(x(t), t)g_2(x(t), t)f_{\theta_d} \right. \\ \left. + g_0(x(t), t)w \right\} + S_t(x(t), t) \quad (23)$$

となるが, $\bar{\sigma}(\Delta_1) \leq 1, \bar{\sigma}(\Delta_2) \leq 1$ により,

$$S_x(x(t), t)f_1(x(t), t)\Delta_1(x(t), t)f_2(x(t), t) \\ \leq \frac{1}{2\epsilon_1^2} S_x(x(t), t)f_1(x(t), t)f_1^T(x(t), t)S_x^T(x(t), t)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\epsilon_1^2}{2} f_2^T(x(t), t) f_2(x(t), t) \\
& S_x(x(t), t) g_1(x(t), t) \Delta_2(x(t), t) g_2(x(t), t) f_{\theta_d} \\
& \leq \frac{1}{2\epsilon_2^2} S_x(x(t), t) g_1(x(t), t) g_1^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \\
& + \frac{\epsilon_2^2}{2} f_{\theta_d}^T g_2^T(x(t), t) g_2(x(t), t) f_{\theta_d}
\end{aligned}$$

が成り立つので, (23) 式は

$$\begin{aligned}
& \dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) \\
& \leq S_x(x(t), t) f_0(x(t), t) + \frac{\epsilon_1^2}{2} f_2^T(x(t), t) f_2(x(t), t) \\
& + \frac{1}{2\epsilon_1^2} S_x(x(t), t) f_1(x(t), t) f_1^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \\
& + \frac{1}{2\epsilon_2^2} S_x(x(t), t) g_1(x(t), t) g_1^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \\
& + \frac{\epsilon_2^2}{2} f_{\theta_d}^T g_2^T(x(t), t) g_2(x(t), t) f_{\theta_d} \\
& + S_x(x(t), t) g_0(x(t), t) w + S_t(x(t), t) \quad (24)
\end{aligned}$$

となる. ここで, 条件 (C1) を用いると,

$$\begin{aligned}
& \dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) \\
& \leq -\frac{1}{2\gamma^2} S_x(x(t), t) g_0(x(t), t) g_0^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \\
& - \frac{1}{2} h^T(x) h(x) + S_x(x(t), t) g_0(x(t), t) w \\
& + \frac{\epsilon_2^2}{2} f_{\theta_d}^T g_2^T(x(t), t) g_2(x(t), t) f_{\theta_d} \quad (25)
\end{aligned}$$

が成立するので, 条件 (C2) を用いると,

$$\begin{aligned}
& H(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t, w, f_{\theta_d}, z) \\
& \leq -\frac{1}{2\gamma^2} S_x(x(t), t) g_0(x(t), t) g_0^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \\
& + S_x(x(t), t) g_0(x(t), t) w \\
& + \frac{\epsilon_2^2}{2} f_{\theta_d}^T g_2^T(x(t), t) g_2(x(t), t) f_{\theta_d} \\
& - \frac{1}{2} \gamma^2 (\|w\|^2 + \|f_{\theta_d}\|^2) \\
& = -\frac{1}{2} \gamma^2 \|w - \frac{1}{\gamma^2} g_0^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t)\|^2 \\
& - \frac{1}{2} f_{\theta_d}^T (\gamma^2 I_n - \epsilon_2^2 g_2^T(x(t), t) g_2(x(t), t)) f_{\theta_d} \\
& \leq 0 \quad (26)
\end{aligned}$$

となる. ゆえにシステム Σ_{p3} の $[w^T \ f_{\theta_d}^T]^T$ から z までの L_2 gain が γ 以下になる.

最後, $w = 0$, $f_{\theta_d} = 0$ において, x の零への漸近収束性を証明する. (21), (22) 式から,

$$\dot{V}(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) \leq -\frac{1}{2} \|z\|^2 = -\frac{1}{2} x^T(t) \bar{Q} x(t) \quad (27)$$

が成り立つ. これに加えて, (20) 式と $\alpha_m(\|x\|) \leq S(x, t) \leq \alpha_M(\|x\|)$ から,

$$\eta_m \left(\left\| \begin{bmatrix} x \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix} \right\| \right) \leq V(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) \leq \eta_M \left(\left\| \begin{bmatrix} x \\ \tilde{\phi} \end{bmatrix} \right\| \right) \quad (28)$$

を満たす K_∞ 関数 η_m , η_M が存在する. よって, Lyapunov 安定理論より, $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ が示される^{2), 13)}. □

[注2] 定理1は補題1の拡張である. すなわち, 補題1の仮定条件を満たさない制御対象に対して, 適応則を導入し, 適応ロバスト制御で対処する方法である.

