2 個の音響センサを用いた管長および管内温度 同時オンライン計測について

田 中 正 吾*

A Simultaneous On-Line Measurement of Length and Temperature of Pipes Using Two Acoustic Sensors

Shogo TANAKA*

In the field of measurement, we often encounter the need to measure a pipe length indirectly. We have thus developed an on-line pipe length measurement with one acoustic sensor from the viewpoints of cost and its ease to be used in various applications. The system made use of the stationary wave generated spontaneously or by hitting the pipes. The system realized a fast and highly accurate measurement by modeling the stationary wave as the state variable of a linear dynamic system and applying Kalman filters and maximum likelihood method.

The paper extends the system to that which can measure the temperature in the pipe together with the pipe length in order to cope with the situation where the temperature changes so rapidly as not to allow any conventional thermometer to track the change. The new system makes use of two acoustic sensors to achieve the objective.

Key Words: pipe length, temperature, measurement, acoustic sensor, stationary wave, Kalman filters, maximum likelihood method

1. 緒 言

水道・ガス・電話ケーブル等の配管では、管の長さや詰まりの位置を間接計測することがメンテナンス上重要である。この観点から、佐藤氏ら¹⁾、真鍋氏ら²⁾はパルスエコー法を用いて管の詰まり位置や管接合部のずれ位置などを間接計測する方法を提案した。しかしながら、パルスエコー法は参照波と反射波形とのパターンマッチングにより反射波の受波時刻(つまり、伝播時間)を計測する方法であり、一般に参照波を正確にモデル化できないなどのことから、検出時刻の正確な検出は困難であるという欠点を有している。これに対し、小山らの提案した音響法³⁾は、入力信号として M 系列信号を用い、管内 2 箇所にセットした音響センサに観測される出力のフーリエ変換の比を逆変換することにより、詰まりの位置だけでなく管端までの距離を高精度に計る方法である。

しかしながら、前者の方法ではパルス入力、後者の方法では M 系列信号入力の違いはあれ、いずれも関数発生器、アンプ、スピーカなどの入力装置が必要となる(ちなみに、受波器としては、前者は 1 つ、後者は 2 つの音響センサが必要)。

したがって、コストは比較的高くなる。さらに重要なことは、これらの計測システム(特に前者の計測システム)は、騒音の大きい箇所では、SN 比の観点から使用困難である。また、建設土木工事等での使用に際しては、振動および対象の構造上の制約から、音響センサは取り付けられても入力装置は取り付け困難という場合がある⁴⁾。

このような場合は、必然的に入力装置の使用を前提とせず、音響センサの使用のみによる計測システムの開発が意味をもつことになり、この観点から著者らは、これまで研究対象を詰まりの位置ではなく管長計測に限定し、音響センサを 1 つ用いた管長計測システムを考えて来た。つまり、管内に音圧変動が生じると管長に応じた定在波が形成されることから、管内定在波の幾つかのモードの音圧変動およびそれらの時間微分(粒子速度)を線形ダイナミックシステムの状態変数とみなした低コストかつ高精度な管長オンライン計測手法を開発して来た^{4),5),6)}。

具体的には、管長および観測雑音分散を未知パラメータとしたダイナミックシステムにカルマンフィルタ・最尤法を適用することにより、高精度な管長オンライン計測を実現した。さらに、計測精度の更なる向上のため、ダイバージェンスの観点から最適モードの選択法も考えた。

しかしながら、管長計測に際しては、音速を知る必要があることから、温度センサにより管内媒質の温度を測ることを

* 山口大学工学部 宇部市常盤台 2-16-1

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube
(Received February 1, 2001)
(Revised May 1, 2001)

前提にしてきた。したがって、温度が時間的にほぼ一定であれば、どのタイプの温度センサでも提案システムにより高精度な管長計測が可能であるが、文献4)に示した応用のように、管内気圧の急速な加圧、減圧により管内温度が時間的に急激に上昇あるいは下降する場合には、通常の温度センサではその変化に追従できず、これまでの提案方式では正確な管長計測が困難である。

