未知ダイナミクスを含む非ホロノミック力学系の軌道追従制御

鈴木 昭*・成 清 辰 生**

Hoang DUONG TUAN*・原 進*

Trajectory Tracking Control for Non-holonomic Dynamic Systems with Uncertainty

Akira SUZUKI*, Tatsuo NARIKIYO**,
Hoang DUONG TUAN* and Susumu HARA*

In this paper, trajectory tracking control problems for multi-input non-holonomic dynamic systems with uncertainty are addressed. A reduced order dynamic description of such systems and the converted error system are developed. Based on the theory of stability, adaptive control algorithm is derived, guaranteeing the convergence of tracking errors. The usefulness of the proposed approach is illustrated through simulation with a tractor-trailer system called fire truck with a driving input and two steering inputs.

Key Words: non-holonomic system, chained form, adaptive control

1. はじめに

非ホロノミックシステムとは、可積分でない微分関係式で表わされる拘束条件を有する力学システムのことである。車両システム、宇宙ロボットや水中ロボットなど、実用的なシステムが非ホロノミックシステムとして表わされることが知られている。このシステムは、可制御であっても滑らかで時不変の状態フィードバックにより安定化できない¹⁾、拘束条件により一般化座標より入力の数が少ない、任意の経路によって目標点へ到達できないなど、一般にその制御が難しいことが知られている²⁾。

このような非ホロノミックシステムの重要な制御問題のひとつとして、本稿では、1階の微分方程式で表わされる拘束条件を有するシステムの軌道追従問題を検討する。この問題には、速度を入力とした拘束条件から導かれる運動学モデルと、そのひとつの正準形である chained form に対して、virtual reference robot による Kanayama らの方法³⁾、運動学モデルの線形近似に基づく Walsh らの方法⁴⁾や back stepping を用いた Jiang らの方法⁵⁾など、多数の制御則が提案されている。また Jiang ら⁶⁾は、Back-stepping アプローチによる chained form で記述された系に対する未知パラメータの影響を除去する問題を検討している。これらの手法は運動学的な

問題のみを取り上げたものであり、システムの動特性が考慮されていないことや、制御則の適用にはシステムの物理パラメータが正確にわかっている必要があるなどの問題がある。

実際のシステムでは、制御入力はアクチュエータなどによるトルク入力であることが多い。Fierro ら⁷⁾は、Back-stepping アプローチによる動力学を考慮した3輪移動ロボットの軌道追従問題を検討している。さらに、システムの高性能化のためにはその動特性を考慮する必要があるが、システムの物理パラメータを正確に把握するのは難しく、動作中に変動することも考えられる。このような非ホロノミックシステムの未知ダイナミクスを考慮した研究は少ない。H.Wang ら⁸⁾や W.D.Dixon ら⁹⁾の研究では適用できるシステムが限られるなど、その研究は十分でない。一方、Fukao ら¹⁰⁾は、運動学部分と動力学部分に未知パラメータを考慮した移動ロボットの軌道追従適応制御系を考察している。ここでは、広いクラスの非ホロノミック系が考察されているが、具体的な適用例は3変数の2輪移動ロボットのみであり、その適用範囲は明確ではない。

本稿では、未知ダイナミクスを含む非ホロノミックシステムの軌道追従問題に対し、適応機構を用いた追従偏差のフィードバック則を構成する。対象は、その運動学が n 状態、 m 入力、 $m-1$ chain、1-generator の chained form に変換できるクラスとし、ある種の物理パラメータが正確にわからないものとする。低次元化した動力学モデルと chained form によりシステムを表現し、線形変換を施した追従偏差を導入する。フィードバック則と適応則は Lyapunov 関数の微分が準負定となるように選び、追従偏差の収束性は Barbalat's Lemma¹¹⁾の拡張である2つの補題^{12), 13)}を用いて厳密に証

* 豊田工業大学 名古屋市天白区久方 2-12-1

** 理化学研究所 BMC 研究センター
名古屋市守山区下志段味 3-8-31

* Toyota Technological Institute, Tempaku-ku, Nagoya

** RIKEN BMC Center, Moriyama-ku, Nagoya
(Received December 6, 2000)
(Revised May 29, 2001)

明する．最後に，fire truck と呼ばれる牽引車両システムに対して提案する制御則を適用したシミュレーションを行ない，その有効性を確認する．

2. 動力学モデルと問題の定式化

一階の微分方程式で表わされる非ホロミックな拘束

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (1)$$

を持つシステムの運動方程式は次式で表わされる．

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau + J(q)^T \lambda \quad (2)$$