[注3] (C1)(C2) は次の拡張システム

$$\Sigma_{e3} \begin{cases} \dot{x} = f_0(x, t) + \frac{\gamma}{\epsilon_1} f_1(x, t) \bar{w} \\ \quad + \frac{\gamma}{\epsilon_2} g_1(x, t) \bar{f}_{\theta_d} + g_0(x, t) w \\ \bar{z}_1 = \epsilon_1 f_2(x, t) \\ \bar{z}_2 = \epsilon_2 g_2(x, t) f_{\theta_d} \\ z = h(x) \end{cases} \quad (29)$$

の $[w^T \ f_{\theta_d}^T \ \bar{w}^T \ \bar{f}_{\theta_d}^T]^T$ から $[z^T \ \bar{z}_1^T \ \bar{z}_2^T]^T$ までの L_2 gain が γ 以下であることを意味している. このときの Storage function は $S(x, t)$ である.

[注4] 定理1は $w = 0$, $f_{\theta_d} = 0$ のとき x が零への漸近収束性かつ, $[w^T \ f_{\theta_d}^T]^T$ から z までの L_2 gain が γ 以下になることを保証するが, パラメータ誤差の推定値は必ず零へ収束するとは限らない.

[注5] 定理1は $w \in L_2$, $f_{\theta_d} \in L_2$ のとき $\tilde{\phi}_g$ の有界性を保証する. (証明: (26) 式の両辺を時間積分すると, (21) 式より,

$$\begin{aligned}
& V(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) - V(x(0), \tilde{\phi}_g(0), 0) \\
& \leq - \int_0^t \frac{1}{2} \|z\|^2 d\tau + \int_0^\infty \frac{1}{2} \gamma^2 (\|w\|^2 + \|f_{\theta_d}\|^2) d\tau
\end{aligned}$$

となる ($0 \leq t < \infty$). $w \in L_2$, $f_{\theta_d} \in L_2$ であれば, $V(x(t), \tilde{\phi}_g(t), t) - V(x(0), \tilde{\phi}_g(0), 0) + \int_0^t \frac{1}{2} \|z\|^2 d\tau < \infty$ であるので, (20) 式と $\alpha_m(\|x\|) \leq S(x, t) \leq \alpha_M(\|x\|)$ より, $x(t)$, $\tilde{\phi}_g(t)$ は有界である.) 外乱 $w \notin L_2$ の場合, 推定パラメータの無限大へのドリフトを避けるため, (17) 式のパラメータ調節則として付録に示す Projection アルゴリズム^{14), 15)} を考えることができる.

4. ロボットシステムへの応用

4.1 ロボットシステムの非線形 H_∞ 制御

本節では, 定理1に基づいて, ロボットマニピュレータのフィードバックコントローラを設計する.

(12) 式の誤差システム Σ_{p1} において,

$$\sigma_1 := \sup \left\{ \bar{\sigma} \left(\tilde{E} \Sigma(\theta, \dot{\theta}) \right) \right\}, \quad \Delta_1(x, t) = \frac{\tilde{E} \Sigma(\theta, \dot{\theta})}{\sigma_1}$$

とおくと, $\bar{\sigma}(\Delta_1) \leq 1$ となる. さらに,

$$f_0(x, t) = A_T(x, t)x + B_T(x, t)u, \text{ ただし, } u = F(x, t)$$

$$f_1(x, t) = B_T(x, t)\sigma_1, \quad f_2(x, t) = \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} x$$

$$f_3(x, t) = B_T(x, t)Y_g(x, t), \quad g_0(x, t) = B_T(x, t)$$

$$g_1(x, t) = B_T(x, t)\sigma_1, \quad g_2(x, t) = I_{2n}$$

$$\Delta_2(x, t) = \frac{\tilde{E} \Sigma(\theta, \dot{\theta})}{\sigma_1}, \quad h(x) = [(Q^{\frac{1}{2}} x)^T (R^{\frac{1}{2}} u)^T]^T$$

とすれば, (12) 式の誤差システム Σ_{p1} は (16) 式の誤差システム Σ_{p3} となる.