このようなことから本論文では、2個の音響センサを管内の異なった位置に設置し定在波の時間的な挙動だけでなく空間的な挙動をも活用することにより、管長および管内温度を同時にオンライン計測できるシステムを提案する。なお、適用例としては、建設土木工事における管内砂面位置計測やストックヤードにおける簡易鋼管長計測システムの開発を念頭においているため、文献1)~3)のような高価な入力装置は考えていない。つまり、前者ではパイプに振動を与えるパイプロモータによる管衝撃により管内に音圧変動が自然発生するし、また後者においては、木などで衝撃を与えることにより管内に定在波を発生させることができるからである。また、このような応用では、管内温度の管軸方向のちがいは無視できるほど小さいものと仮定できる。

2. 低次モードモデルによる管長および管内温度の同時オンライン計測

2.1 定在波線形ダイナミックモデルの導出

簡潔さのため、いま両端が閉じた長さ L (m) の直管を考える (Fig.1)。いま、管の一端を原点とした管軸方向の座標を l 、時刻を t とすれば、管内定在波の第 j モードの音圧変動 $z_j(l, t)$ は次式で表わされる⁷⁾。

$$z_j(l, t) = \cos(j\pi \frac{l}{L}) \{a_j \sin(\omega_j t) + b_j \cos(\omega_j t)\} \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

ただし、 ω_j は第 j モードの定在波の角周波数 $\omega_j = j \times 2\pi v / (2L)$ ($j = 1, 2, \dots$) を表わす。なお、 v は管内音速であり、 $T(^{\circ}\text{C})$ を管内温度として $v = 331.5 + 0.61T$ で表わされる。

したがって、高周波の定在波モード (高次モード) ほど音圧変動の減衰が一般に速いことを考慮し、とりあえず管軸方向の位置 l の点での管内音圧変動 $z(l, t)$ を、次のように基本モードから第3モードまでの3つのモード (低次モード) の定在波の一次結合で近似することとする。

$$\begin{aligned} z(l, t) &= \sum_{j=1}^3 z_j(l, t) \\ &= \sum_{j=1}^3 \cos(j\pi \frac{l}{L}) x_j(t) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $x_j(t)$ は管端 $l=0$ における第 j モードの定在波の音圧変動を表わす。つまり、

$$x_j(t) = a_j \sin(\omega_j t) + b_j \cos(\omega_j t)$$

$$(j = 1, 2, \dots) \quad (3)$$

この $x_j(t)$ は微分方程式

$$\frac{d^2 x_j(t)}{dt^2} = -\omega_j^2 x_j(t) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (4)$$

を満足するので、いま $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dot{x}_1(t), x_2(t), \dot{x}_2(t), x_3(t), \dot{x}_3(t))^T$ なる状態ベクトルを定義すれば、管端 $l=0$ における定在波成分 $x_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) に関する状態方程式は次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (5)$$

ここに、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 & O & O \\ O & A_2 & O \\ O & O & A_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_j^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (6)$$

ただし、 $\mathbf{w}(t) = (0, w_1(t), 0, w_2(t), 0, w_3(t))^T$ は遷移雑音であり、 $w_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) はそれぞれ平均値ゼロ、分散 σ^2 の互いに独立な白色ガウス雑音とする。この $w_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) を導入したのは、データウインドウ内の音圧変動のわずかな減衰を補償するためである。

この状態方程式 (5) を観測のサンプリングにあわせてサンプリング値化すれば、

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k$ はそれぞれサンプリング時刻 $k\Delta\tau$ における状態ベクトルおよび遷移雑音ベクトルを、また $\mathbf{F}$ は遷移行列

$$\mathbf{F} = \Phi(\Delta\tau), \quad \Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (8)$$

を表わす。ただし、 $\mathbf{I}$ は単位行列を、 $\mathcal{L}^{-1}[\cdot]$ はラプラス逆変換を表わす。

したがって、座標 $l = L_A$ および $l = L_B$ の箇所にそれぞれ音響センサ A および B を設置したとすると (Fig.1 参照)、音響センサ A による観測値はこの $\mathbf{x}_k$ を用いて

$$y_{Ak} = \mathbf{h}_A^T \mathbf{x}_k + v_{Ak} \quad (9)$$

、また音響センサ B による観測値は同様に

$$y_{Bk} = \mathbf{h}_B^T \mathbf{x}_k + v_{Bk} \quad (10)$$

で与えられる。ここに、 $\mathbf{h}_A, \mathbf{h}_B$ は (2) 式によりそれぞれ

$$\mathbf{h}_A = (\cos(\pi L_A/L), 0, \cos(2\pi L_A/L), 0, \cos(3\pi L_A/L), 0)^T \quad (11)$$

$$\mathbf{h}_B = (\cos(\pi L_B/L), 0, \cos(2\pi L_B/L), 0, \cos(3\pi L_B/L), 0)^T \quad (12)$$