ただし $n > m$ ， $q \in R^n$ を一般化座標， $M(q) \in R^{n \times n}$ を慣性行列， $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ を遠心力・コリオリ力によるベクトル， $G(q) \in R^n$ を重力によるベクトル， $B(q) \in R^{n \times m}$ を入力変換行列， $\tau \in R^m$ を制御入力， $\lambda \in R^{n-m}$ をラグランジュ乗数ベクトルとし， $J(q) \in R^{(n-m) \times n}$ はフルランクとする．(2) 式は以下の特性を有すると仮定する．

- $\dot{M} - 2C$ は skew-symmetric である．
- システムの物理パラメータが線形に表われる．すなわち，物理パラメータにより構成されるベクトル $\alpha \in R^l$ と， $q, \dot{q}, \ddot{q}$ により構成される行列 $Y \in R^{n \times l}$ により，

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\alpha$$

と表わされる．

システムに追従させる軌道 $q_r \in R^n$ は常に (1) 式を満たすものとする．(1)，(2) 式で表わされるシステムに対する軌道追従問題は，

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (q_r - q) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q}_r - \dot{q}) = 0$$

となる制御則 τ を見つけることである．

(1)，(2) 式は全体で $2n - m$ 本の方程式となり，Langange の未定乗数の λ を決定する必要がある．

ここで $J(q)$ の零化空間となるベクトル空間を $f(q) = [f_1(q) \cdots f_m(q)] \in R^{n \times m}$ とする．(1) 式より，

$$\dot{q} = f(q)v = f_1(q)v_1 + \cdots + f_m(q)v_m \quad (3)$$

となるベクトル $v = [v_1 \cdots v_m]^T$ が存在する．(3) 式は常に拘束条件を満足する運動を表現する運動学モデルである．(3) 式およびその微分

$$\ddot{q} = \dot{f}(q)v + f(q)\dot{v} \quad (4)$$

を (2) 式へ代入し，両辺へ左から $f(q)^T$ を掛ける．この操作により Lagrange の未定乗数を消去した，

$$M_1(q)\dot{v} + C_1(q, v)v + G_1(q) = B_1(q)\tau \quad (5)$$

を得る．ただし， $M_1(q) = f^T(q)M(q)f(q) \in R^{m \times m}$ ， $C_1(q, v) = f^T(q)M(q)\dot{f}(q) + f^T(q)C(q, v)f(q) \in R^{m \times m}$ ， $G_1(q) = f^T(q)G(q) \in R^m$ ， $B_1(q) = f^T(q)B(q) \in R^{m \times m}$ とする．(5) 式は (2) 式から拘束力を消去した表現であり，Lagrange の未定乗数の考慮が不要となる．ここで，

$R(B) \cap R(J^T) = \emptyset$ ， $\forall q$ とする．これは本論文で考察の対象とする物理系では一般に成り立つ．また，入力の数 m は通常 $J(q)$ の零化空間の次元より大きいと考えられるが，本論文では簡単のため，入力の数 = 零化空間の次元としている．したがって $B_1(q) \in R^{m \times m}$ は正則行列である．

(3) 式は微分同相写像

$$\begin{aligned} x^i &= \phi^i(q) \\ u &= \varphi(q)v \end{aligned} \quad (6)$$

により， n 状態， m 入力， $m-1$ chain，1-generator の chained form

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{x}_{i,2} &= x_{i,3}u_1 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{i,n_i-1} &= x_{i,n_i}u_1 \\ \dot{x}_{i,n_i} &= u_i \end{aligned} \quad (i = 2, \dots, m) \quad (7)$$

へ変換でき，(5) 式は (6) 式で表わされる変換により

$$M_2(x)\dot{u} + C_2(x, u)u + G_2(x) = B_2(x)\tau \quad (8)$$

と表わされるものとする．ただし $n_2 + \cdots + n_m = n + m - 2$ とし， i -chain を構成する変数を $x^i = [x_1 \ x_{i,2} \ \cdots \ x_{i,n_i}]^T \in R^{n_i}$ ， $u = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_m]^T \in R^m$ とする．また $M_2(x) = M_1(\phi^{-1}(x))$ ， $C_2(x, u) = C_1(\phi^{-1}(x), \varphi^{-1}(\phi^{-1}(x))u)$ ， $G_2(x) = G_1(\phi^{-1}(x))$ ， $B_2(x) = B_1(\phi^{-1}(x))$ とする．