定理1より,

$$\hat{\phi}_g = -\Gamma Y_g^T(x(t), t) B_T^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t), \quad \Gamma > 0 \quad (30)$$

と置く. 定理1の条件 (C1) は

$$\begin{aligned} & S_x(x, t) \{A_T(x, t)x + B_T(x, t)F(x, t)\} \\ & + \frac{1}{2\epsilon_1^2} \sigma_1^2 S_x(x, t) B_T(x, t) B_T^T(x, t) S_x^T(x, t) \\ & + \frac{1}{2\epsilon_2^2} \sigma_1^2 S_x(x, t) B_T(x, t) B_T^T(x, t) S_x^T(x, t) \\ & + \frac{1}{2\gamma^2} S_x(x, t) B_T(x, t) B_T^T(x, t) S_x^T(x, t) \\ & + \frac{\epsilon_1^2}{2} x^T \begin{bmatrix} \Lambda^T \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^T \Lambda \end{bmatrix} x + S_t(x, t) \\ & + \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} F^T(x, t) R F(x, t) \\ & \leq 0 \quad \forall x \in R^{2n}, \forall t \end{aligned} \quad (31)$$

となり,

$$u = F(x, t) = -R^{-1} B_T^T(x, t) S_x^T(x, t) \quad (32)$$

とおくことにより, (31) 式は

$$\begin{aligned} & S_x(x, t) A_T(x, t)x + \frac{1}{2} x^T Q x - \frac{1}{2} S_x(x, t) B_T(x, t) \times \\ & \left\{ R^{-1} - \left(\frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} + \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) I_n \right\} B_T^T(x, t) S_x^T(x, t) \\ & + \frac{\epsilon_1^2}{2} x^T \begin{bmatrix} \Lambda^T \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^T \Lambda \end{bmatrix} x + S_t(x, t) \\ & \leq 0 \quad \forall x \in R^{2n}, \forall t \end{aligned} \quad (33)$$

となる.

一方, 定理1の条件 (C2) は次になる.

$$\epsilon_2^2 - \gamma^2 \leq 0 \quad (34)$$

以上をまとめると, 提案するロバストコントローラは次となる.

$$\begin{aligned} \tau &= E(\phi_0) y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \Lambda e, \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{e}) + Y_g(\theta) \hat{\phi}_g(t) \\ &+ u \end{aligned} \quad (35)$$

$$u = -R^{-1} B_T^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \quad (36)$$

$$\hat{\phi}_g = -\Gamma Y_g^T(x(t), t) B_T^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t) \quad (37)$$

ただし, $S(x, t) > 0$, γ は (33)(34) 式を満たすものである.

4.2 リカッチ不等式の解

本節では, (33), (34) 式の解を求める. 正定値関数 $S(x, t)$ を次のように選ぶ¹¹⁾.

$$S(x, t) = \frac{1}{2} x^T P(x, t) x \quad (38)$$

$$P(x, t) = T_0^T \begin{bmatrix} M(\theta, \phi) & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} T_0, \quad K > 0 \quad (39)$$

$M(\theta, \phi)$ の正定性と有界性から (性質1), T_0, K は定数行列であるので, $\alpha_m(\|x\|) \leq S(x, t) \leq \alpha_M(\|x\|)$ を満たす K_∞ 関数 α_m, α_M が存在する. さらに, $\theta(t) = e(t) + \theta_d(t)$, $x = [e^T \ e^T]^T$ なので, (39) 式の $P(x, t)$ は $P(x_{n+1}, \dots, x_{2n}, t)$ と表現でき,

$$\begin{bmatrix} x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_1} x & \dots & x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \end{bmatrix} B_T(x, t)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times n} & x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{n+1}} x & \dots & x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} I_n \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{bmatrix} M^{-1}(\theta, \phi) \\ &= 0 \end{aligned}$$

となり, ゆえに

$$\begin{aligned} & S_x(x, t) B_T(x, t) \\ &= \left\{ x^T P(x, t) + \frac{1}{2} \left[x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_1} x \dots x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \right] \right\} \\ &\times B_T(x, t) \\ &= x^T P(x, t) B_T(x, t) \\ &= x^T \begin{bmatrix} I_n \\ \Lambda^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となる. または,

$$\begin{aligned} & \left[x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_1} x \dots x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \right] A_T(x, t)x \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times n} & x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{n+1}} x & \dots & x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} -M^{-1}(\theta, \phi) C(\theta, \dot{\theta}, \phi)(\dot{e} + \Lambda e) - \Lambda \dot{e} \\ \dot{e} \end{bmatrix} \\ &= x^T \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial P(e, t)}{\partial e_i} \dot{e}_i \right) x \end{aligned}$$

であるので,

$$\begin{aligned} & S_x(x, t) A_T(x, t)x + S_t(x, t) \\ &= \left\{ x^T P(x, t) + \frac{1}{2} \left[x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_1} x \dots x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial x_{2n}} x \right] \right\} \\ &\times A_T(x, t)x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} x \\ &= \frac{1}{2} x^T (P(x, t) A_T(x, t) + A_T^T(x, t) P(x, t)) x \\ &+ \frac{1}{2} x^T \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial P(e, t)}{\partial e_i} \dot{e}_i \right) x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial P(e, t)}{\partial t} x \\ &= \frac{1}{2} x^T T_0^T \begin{bmatrix} -C - C^T & K \\ K & -K\Lambda - \Lambda^T K \end{bmatrix} T_0 x \\ &+ \frac{1}{2} x^T T_0^T \begin{bmatrix} \dot{M}(\theta, \phi) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} T_0 x \end{aligned}$$