で与えられる。なお、 v_{Ak}, v_{Bk} は観測雑音であり、センサに加わる本来のノイズと第4モード以上の定在波成分をまとめたものである。

文献 (6) に示したように、多数のモードの定在波を一次結合したものは、その自己相関関数および振幅の頻度分布がそれぞれデルタ関数およびガウス分布に酷似するため、 $v_{Ak},$

Fig. 1 Location of the two acoustic sensors

v_{Bk} はともに白色ガウス雑音と仮定できる。したがって、以下では v_{Ak} , v_{Bk} を平均値がともにゼロ、分散がそれぞれ V_A , V_B , さらにこれらの共分散が V_{AB} の白色ガウス雑音として議論を進める。

以上のようにして、低次モードに関わるダイナミック方程式 (7) に加え、2 個の音響センサによる観測方程式が次のように与えられることになった。

$$\mathbf{y}_k = H\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (13)$$

ただし、 $\mathbf{y}_k = (y_{Ak}, y_{Bk})^T$, $H = [h_A, h_B]^T$ である。

なお、ここでは先に仮定したように管の両端は閉じているとしたが、片側が開、あるいは両端が開の場合には、そのとき生ずる定在波モードの態様が異なるだけなので⁷⁾、この形態の違いを考慮に入れた状態方程式、観測方程式を作りさえすれば、これらの管に対する管長計測に際しても、これ以降の議論は有効である。

2.2 低次モードモデルによる管長および管内温度の同時オンライン計測

状態ベクトル $\mathbf{x}_k$ に関するダイナミック方程式および観測方程式が (7), (13) 式で与えられ、かつ観測雑音 $\mathbf{v}_k$ が白色ガウス性を有することにより、管端における低次モードの定在波音圧変動に関わる状態ベクトル $\mathbf{x}_k$ の推定は、次のカルマンフィルタによりなされる⁸⁾。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = F\hat{\mathbf{x}}_{k-1/k-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + K_k \gamma_k \quad (15)$$

$$\gamma_k = \mathbf{y}_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \quad (16)$$

$$P_{k/k-1} = FP_{k-1/k-1}F^T + W \quad (17)$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k H P_{k/k-1} \quad (18)$$

$$k = 0, 1, \dots$$

ここで、

$$K_k = P_{k/k-1} H^T \Lambda_k^{-1} \quad (19)$$

$$\Lambda_k = H P_{k/k-1} H^T + V \quad (20)$$

ただし、 V は観測雑音の共分散行列

$$V = \begin{bmatrix} V_A & V_{AB} \\ V_{AB} & V_B \end{bmatrix} \quad (21)$$

を、また W は遷移雑音ベクトル $\mathbf{w}_k$ の共分散行列

$$\begin{aligned} W &= E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] \\ &= \int_0^{\Delta\tau} \Phi(\Delta\tau - \tau') \Sigma \Phi^T(\Delta\tau - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (22)$$

を表わす。ここに、

$$\Sigma = E[\mathbf{w}(\tau') \mathbf{w}^T(\tau')] = \text{diag}\{0, \sigma^2, 0, \sigma^2, 0, \sigma^2\} \quad (23)$$

しかしながら、管長 L 、管内温度 T 、観測雑音共分散 V_A , V_B , V_{AB} はそれぞれ未知であるため、直接カルマンフィルタを適用することはできない。そこで、これら 5 つのパラメータをまとめたベクトル $\boldsymbol{\theta} = (L, T, V_A, V_B, V_{AB})^T$ を定義し、これに値を与えればカルマンフィルタが適用でき、ひいてはこのパラメータの下での音響センサ A, B の設置点での音圧変動の推定値 $\{\hat{y}_k\}$ が得られる。

結局、管長および管内温度計測は、実現した音圧変動に最近接できる音圧変動を生成できるパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を求めることによりなされることになるが、このときの最適化のための評価関数としては、つぎの尤度関数を採用する。