(注意) (6) 式で表わされる変換が存在するための必要十分条件は，文献 14)，15) に表わされている．

(7)，(8) 式は全体で $n + m$ 本の方程式で表わされる．(8) 式は以下の特性を有する．

- $M_2 - 2C_2$ は skew-symmetric である．
- システムの物理パラメータが線形に表われる．すなわち，物理パラメータにより構成されるベクトル $\alpha \in R^l$ と， $x, u, \dot{u}$ により構成される行列 $Y \in R^{m \times l}$ により，

$$M_2(x)\dot{u} + C_2(x, u)u + G_2(x) = Y_2(x, u, \dot{u})\alpha$$

と表わされる．

(7) 式と (8) 式は，(3) 式と (5) 式の変数変換である．(1) 式と (2) 式に対する軌道追従問題は，(7) 式と (8) 式に対する問題へ置き換えることができる．

システムに追従させる軌道 q_r は常に (1) 式を満足し，

$$\dot{q}_r = f(q_r)v_r \quad (9)$$

となるベクトル $v_r = [v_{1r} \cdots v_{mr}]^T \in R^m$ が存在する．(9) 式は，微分同相写像

$$\begin{aligned} z^i &= \phi^i(q_r) \\ w &= \varphi(q_r)v_r \end{aligned}$$

により，

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= w_1 \\
\dot{z}_{i,2} &= z_{i,3}w_1 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{i,n_i-1} &= z_{i,n_i}w_1 \\
\dot{z}_{i,n_i} &= w_i
\end{aligned} \quad (i=2, \dots, m) \quad (10)$$

と変換できる. ここで i -chain を構成する変数を $z^i = [z_1 \ z_{i,2} \ \dots \ z_{i,n_i}]^T \in R^{n_i}$, $w = [w_1 \ \dots \ w_m]^T \in R^m$ とし, 以下の仮定をおく.

[仮定 1] z^i は有界とする. ($i=2, \dots, m$)

[仮定 2] $w, \dot{w}$ は有界とする.

[仮定 3] $t \rightarrow \infty$ において $w_1 \neq 0$ とする.

とする. 仮定 1, 2 は実際のシステムにおいて厳しい条件ではない. 仮定 2 は, 軌道の一樣連続性を意味し, 仮定 3 は Brockett の定理による制限を回避するためのものである.

本稿では, 仮定 1-3 のもとで, (7), (8) 式で表わされる非ホロノミックシステムに対し,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z^i - x^i) = 0 \quad (i=2, \dots, m)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w - u) = 0$$

なるフィードバック制御則 τ を求める問題を検討する.

3. 制 御 則

2章で定式化した問題に対し, 適応機構を用いた追従偏差のフィードバック制御則を構成する. はじめに, skew-symmetric form¹³⁾ の変換を用いた追従偏差を定義する. この追従偏差を用いたフィードバック則および適応則は, Lyapunov 関数の時間微分が準負定となるように定める. 2つの補題^{12), 13)} を用いて, 追従偏差が 0 へ収束することを示す.

追従偏差 $e^i = [e_1 \ e_{i,2} \ \dots \ e_{i,n_i}]^T$ ($i=2, \dots, m$) を以下のよう定義する.

$$e^i = \Psi^i(z^i - x^i) \quad (11)$$

ただし $\Psi^i = \{\psi_{j,k}^i\} \in R^{n_i \times n_i}$ は,

$$\begin{aligned}
\psi_{j,j}^i &= 1 \quad (j=1, \dots, n_i) \\
\psi_{j,k}^i &= 0 \quad (j < k; j, k=1, \dots, n_i) \\
\psi_{j,1}^i &= 0 \quad (j=2, \dots, n_i) \\
\psi_{j,k}^i &= 0 \quad (j, k \text{ が同時に偶数または奇数と} \\
&\quad \text{ならないとき}) \\
\psi_{j,k}^i &= \psi_{j-2,k}^i + \psi_{j-1,k-1}^i \\
&\quad (j=4, \dots, n_i; k=2, \dots, n_i)
\end{aligned}$$

により構成されるものとする.