となる. ただし, C は $C(\theta, \dot{\theta}, \phi)$ のことを意味する. ここで, ロボットの性質2を利用し, 代数計算により,

$$\begin{aligned} & S_x(x, t) A_T(x, t)x + S_t(x, t) \\ &= \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} 0 & K \\ K & 0 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

を得る. すなわち, (33) 式の非線形不等式は次のように物理パラメータ ϕ に依存しない行列不等式に帰着できる.

$$\begin{bmatrix} 0 & K \\ K & 0 \end{bmatrix} + Q + \epsilon_1^2 \begin{bmatrix} \Lambda^T \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda^T \Lambda \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} I_n \\ \Lambda^T \end{bmatrix} \left(R^{-1} - \left(\frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} + \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) I_n \right) [I_n \quad \Lambda] \leq 0 \quad (40)$$

以下では、(40)、(34)式を満足しながら、 γ を最小にするような ϵ_1 、 ϵ_2 、 Λ を求める。

簡単のために、 $\Lambda = \lambda I_n$ 、 $R = r^2 I_n$ 、 $Q = \begin{bmatrix} q_1^2 I_n & 0 \\ 0 & q_2^2 I_n \end{bmatrix}$ 、 $K = k I_n$ とする。(40)式が成り立つための十分条件として、次式を考える。

$$q_1^2 \leq \frac{1}{r^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} - \frac{1}{\gamma^2} - \epsilon_1^2 \lambda^2 \quad (41)$$

$$q_2^2 = \lambda^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} - \frac{1}{\gamma^2} - \epsilon_1^2 \right) \quad (42)$$

$$k = \lambda \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \quad (43)$$

(42)式を(41)式に代入して、

$$q_1^2 \leq R_1 + \epsilon_1^2 \left(1 - \frac{q_2^2}{R_1} \right) \quad (44)$$

$$R_1 := \frac{1}{r^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} - \frac{1}{\gamma^2} - \epsilon_1^2 > 0 \quad (45)$$

を得る。(44)式より、

$$R_1^2 + (\epsilon_1^2 - q_1^2) R_1 - \epsilon_1^2 q_2^2 \geq 0 \quad (46)$$

すなわち、

$$R_1 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{(\epsilon_1^2 - q_1^2)^2 + 4\epsilon_1^2 q_2^2} - (\epsilon_1^2 - q_1^2) \right) \quad (47)$$

が得られる。ゆえに(45)式および(47)式より、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{q_1^2}{2} \\ & \geq \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} + \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_2^2} + \frac{\epsilon_1^2}{2} + \frac{\sqrt{(\epsilon_1^2 - q_1^2)^2 + 4\epsilon_1^2 q_2^2}}{2} \end{aligned} \quad (48)$$

したがって、 γ を最小にする ϵ_1 、 ϵ_2 の値 ϵ_1^* 、 ϵ_2^* は、(48)式の右辺を最小にする ϵ_1 、 ϵ_2 の値となる。(34)式を考慮すれば、

$$\epsilon_2^* = \gamma \quad (49)$$

を得る。さらに ϵ_1^* は、

$$\epsilon_1^* = \arg \min_{\epsilon_1} \left(\frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^2} + \frac{\epsilon_1^2}{2} + \frac{\sqrt{(\epsilon_1^2 - q_1^2)^2 + 4\epsilon_1^2 q_2^2}}{2} \right) \quad (50)$$

である。 ϵ_1^* 、 ϵ_2^* を用いると、

$$\gamma^2 \geq \gamma_{min}^2 = \frac{\sigma_1^2 + 1}{\frac{1}{r^2} - \frac{q_1^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^{*2}} - \frac{\epsilon_1^{*2}}{2} - \frac{\sqrt{(\epsilon_1^{*2} - q_1^2)^2 + 4\epsilon_1^{*2} q_2^2}}{2}} \quad (51)$$

となる。すなわち、

$$\frac{1}{r^2} - \frac{q_1^2}{2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^{*2}} - \frac{\epsilon_1^{*2}}{2} - \frac{\sqrt{(\epsilon_1^{*2} - q_1^2)^2 + 4\epsilon_1^{*2} q_2^2}}{2} > 0 \quad (52)$$