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^K p(\mathbf{y}_k / \boldsymbol{\theta}, Y^{k-1}) \quad (24)$$

もちろん、 $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K$ は実現した観測値を表わすが、これを変数としたときの $p(\mathbf{y}_k / \boldsymbol{\theta}, Y^{k-1})$ は観測情報 $Y^{k-1} \triangleq \{\mathbf{y}_i; 0 \leq i \leq k-1\}$ およびパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の下での観測ベクトル $\mathbf{y}_k$ の条件付き確率密度関数

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_k / \boldsymbol{\theta}, Y^{k-1}) &= \frac{1}{2\pi(\det[\Lambda_k(\boldsymbol{\theta})])^{1/2}} \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y}_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}(\boldsymbol{\theta}))^T \Lambda_k^{-1}(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{y}_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}(\boldsymbol{\theta})) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

を表わす。ただし、 K は計測に使用する観測値の数を、また $\Lambda_k(\boldsymbol{\theta})$, $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}(\boldsymbol{\theta})$ はそれぞれ観測情報 Y^{k-1} およびパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の下での観測予測誤差共分散行列 ((20) 式) および状態予測値 ((14) 式) を表わす。

以上のことから、(24) 式を $\boldsymbol{\theta}$ について最大化することにより、管内温度と合わせて管長が同時計測されることがわかる。なお最適化に際しては、オンライン計測の観点から計算時間を短縮することが重要であり、文献 (6) と同様、Powell 法の考え方に準拠した繰り返し型直線探索法を採用する。なお、このとき、 V_A , V_B , V_{AB} に関しては、このままの値でなく、 $\ln V_A$, $\ln V_B$, $\ln V_{AB}$ にして探索した方が効率的である⁵⁾。

3. 最適モードモデルによる管長および管内温度計測の高精度化

前章においては、計測に際し定在波の低次モードモデルを採用したが、管長および管内温度計測に際しては、分解能の高い最適モードを用いれば、さらに計測精度を向上させることができることが期待される。以下では、カルバックの識別情報量を導入することにより、音響センサを 2 個使用した場合の最適モードの決定法およびこれを用いたさらに高精度な計測システムの構成法を述べる。

3.1 最適モードの決定

いま、 ω_{Nj} ($j = 1, 2, \dots, q$) を採用するモードの角周波数とすると、

$$\omega_{Nj} = N_j \times 2\pi v / (2L) \quad (26)$$

いま、管内音圧変動のモデル化に際し、上記の q 個の定在波モードを使用するとすれば、音響センサAおよびBにより得られる観測データ y_{Ak} , y_{Bk} は (9), (10) 式に類似した次式で表わされる。

$$y_{Ak} = \sum_{j \in \Omega} \left\{ \alpha_{Nj} \cos\left(\frac{N_j \pi L_A}{L}\right) \times \sin(\omega_{Nj} k \Delta \tau + \phi_{Nj}) \right\} + v_{Ak} \quad (27)$$

$$y_{Bk} = \sum_{j \in \Omega} \left\{ \alpha_{Nj} \cos\left(\frac{N_j \pi L_B}{L}\right) \times \sin(\omega_{Nj} k \Delta \tau + \phi_{Nj}) \right\} + v_{Bk} \quad (28)$$

($k = 1, 2, \dots$)

ただし、 Ω は使用モードのモード番号の集合 $\Omega = \{N_j; 1 \leq j \leq q\}$ を、 α_{Nj} は管端 $l = 0$ における第 N_j モードの定在波の振幅を表わす。また、 v_{Ak} および v_{Bk} はそれぞれ音響センサAおよびBに対する観測雑音を表わす。なお、ここで考える観測雑音は上記の使用モードを除いた残りのすべてのモードの定在波成分の和を表わし、これについては先述したように、白色ガウス雑音とみなす。

いま、 y_{Ak} , y_{Bk} ($k = 1, 2, \dots, M$) (ここに M は観測数) をまとめた観測ベクトルを

$$\mathbf{y} = (y_{A1}, y_{B1}, y_{A2}, y_{B2}, \dots, y_{AM}, y_{BM})^T \quad (29)$$

と定義すれば、 $\mathbf{y}$ は次のように表わすことができる。

$$\mathbf{y} = Z\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{v} \quad (30)$$