(注意) Ψ^i は正則行列となる.

追従偏差の時間微分は,

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= w_1 - u_1 \\
\dot{e}_{i,2} &= e_{i,3}w_1 + x_{i,3}(w_1 - u_1) \\
\dot{e}_{i,j} &= (-e_{i,j-1} + e_{i,j+1})w_1 \\
&\quad + \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{j,k}^i x_{i,k+1}(w_1 - u_1) \\
\dot{e}_{i,n_i} &= \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i (z_{i,k+1} - x_{i,k+1})w_1 \\
&\quad + \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1}(w_1 - u_1) \\
&\quad + w_i - u_i
\end{aligned} \quad (12)$$

$$(i=2, \dots, m; j=3, \dots, n_i-1)$$

と表わされる.

次の 2 つの補題は定理の証明に用いられる.

[補題 1] (Lyapunov-like Lemma¹²⁾) 微分可能なスカラー関数 $V(t)$ が

- (1) V : 下界
- (2) $\dot{V}$: 準負定
- (3) $\ddot{V}$: 有界

であれば,

$$\dot{V} \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty$$

となる.

[補題 2] (extended Barbalat's lemma¹³⁾) 微分可能な関数 $h(t)$ が $t \rightarrow \infty$ において有限な値を持ち, $\dot{h}$ が $t \rightarrow \infty$ において一樣に連続な項と 0 に収束する項とで構成されるとき, $t \rightarrow \infty$ において $\dot{h} \rightarrow 0$ となる.

《定理 1》 仮定 1-3 のもとで, (7), (8) 式で表わされるシステムに対する軌道追従問題を考える. フィードバック則

$$\tau = B_2^{-1} [K\tilde{s} + Y_3(x, u, s, \dot{s})\hat{\alpha} + \Lambda] \quad (13)$$

および適応則

$$\dot{\hat{\alpha}} = \Gamma Y_3^T \tilde{s} \quad (14)$$

により, (x, u) は (z, w) へ収束する. ただしコントローラゲイン $K \in R^{m \times m}$ および適応ゲイン $\Gamma \in R^{l \times l}$ を正定行列による設計パラメータとする. $s = [s_1 \ \dots \ s_m]^T \in R^m$, $\tilde{s} = [\tilde{s}_1 \ \dots \ \tilde{s}_m]^T \in R^m$ は

$$\begin{aligned}
s &= w + \Pi \\
\tilde{s} &= w - u + \Pi
\end{aligned} \quad (15)$$

とする. (13) 式の右辺第二項は, $\hat{M}_2, \hat{C}_2, \hat{G}_2$ を物理パラメータの推定値により構成される各行列とした時,

$$\hat{M}_2(x)\dot{s} + \hat{C}_2(x, u)s + \hat{G}_2(x) = Y_3(x, u, s, \dot{s})\hat{\alpha}$$

と表わされる行列 $Y_3(x, u, s, \dot{s}) \in R^{m \times l}$ および物理パラメータの推定値により構成されるベクトル $\hat{\alpha} \in R^l$ とする. また $\Lambda \in R^m$, $\Pi \in R^m$ は

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \eta_1 + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1} \\ e_{2,n_2} \\ \vdots \\ e_{m,n_m} \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ e_{2,n_2} + \eta_2 w_1 - \eta_1 \sum_{k=2}^{n_2-1} \psi_{n_2,k}^2 x_{2,k+1} \\ \vdots \\ e_{m,n_m} + \eta_m w_1 - \eta_1 \sum_{k=2}^{n_m-1} \psi_{n_m,k}^m x_{m,k+1} \end{bmatrix}$$

とし, $\eta_1, \eta_i (i=2, \dots, m)$ を

$$\eta_1 = e_1 + \sum_{i=2}^m \sum_{j=2}^{n_i-1} e_{i,j} \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{j,k}^i x_{i,k+1}$$

$$\eta_i = e_{i,n_i-1} + \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i (z_{i,k+1} - x_{i,k+1})$$

とする.

(証明) (8) 式へ (13) 式を適用した閉ループ系は, $\tilde{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}$ とすると,

$$M_2 \dot{\tilde{s}} = -C_2 \tilde{s} - K \tilde{s} + Y_3 \tilde{\alpha} - \Lambda \quad (16)$$

と表わされる.