のように r 、 q_1 、 q_2 が与えられたとき、 L_2 gainの最小値は γ_{min} であり、 λ は $\gamma \geq \gamma_{min}$ のように γ を選び、(42)式から次のように計算される。

$$\lambda^2 = \frac{q_2^2}{\frac{1}{r^2} - \frac{\sigma_1^2}{\epsilon_1^{*2}} - \frac{\sigma_1^2 + 1}{\gamma^2} - \epsilon_1^{*2}} \quad (53)$$

以上をまとめると、(13)式の実線形 H_∞ 制御問題に対応する制御則は

$$\begin{aligned} \tau &= E(\phi_0)y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \lambda e, \ddot{\theta}_d - \lambda \dot{e}) + Y_g(\theta)\hat{\phi}_g \\ &+ u \end{aligned} \quad (54)$$

$$u = -\frac{1}{r^2}(\dot{e} + \lambda e) \quad (55)$$

$$\dot{\hat{\phi}}_g = -\Gamma Y_g^T(\theta)(\dot{e} + \lambda e) \quad (56)$$

と与えられる。

[注6] 外乱 $w \in L_2$ かつ、目標軌道の微分値 $[\dot{\theta}_d^T \quad \ddot{\theta}_d^T]^T \in L_2$ の場合、 $Y_g^T(\theta)$ がPersistently Exciting (PE)であれば、パラメータ推定誤差は零へ収束する²⁾。すなわち、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\phi}_g(t) = 0$ である。 $Y_g(\theta)\phi_g(t)$ はロボットマニピュレータの重力項に相当し、特異姿勢を除いた姿勢で $Y_g^T(\theta)$ はPEである。外乱 $w \notin L_2$ の場合、推定パラメータの無限大へのドリフトを避けるため、(56)式のパラメータ調節則として付録に示すProjection アルゴリズム^{14),15)}を考えることができる。

5. 考 察

本論文ではSlotineの適応制御法¹⁾を修正することにより、誤差システムを導き、消散性概念を用いて、推定パラメータ数が少ない非線形 H_∞ 適応ロバスト制御法を構成した。

本論文で提案した制御法は、次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \tau &= E(\phi_0)y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}_d - \Lambda e, \ddot{\theta}_d - \Lambda \dot{e}) \\ &- Y_g(\theta) \int_{t_0}^t \Gamma Y_g^T(\theta)(\dot{e} + \Lambda e) dt \\ &- R^{-1}(\dot{e} + \Lambda e) \end{aligned} \quad (57)$$

すなわち、重力項以外の非線形性はパラメータのノミナル値を用いて補償し、補償できない部分はPIDフィードバックで対処している。重み R 、 Q を与えると、外乱抑制指標を表わす L_2 gainの最小値 γ_{min} が定まる。 Λ は(49)、(50)、(52)式が成り立つとき、 $\gamma(\geq \gamma_{min})$ および他のパラメータより決められる。

一方、Chen¹²⁾や申¹³⁾らの非線形 H_∞ 適応ロバスト制御法では、未知パラメータ全体を推定している。文献¹²⁾では(10)

式の T_0 と対応して $\bar{T}_0 := \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$ を用いている。本論文の(13)式のように外乱 w から評価信号 z までの L_2 ゲインを評価しているわけではなく、 $T_{11}w$ から評価信号 z までの L_2 ゲイン γ を評価している。しかし T_{11} は γ により計算されるので、外乱 w から追従誤差などの評価信号 z までの影響ははっきりしていない。更に、推定するパラメータ数の多いこ

とから、実際には過渡応答が劣化するなどの問題が生じやすい。その影響は次節の実験結果でも示されている。

適応手法を用いたロバスト制御法^{12),13)}では、外乱がない場合には零誤差追従が達成できるが、推定パラメータの真値への収束性を保証するためには、regressor ベクトルの PE 性が要求される。ロボットマニピュレータの未知パラメータ全体を推定するため、regressor ベクトルに PE 性を持たせる目標軌道は十分 rich であることが要求される。それと比べて、本論文のような重力項のパラメータのみ推定される場合、regressor $Y_g(\theta)$ は位置のみの関数であり、その PE 性は特異姿勢を除く姿勢で満たされている。ただし、本論文では、目標軌道の変化率と外乱入力と共に誤差システムの入力と考えている。したがって、本制御法は、外乱がなく、目標軌道が一定値に保たれる (set-point) 場合、ゼロ誤差追従を達成すると共に、重力補償項に対するパラメータのゼロ誤差推定も期待できる。