ただし、 Z は次式で表わされる $2M \times q$ 行列である。

$$Z = [z_{mn}] \quad (1 \leq m \leq 2M, 1 \leq n \leq q) \quad (31)$$

$$z_{(2k-1)n} = \cos\left(\frac{N_n \pi L_A}{L}\right) \sin(\omega_{Nn} k \Delta \tau + \phi_{Nn}) \quad (32)$$

$$z_{(2k)n} = \cos\left(\frac{N_n \pi L_B}{L}\right) \sin(\omega_{Nn} k \Delta \tau + \phi_{Nn}) \quad (33)$$

($1 \leq k \leq M, 1 \leq n \leq q$)

また、 $\boldsymbol{\alpha}$, $\mathbf{v}$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_{N1}, \alpha_{N2}, \dots, \alpha_{Nq})^T \quad (34)$$

$$\mathbf{v} = (v_{A1}, v_{B1}, v_{A2}, v_{B2}, \dots, v_{AM}, v_{BM})^T \quad (35)$$

このとき、 $\mathbf{y}$ の従う確率密度関数は次式で与えられる。

$$p(\mathbf{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} \det[V]^{M/2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \{ (\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha})^T V^{-1} (\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha}) \} \right] \quad (36)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_k &= (y_{Ak}, y_{Bk})^T \\ Z_k &= \begin{bmatrix} z_{(2k-1)1} & z_{(2k-1)2} & \dots & z_{(2k-1)q} \\ z_{(2k)1} & z_{(2k)2} & \dots & z_{(2k)q} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

である。

なお、観測雑音共分散行列 V の各要素は、空間平均を時

間平均で置き換えることにより、以下のように近似できる。なお、(1) 式における $a_j \sin(\omega t) + b_j \cos(\omega t)$ なるものは、簡潔さのため、位相 ϕ_j を導入することにより1つの三角関数に置き換えている。

$$\begin{aligned} V_A &= (1/T) \left[\int_0^T \sum_{j \in \Omega} \alpha_j^2 \cos^2(j\pi L_A/L) \times \sin^2(\omega_j t + \phi_j) dt \right] + R \\ &= (1/2) \sum_{j \in \Omega} \{ \alpha_j^2 \cos^2(j\pi L_A/L) \}^2 + R \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} V_B &= (1/T) \left[\int_0^T \sum_{j \in \Omega} \alpha_j^2 \cos^2(j\pi L_B/L) \times \sin^2(\omega_j t + \phi_j) dt \right] + R \\ &= (1/2) \sum_{j \in \Omega} \{ \alpha_j^2 \cos^2(j\pi L_B/L) \}^2 + R \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} V_{AB} &= (1/T) \left[\int_0^T \sum_{j \in \Omega} \alpha_j^2 \cos(j\pi L_A/L) \cos(j\pi L_B/L) \times \sin^2(\omega_j t + \phi_j) dt \right] + R \\ &= (1/2) \sum_{j \in \Omega} \{ \alpha_j^2 \cos(j\pi L_A/L) \cos(j\pi L_B/L) \} \end{aligned} \quad (40)$$

ここに、 $T = M\Delta\tau$ である。

いま、新たに未知パラメータよりなるパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta} = (L, T)^T$ を定義すれば、 $\boldsymbol{\beta}$ の分解能は次のカルバック識別情報量により定量化できる⁹⁾。

$$I(\boldsymbol{\beta} + \Delta\boldsymbol{\beta} : \boldsymbol{\beta}) = (1/2)(\Delta\boldsymbol{\beta})^T K(\boldsymbol{\beta})(\Delta\boldsymbol{\beta}) \quad (41)$$

ここに、 $K(\boldsymbol{\beta})$ はフィッシャーの情報行列であり、

$$K(\boldsymbol{\beta}) = \int \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} \ell_n p(\mathbf{y}) \right] \left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} \ell_n p(\mathbf{y}) \right]^T p(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (42)$$