スカラー関数 V を

$$V = \frac{1}{2} \left[e_1^2 + \sum_{i=2}^m (e_{i,2}^2 + \dots + e_{i,n_i}^2) \right]$$

$$+ \frac{1}{2} (\tilde{s}^T M_2 \tilde{s} + \tilde{\alpha}^T \Gamma^{-1} \tilde{\alpha}) \geq 0$$

とする. その微分は (12) 式と (16) 式より,

$$\dot{V} = \left(\eta_1 + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1} \right) (w_1 - u_1)$$

$$+ \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} (w_i - u_i) + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \eta_i w_1 - \tilde{s}^T \Lambda$$

$$+ \frac{1}{2} \tilde{s}^T (\dot{M}_2 - 2C_2) \tilde{s} + \tilde{s}^T Y_3 \tilde{\alpha} + \tilde{\alpha}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\alpha}}$$

$$- \tilde{s}^T K \tilde{s}$$

と表わされる. ここで $\tilde{s}^T (\dot{M}_2 - 2C_2) \tilde{s} = 0$ であり, (14) 式より $\dot{\tilde{\alpha}}$ は

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -\Gamma Y_3^T \tilde{s}$$

である. また (15) 式より $w - u = \tilde{s} - \Pi$ を代入すると,

$$\dot{V} = \left(\eta_1 + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1} \right) (\tilde{s}_1 - \eta_1)$$

$$+ \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \left(\tilde{s}_i - e_{i,n_i} - \eta_i w_1 \right)$$

$$+ \eta_1 \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1} \Big) + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \eta_i w_1$$

$$- \tilde{s}_1 \left(\eta_1 + \sum_{i=2}^m e_{i,n_i} \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1} \right)$$

$$- \sum_{i=2}^m \tilde{s}_i e_{i,n_i} - \tilde{s}^T K \tilde{s}$$

$$= -\eta_1^2 - \sum_{i=2}^m e_{i,n_i}^2 - \tilde{s}^T K \tilde{s} \leq 0$$

となる. $V \geq 0, \dot{V} \leq 0$ より

$$\tilde{s}, e^i, \tilde{\alpha}: \text{有界} \quad (i=2, \dots, m)$$

となる. また仮定 1 より z^i が有界であるから x^i も有界である. η_i は有界な項で構成されることから有界である. 仮定 2 より w は有界であるから u も有界である. このことから $\hat{x}^i$ は有界であり,

$$\dot{\eta}_1, \dot{e}^i: \text{有界} \quad (i=2, \dots, m)$$

である. また $s, \dot{s}$ も有界であるから, 閉ループ系 (16) 式の右辺は有界な項により構成され,

$$\dot{\tilde{s}}: \text{有界}$$

である. これらのことから,

$$V \geq 0, \dot{V} \leq 0, \ddot{V}: \text{有界}$$

であるから補題 1 より $\dot{V} \rightarrow 0$, すなわち

$$\eta_1, e_{i,n_i}, \tilde{s} \rightarrow 0 \quad (i=2, \dots, m)$$

となる.

続いて $e_{i,j} (i=2, \dots, m; j=2, \dots, n_i-1)$ の収束性について検討する. $\dot{e}_{i,n_i}$ は (15) 式により

$$\dot{e}_{i,n_i} = -e_{i,n_i-1} w_1 + \tilde{s}_1 \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{n_i,k}^i x_{i,k+1}$$

$$+ (\tilde{s}_i - e_{i,n_i})$$

となり, 第一項以外の項は 0 へ収束することが示されている.

また e_{i,n_i-1} は,

$$\dot{e}_{i,n_i-1} = -e_{i,n_i-2} w_1 + e_{i,n_i} w_1$$

$$+ \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{j,k}^i x_{i,k+1} (\tilde{s}_1 - \eta_1)$$