本論文で提案した制御法は、パラメータの不確かさにロバスト性を持つ制御法であり、その不確かさの最大特異値をコントローラの設計に用いる。指定された評価信号の重み R, Q に対して、許容する最小な L_2 gain は不確かさが小さいほど小さくなる。すなわち、(51) 式の σ_1 を小さくすると、 γ_{min} が小さくなることがわかる。ゆえに、より正確なパラメータの指定値を用いて、不確かさを小さくすれば、よりよい過渡特性が得られる。

6. 実験

提案した制御法の有効性を確認するために、Fig.1に示す6自由度垂直多関節型ロボットの根元2自由度を用いて実験を行った。関節角度は各軸の AC サーボモータに取り付けられているエンコーダにより検出され、カウンタボードを介して制御用 PC に取り込まれる。角速度は角度信号から近似微分して得た。制御用 PC の CPU は pentium 120MHz である。制御用 PC より算出された制御入力 D/A ボードを介してモータドライバに与えられ、制御入力にみあったモータ電流が与えられる。プログラムは C 言語で記述し、サンプリング周期は $1.0(msec)$ とした。

座標系は Fig.2 に示すように設置する。

モデルパラメータは次となる。

$$M(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} \phi_1 + 2\phi_2 \cos \theta_2 & \phi_3 + \phi_2 \cos \theta_2 \\ \phi_3 + \phi_2 \cos \theta_2 & \phi_4 \end{bmatrix}$$

$$C(\phi, \theta, \dot{\theta}) = \phi_2 \sin \theta_2 \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_2 & -(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D(\phi) = \begin{bmatrix} \phi_5 & 0 \\ 0 & \phi_6 \end{bmatrix}$$

$$g(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} \phi_7 \cos \theta_1 + \phi_8 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \phi_8 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

Fig. 1 Robot manipulator used for the experiment

Fig. 2 Model of 2 D.O.F. manipulator

ただし、

$$\phi_1 := J_1 + m_1 l_{g1}^2 + J_2 + m_2 (\ell_1^2 + \ell_{g2}^2) + J_{m1} G_1^2$$

$$\phi_2 := m_2 \ell_1 \ell_{g2}, \quad \phi_3 := J_2 + m_2 \ell_{g2}^2$$

$$\phi_4 := J_2 + m_2 \ell_{g2}^2 + J_{m2} G_2^2$$

$$\phi_5 := d_1 + D_{m1} G_1^2, \quad \phi_6 := d_2 + D_{m2} G_2^2$$

$$\phi_7 := (m_1 \ell_{g1} + m_2 \ell_1) \bar{g}, \quad \phi_8 := m_2 \ell_{g2} \bar{g}$$

である。 $m_i, J_i, \ell_i, \ell_{gi}$ はそれぞれリンク i の質量、重心まわりの慣性モーメント、リンク長さ、関節から重心までの距離、 $\bar{g}$ は重力加速度である。

各物理パラメータは実機のカatalog値に基づく計算値を用い、Table 1 に示す。

目標軌道は2次微分可能で、周期は3秒、振幅は 30° とし、Fig.3に示す通りである。

なお、ロボットの物理パラメータ真値は未知で、ノミナルパラメータより $\pm 50\%$ 以内にあると仮定し、Fig.3の目標軌道に対して $\sigma_1 = 2.5$ と設定した。

Table 1 Parameters of manipulator

Parameter	Nominal value	Parameter	Nominal value
$m_1(kg)$	2.360	$m_2(kg)$	11.510
$J_1(kgm^2)$	0.033	$J_2(kgm^2)$	0.328
$\ell_{g1}(m)$	0.118	$\ell_{g2}(m)$	0.101
$\ell_1(m)$	0.255	$\ell_2(m)$	0.478
d_1	8.000	d_2	13
$(Nm/rad/s)$		$(Nm/rad/s)$	
$J_{m1} \times 10^{-5}$	8.291	$J_{m2} \times 10^{-5}$	4.008
(kgm^2)		(kgm^2)	
D_{m1}	0.004	D_{m2}	0.002
$(Nm/rad/s)$		$(Nm/rad/s)$	
$G1$	100	$G2$	100

Fig. 3 Desired trajectory

実験結果の各 Fig. には (a) 位置誤差 (rad), (c) フィードバック制御量 $u(Nm)$ ((55) 式), (d) 入力トルク $\tau(Nm)$ ((54) 式) を示す。実線でリンク 1 を, 点線でリンク 2 を意味する。各 Fig. の (b) には推定パラメータの動きを示す。