と定義される⁹⁾。(36) 式を代入することにより、

$$\begin{aligned} K(\boldsymbol{\beta}) &= \int \sum_{k=1}^M \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right\}^T V^{-1} (\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right] \\ &\quad \times \sum_{k=1}^M \left[(\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha})^T V^{-1} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right] p(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \\ &= \sum_{k=1}^M \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right\}^T V^{-1} \int (\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right. \\ &\quad \times (\mathbf{y}_k - Z_k \boldsymbol{\alpha})^T p(\mathbf{y}_k) d\mathbf{y}_k V^{-1} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \left. \right] \\ &= \sum_{k=1}^M \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right\}^T V^{-1} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} (Z_k \boldsymbol{\alpha}) \right] \\ &= \begin{bmatrix} K_{11}(\boldsymbol{\beta}) & K_{12}(\boldsymbol{\beta}) \\ K_{21}(\boldsymbol{\beta}) & K_{22}(\boldsymbol{\beta}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

もちろん、 $K_{12}(\boldsymbol{\theta}) = K_{21}(\boldsymbol{\theta})$ である。

$K_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ ($1 \leq i, j \leq 2$) については、サンプリング周期 $\Delta\tau$

が十分短いことを考慮し、 k についての総和を $[0, T]$ での時間積分に置き換え、かつ適切な近似を行なうことにより、以下のように求められる (詳細は略)。

$$K_{11}(\beta) \simeq \sum_{j=1}^q (\alpha_{Nj} \cos(j\pi L_A/L) N_j)^2 \times \left[\left\{ \frac{T}{2} \left(\frac{\pi L_A}{L^2} \right)^2 \tan^2 \left(\frac{N_j \pi L_A}{L} \right) + \frac{T^3}{2} \left(\frac{\pi v}{L^2} \right)^2 \right\} \frac{V_B}{V_A V_B - V_{AB}^2} + T^3 \frac{\pi v}{L^2} \left(\frac{0.61\pi}{L} \right) \frac{V_{AB}}{V_A V_B - V_{AB}^2} + \frac{T^3}{2} \left(\frac{0.61\pi}{L} \right)^2 \frac{V_A}{V_A V_B - V_{AB}^2} \right] \quad (44)$$

$$K_{12}(\beta) \simeq K_{21}(\beta) \sum_{j=1}^q \alpha_{Nj}^2 \cos(j\pi L_A/L) \cos(j\pi L_B/L) N_j^2 \times \left[\left\{ \frac{T}{2} \left(\frac{\pi L_A}{L^2} \right) \tan \left(\frac{N_j \pi L_A}{L} \right) \times \left(\frac{\pi L_B}{L^2} \right) \tan \left(\frac{N_j \pi L_B}{L} \right) + \frac{T^3}{2} \left(\frac{\pi v}{L^2} \right)^2 \right\} \frac{V_B}{V_A V_B - V_{AB}^2} + T^3 \left(\frac{\pi v}{L^2} \right) \left(\frac{0.61\pi}{L} \right) \frac{V_{AB}}{V_A V_B - V_{AB}^2} + \frac{T^3}{2} \left(\frac{0.61\pi}{L} \right)^2 \frac{V_A}{V_A V_B - V_{AB}^2} \right] \quad (45)$$

$$K_{22}(\beta) \simeq \sum_{j=1}^q (\alpha_{Nj} \cos(j\pi L_B/L) N_j)^2 \times \left[\left\{ \frac{T}{2} \left(\frac{\pi L_B}{L^2} \right)^2 \tan^2 \left(\frac{N_j \pi L_B}{L} \right) + \frac{T^3}{2} \left(\frac{\pi v}{L^2} \right)^2 \right\} \frac{V_B}{V_A V_B - V_{AB}^2} + T^3 \left(\frac{\pi v}{L^2} \right) \left(\frac{0.61\pi}{L} \right) \frac{V_{AB}}{V_A V_B - V_{AB}^2} + \frac{T^3}{2} \left(\frac{0.61\pi}{L} \right)^2 \frac{V_A}{V_A V_B - V_{AB}^2} \right] \quad (46)$$

ところで、 L および T の値のオーダーの違いを考慮し、(41) 式の β の各成分を L, T で規格化した $\tilde{\beta}$

$$\tilde{\beta} = \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/T \end{bmatrix} \beta \quad (47)$$

を考えれば、(42) 式のフィッシャーの情報行列は $\Delta \tilde{\beta}$ に対し

$$\tilde{K}(\beta) = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} K(\beta) \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (48)$$

となる。したがって、与えられた使用モード数の制約下で $\lambda_{\min} [\tilde{K}(\beta)]$ あるいは $\det [\tilde{K}(\beta)]$ を最大化するモードの集合を選べば、 L および T が高精度に計測できる最適モード

が求められる。ここでは、前者を固有値規範、後者を行列式規範と呼ぶことにする。

3.2 最適モードモデルによる管長および管内温度の同時オンライン計測

最適モードの選択に際しては、与えられた使用モード数の制約の下で上記の評価関数のいずれかをモードについて最大化する必要があるが、このためには管長 L 、管内温度 T (音速 v の計算に必要) および観測雑音共分散 V_A, V_B, V_{AB} および $\{\alpha_j\}$ についての概略値が必要である。このうち、 L, T, V_A, V_B, V_{AB} の概略値としては、第2章で述べた低次モードモデルによる計測の結果得られた $\hat{L}, \hat{T}, \hat{V}_A, \hat{V}_B, \hat{V}_{AB}$ が使用できる。また、これらを用いれば、管端 $l = 0$ での各定在波モードの振幅 α_j の概略値の計算も可能である。

つまり、積分区間の長さを定在波基本モードの周期長の整数倍としたとき、三角関数の直交性により、 α_j の振幅は近似的に次式で求められる。

$$\hat{\alpha}_j = (2/T) \left\{ \left(\int_0^T y_A(t) \sin(\omega_j t) dt \right)^2 + \left(\int_0^T y_A(t) \cos(\omega_j t) dt \right)^2 \right\}^{1/2} / \cos(j\pi L_A/L) \quad (49)$$

なお、 $y_A(t)$ は音響センサ A に現れる観測値 (出力) である。実際には ω_j が未知なので、上式の計算に当たっては、 ω_j を先に求めた $\hat{L}$ を用いて計算した $\hat{\omega}_j$ で置き換え、かつ積分演算をサンプリング時刻ごとの値を用いた近似計算を行なえばよい。もちろん、音響センサ B の観測値を用いても、上と同様にして $\hat{\alpha}_j$ が求まるが、音響センサ A および B に現れる定在波モードの振幅は、同一モードであってもそれぞれ異なる値をとるため、SN 比の観点からは $\hat{\alpha}_j$ の値の大きい方を採用すればよい。

このような概略値を用いれば、上記の最適モード決定規範のいずれかにより最適モードが容易に決定できる。そして、この最適モードを用いて、第2章のときの計測システムを (使用モードを変えて) 再度適用すれば、低次モードのときよりさらに高精度な管長および管内温度計測が可能となる。

なお、最適モードを用いて管長、管内温度を計測する場合は、すでに最適モードに対する観測雑音共分散の概略値 $\hat{V}_A, \hat{V}_B$ および $\hat{V}_{AB}$ が得られているので、(低次モードモデルを用いて求められた計測値) $\hat{L}$ および $\hat{T}$ の近傍で、 L, T のみの探索を局所的に行なうだけでよい。

4. 実験結果および検討

Fig.2 に示すように、5.93m の直管の一端から 0.20m および 0.50m の位置にそれぞれコンデンサ型マイクロフォンを設置し、直管のはば中央を木の棒で軽く一回叩くことにより音圧変動を生じさせた。このときマイクロフォンに得られた信

Fig. 2 Outline of the experiment

(a) Output of the sensor A

(b) Output of the sensor B

Fig. 3 Sensors' outputs

Table 1 Measurement results for the pipe length and temperature in the pipe

	pipe length		temperature	
	mean (m)	SD (mm)	mean ($^{\circ}\text{C}$)	SD ($^{\circ}\text{C}$)
true	5.93		21.0	
low order modes model	6.02	81.5	21.2	3.20
optimal modes model	5.93	14.8	20.3	1.20

SD : standard deviation

号をサンプリング周期 $\Delta\tau = 0.4\text{msec}$ でパソコンに収録した。このときの音圧変動データを Fig.3 に示す。なお、実験時の管内温度は管内に設置した温度センサによると 21.0°C であった。