実験 1 提案した制御法では, 重力項パラメータ ϕ_7, ϕ_8 のみを推定する。一方, Chen¹²⁾の方法では, 未知パラメータ全体 $\phi_1 \sim \phi_8$ を推定する。二つの制御法を比較するため, 同じ条件で実験をし, 各々の制御結果で比較してみる。重みを $Q = I_4$ とする。二つ制御法のフィードバックゲインはいずれも $R^{-1}[I_2 \ I_2]$ と取ることができる。パラメータの調整則のゲインは二つ方法とも 1000 とし, $R = 0.02I_2$ とする。提案する制御法を用いた実験結果を Fig.4 に示す。Chen¹²⁾の制御法を用いた実験結果を Fig.5 に示す。

Fig.5(a) の位置誤差を見ると, Fig.4(a) より小さいが, Fig.5(b) に示している 8 つの推定パラメータの動きに影響されるため, Fig.5(d) に示すように, 入力トルクははげしく振動していた。それと比較的に, Fig.4(d) に示している入力トルクは滑らかであった。目標軌道の振幅や軌道周期を変えても同じ結果であり, 推定パラメータ数の少ないことの利点はこの実験結果で示された。

実験 2 実験 1 では, Fig.4(a) のように位置誤差が大きかった。位置誤差を小さくするため, 重み Q の位置誤差にかけの成分を大きくし, $Q = \text{diag}(I_2, 30I_2)$ とする。許容する最小な L_2 gain は $\gamma_{min} = 0.68$ であり, 実験 1 の場合の $\gamma_{min} = 0.41$ より大きくなった。 $\gamma = \gamma_{min}$ として $\lambda = 6.33$

Fig. 4 Experimental results for $Q = I_4$, $R = 0.02I_2$, $\gamma = \gamma_{min} = 0.41$ by proposed control

Fig. 5 Experimental results for comparing by estimating all unknown parameters as in Chen's method

が得られた。実験結果を Fig.6 に示す。

Fig.6(a) の追従誤差は Fig.4(a) より小さくなったことがわかる。重みを大きくし, 位置誤差を小さく抑えることができるのである。一方, 重みを本実験のように取る場合, Chen¹²⁾の制御法を用いた実験は入力振動が実験 1 の場合より大きく, 実行することができなかった。

以上の実験結果より, 本制御法の有効性を示した。

Fig. 6 Experimental results for $Q = \text{diag}(I_2; 30I_2)$, $R = 0.02I_2$, $\gamma = \gamma_{\min} = 0.68$ by proposed control

7. ま と め

本研究は、消散性概念を用いて、パラメータに不確かさがあるにも関わらず、重力項のみのオンライン推定機能を用いて、 L_2 外乱抑制性能をもつロバストな制御法を提案した。また提案した制御法の有効性を実験結果で示した。本論文で示した手法は推定するパラメータが少なく、コントローラが簡単で実用的である。またコントローラを設計する際にフィードバック制御量の大きさを評価信号に加えているので、ハイゲインフィードバックを抑えることができる。

参 考 文 献

- 1) J.-J.E.Slotine and W.Li : On the Adaptive Control of Robot Manipulators, The Int.J. Robotics Research, **6**-3, 49/59 (1987)
- 2) J.-J.E.Slotine and W.Li : Theoretical Issues In Adaptive Manipulator Control, Proc. Fifth Yale Workshop on the Applications of Adaptive Systems Theory, 252/258 (1987)
- 3) J.-J.E.Slotine and W.Li : Composite adaptive control of robot manipulators, Automatica, **25**, 509/517 (1989)
- 4) M.W.Spong : On the robust control of robot manipulators, IEEE Trans. AC, **37**, 1782/1786 (1992)
- 5) C.Abdallah and ect. : Survey of robust control of rigid robots. IEEE Control Syst. Mag. **11**, 24/30 (1991)
- 6) A.Isidori and A.Astolfi : Disturbance Attenuation and H_∞ Control via Measurement Feedback in Nonlinear systems, IEEE Trans. AC, **37**-9, 1283/1293 (1992)
- 7) A.Isidori : Dissipation Inequalities in Nonlinear H_∞ Control, Proc. of 31th. Conf. Decision and Control, 3265/3270 (1992)
- 8) A.Schaft : L_2 gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback H_∞ control, IEEE Trans. on AC, **37**, 770/783 (1992)

- 9) T.Shen and K.Tamura : Uncertain Nonlinear System via State Feedback, IEEE Trans. on AC. **40**-4, 766/768 (1995)
- 10) A.Schaft : L_2 - Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control, Springer (1996)
- 11) B.Chen, T.Lee and J.Feng : A nonlinear H_∞ control design in robotic systems under parameter perturbation and external disturbance, Int.J.Control, **59**-2, 439/461 (1994)
- 12) B.Chen, Y.Chang and T.Lee : Adaptive Control in Robotic Systems with H_∞ Tracking Performance, Automatica, **33**-2, 227/234 (1997)
- 13) 申, 田村: ロボットシステムのロバスト軌道追従制御-消散性理論からのアプローチ, 計測自動制御学会論文集, **35**-3, 326/332 (1999)
- 14) P.Tomei : Robust Adaptive Control of Robots with Arbitrary Transient Performance and Disturbance Attenuation, IEEE Trans. AC, **44**-3, 654/658 (1999)
- 15) J.Pomet and L. Praly : Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from the Lyapunov Equation, IEEE Trans. AC, **37**-6, 729/740 (1992)