まず、衝撃直後から 0.2sec 間の音圧データに対し、低次モードモデルによる計測を行なうと、管長および管内温度に対しそれぞれ $\hat{L} = 5.98\text{ m}$, $\hat{T} = 24.0^{\circ}\text{C}$ なる計測値が得られた。次に、これらの計測値を用い、上述した固有値規範により最適モードを求めると、 $\Omega^{\#} = \{5, 6, 13\}$ が得られた。なお、行列式規範を用いても、同一の結果 $\Omega^{\#} = \{5, 6, 13\}$ が得られた。この最適モードモデルを用いた計測では $L^* = 5.93\text{ m}$, $T^* = 20.5^{\circ}\text{C}$ となった。このように、いずれの最適モードの決定規範でも同一の結果が得られることと合わせて、提案方式により管内温度と合わせて管長が高精度に計測されることがわかる。

参考のため、音響センサ A および B に得られた音圧データについて、FFT (高速フーリエ変換) を適用したときの周波数スペクトルを Fig. 4(a), (b) に示す。図中には、理論的な定在波の周波数の箇所に縦線を示しているが、実験データにより得られたピーク周波数とよく一致していることがわかる。さらに、図中には最適モードとなる定在波の箇所に印を付け

(a) For the sensor A

(b) For the sensor B

Fig. 4 Frequency spectrums of the sensor outputs

ているが、これより、モード番号が大きく、かつ音響センサ A, B 共に振幅が大となる定在波モードが最適となることもわかる。

同様な実験を 10 回行ない、各実験に対し提案手法を適用したときの管長および管内温度計測値の平均値および標準偏差を、それぞれ低次モードモデル、最適モードモデルに対して求めた結果を **Table 1** に示す。表より、低次モードモデルでも比較的高精度な計測が可能であるが、最適モードモデルを用いればさらに高精度な計測が可能になることがわかる。なお、最適モードの選択規範としては、行列式規範、固有値規範の両方を用いてみたが、(先に挙げた実験のときと同様)いずれの実験においても、同一のモード集合 {5, 6, 13} が得られた。

なお、本計測システムによる計測のための計算時間は、ノート型パソコン Dell inspiron 7500 でわずか 0.9 秒である。もちろん、最適モードの決定およびこれに基づく最終計測結果を出すまでの時間である。

5. 結 言

管内温度が急激に変化するときの管長計測を念頭に、2 個の音響センサを用いた管長および管内温度同時オンライン計測システムを提案した。具体的には、2 個の音響センサにより得られる管内音圧変動を、定在波の線形ダイナミックシステムの出力でモデル化し、これにカルマンフィルタおよび最尤法を適用した計測システムを提案した。さらに、計測の高精度化を図るため、状態変数としての定在波の最適モードの決定法についても述べた。最後に、実験により、管長および管内温度が共に、瞬時にかつ高精度に計測されることがわかった。

参 考 文 献

- 1) 佐藤・田伊・伊藤：音響を利用したパイプ長さ計測，第 36 回自動制御連合講演会予稿集，11/12 (1993)
- 2) T.Manabe, S.Tomita and T.Yabuta : Acoustic Inspection System for Underground Telecommunication Conduit, Proc. of IMTC'94, 761/764 (1994)
- 3) 小山・渡辺：音響法によるパイプラインモニタリング，計測自動制御学会論文集，29-3, 295/301 (1993)
- 4) 田中・岡本：音響センサを用いたケーシングパイプ内の砂面位置計測，電気学会論文誌，118-D-12, 1394/1402 (1998)
- 5) 田中・岡本：管内音圧変動を利用した管長オンライン計測，計測自動制御学会論文集，34-2, 78/86 (1998)
- 6) 岡本・田中：定在波用いた管長の高精度計測における最適モード選択，計測自動制御学会論文集，35-1, 1/9 (1999)
- 7) 鹿兒島誠一：振動・波動入門，サイエンス社 (1992)
- 8) 有本卓：カルマン・フィルター，産業図書 (1977)
- 9) S.Kullback: Information Theory and Statistics, John Wiley and Sons (1959)

[著 者 紹 介]

田 中 正 吾 (正会員)

1976 年，九州大学大学院電気工学専攻博士課程修了。同年同大学助手を経て，80 年山口大学工学部電子工学科助教授。91 年同大学電気電子工学科教授，現在に至る。インテリジェント計測，異常診断などの理論および応用研究に従事 (工学博士)。システム制御情報学会の会員。