《付 録》

A. Projection アルゴリズム

(17) 式のパラメータ調節則として Projection アルゴリズム^{14),15)}を用いても、定理1が成り立つことを次のように証明できる。

2章の仮定2にありますように、 ϕ_g の存在領域 Ω_g は有限なので、 $r_g = \max_{\phi_g \in \Omega_g} \|\phi_g - \phi_{g0}\|$ とし、ただし、 ϕ_{g0} は ϕ_g のノミナル値であり、適応則(17)式を Projection アルゴリズム(A.1)に置き換える。

$$\hat{\phi}_g = \Gamma \text{Proj} \left(-\Gamma f_3^T(x(t), t) S_x^T(x(t), t), \hat{\phi}_g \right) \quad (\text{A.1})$$

ただし、 $\text{Proj}(y, \hat{\phi}_g)$ は次式である¹⁴⁾。

$$\text{proj}(y, \hat{\phi}_g) = y, \quad \text{if } \varphi(\hat{\phi}_g) \leq 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\text{proj}(y, \hat{\phi}_g) = y, \quad \text{if } \varphi(\hat{\phi}_g) \geq 0 \text{ and } \frac{d\varphi(\hat{\phi}_g)}{d\hat{\phi}_g} y \leq 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\text{proj}(y, \hat{\phi}_g) = \left[I - \frac{\varphi(\hat{\phi}_g) \left(\frac{d\varphi(\hat{\phi}_g)}{d\hat{\phi}_g} \right)^T \frac{d\varphi(\hat{\phi}_g)}{d\hat{\phi}_g}}{\left\| \frac{d\varphi(\hat{\phi}_g)}{d\hat{\phi}_g} \right\|^2} \right] y,$$

$$\text{if } \varphi(\hat{\phi}_g) > 0 \text{ and } \frac{d\varphi(\hat{\phi}_g)}{d\hat{\phi}_g} y > 0 \quad (\text{A.4})$$

ここで、 $\varphi(\hat{\phi}_g) = \frac{\|\hat{\phi}_g - \phi_{g0}\|^2 - r_g^2}{\epsilon_0^2 + 2\epsilon_0 r_g}$, $\epsilon_0 > 0$ 。

Projection アルゴリズム(A.2)~(A.4)は次の性質をもつ^{14),15)}： $\hat{\phi}_g = \Gamma \text{Proj}(y, \hat{\phi}_g)$, $\|\hat{\phi}_g(0) - \phi_{g0}\| \leq r_g$ であれば、

- a) $\|\hat{\phi}_g - \phi_{g0}\| \leq r_g + \epsilon_0, \forall t \geq 0$;
- b) $\text{Proj}(y, \hat{\phi}_g)$ は Lipschitz で連続である;
- c) $\|\text{Proj}(y, \hat{\phi}_g)\| \leq \|y\|$;
- d) $\tilde{\phi}_g^T \text{Proj}(y, \hat{\phi}_g) \leq \tilde{\phi}_g^T y$ となる。

d)より、(17)式を(A.1), (A.2)~(A.4)式に置き換えると、(23)式は不等号で成立する。ゆえに(C1), (C2)により、(17)式を(A.1), (A.2)~(A.4)式に置き換えても定理1が成り立つ。さらに、a)より、推定パラメータの無限大へのドリフトを避けられる。

[著者紹介]

尹 英 杰 (学生会員)

2001 年名古屋大学大学院工学研究科電子機械工学専攻博士後期課程満了。同年名古屋大学大学院研究生在学。メカニカルシステムの制御に関する研究に従事。

尾 形 和 哉 (正会員)

1993 年名古屋大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程修了。同年名古屋大学大学院工学研究科電子機械工学助手。97 年同講師となり現在に至る。システム同定、適応制御、メカニカルシステムの制御の研究に従事。日本機械学会などの会員 (工学博士)。

早 川 義 一 (正会員)

1979 年名古屋大学大学院博士後期課程修了。同年名古屋大学工学部助手、講師、助教授を経て、96 年同教授。システム制御理論の研究に従事。IEEE、システム制御情報学会などの会員 (工学博士)。