となり有界であるから, e_{i,n_i} は一様に連続である. よって一様に連続な項と 0 へ収束する項とで構成されていることから, 補題 2 より $\dot{e}_{i,n_i} \rightarrow 0$ であり, 仮定 3 から $w_1 \neq 0$ であるから,

$$e_{i,n_i-1} \rightarrow 0$$

となる. 同様に,

$$\dot{e}_{i,j} = -e_{i,j-1} w_1 + e_{i,j+1} w_1$$

$$+ \sum_{k=2}^{n_i-1} \psi_{j,k}^i x_{i,k+1} (\tilde{s}_1 - \eta_1)$$

$$\dot{e}_{i,2} = e_{i,3} w_1 + x_{i,3} (\tilde{s}_1 - \eta_1)$$

Fig. 1 Fire truck

より,

$$e_{i,j} \rightarrow 0 \quad (i = 2, \dots, m; j = 2, \dots, n_i - 1)$$

である. また \$e_1\$ は, \$\eta_1 \rightarrow 0\$ および \$e_{i,j} \rightarrow 0\$ であるから,

$$e_1 \rightarrow 0$$

である. 以上のことから,

$$e^i \rightarrow 0 \quad (i = 2, \dots, m)$$

となり, (11) 式の変換行列 \$\Psi^i\$ は正則であるから,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z^i - x^i) \rightarrow 0 \quad (i = 2, \dots, m)$$

となる. また \$\eta_i \rightarrow 0\$ (\$i = 2, \dots, m\$) であるから,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (w - u) \rightarrow 0$$

となる. 以上のことから, \$(x, u)\$ は \$(z, w)\$ に収束し軌道追従が達成される. \$\square\$

提案する制御系はリアプノフ安定論に基づいて設計されているため, 収束速度について定量的に評価することはできない. したがって制御則を実装する場合には, コントローラゲイン \$K\$ や適応ゲイン \$\Gamma\$ の大きさと収束速度の関係をシミュレーションにより事前に検討する必要がある.

4. シミュレーション

Fig. 1 に示す fire truck の軌道追従問題に対して, 提案する制御則を適用したシミュレーションを行ない, その有効性を確認する. fire truck とは, トラクタとトレーラで構成され, トラクタの前輪だけでなくトレーラの車輪も操舵できる牽引車両システムである.

fire truck のタイヤは常に平面に対し垂直であるとし, 接地点にすべりはしないものとする. 各変数を

- \$x, y\$: 連結点の座標
- \$\theta_1\$: トラクタの姿勢角
- \$\phi_1\$: トラクタの前輪の操舵角
- \$\theta_2\$: トレーラの姿勢角
- \$\phi_2\$: トレーラの車輪の操舵角
- \$l_1\$: トラクタのホイールベース
- \$l_2\$: 連結点からトレーラの車軸中心までの長さ

とし, 一般化座標を \$q = [x \ y \ \theta_1 \ \phi_1 \ \theta_2 \ \phi_2]^T\$ とする. \$v_1 = \dot{x}\$, \$v_2 = \dot{\phi}_1\$, \$v_3 = \dot{\phi}_2\$ とすると, 運動学モデルは

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \tan \theta_1 v_1 \\ \frac{\tan \phi_1}{\cos \theta_1} v_1 \\ v_2 \\ -\frac{\sin(\phi_2 - \theta_1 + \theta_2)}{\cos \theta_1 \cos \phi_2} v_1 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

と表わされる. (17) 式は以下の状態変換

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_{2,2} &= y & x_{3,2} &= \theta_2 \\ x_{2,3} &= \tan \theta_1 & x_{3,3} &= -\frac{\sin(\phi_2 - \theta_1 + \theta_2)}{\cos \theta_1 \cos \phi_2} \\ x_{2,4} &= \frac{\tan \phi_1}{\cos^3 \theta_1} \end{aligned}$$

および入力変換

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1 \\ u_2 &= \frac{3 \sin^2 \phi_1 \tan \theta_1}{\cos^3 \theta_1 \cos^2 \phi_1} v_1 + \frac{1}{\cos^3 \theta_1 \cos^2 \phi_1} v_2 \\ u_3 &= \frac{\sin(2(\phi_2 - \theta_2 + \theta_1))}{2 \cos^2 \theta_1 \cos^2 \phi_2} v_1 \\ &\quad + \frac{\cos(\theta_2 + \phi_2) \cos \phi_2 \tan \phi_1}{\cos^3 \theta_1 \cos^2 \phi_2} v_1 \\ &\quad + \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_1 \cos^2 \phi_2} v_3 \end{aligned}$$

により, 6 状態, 3 入力, 2-chain, 1-generator の chained form

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 \\ \dot{x}_{2,2} &= x_{2,3} u_1 & \dot{x}_{3,2} &= x_{3,3} u_1 \\ \dot{x}_{2,3} &= x_{2,4} u_1 & \dot{x}_{3,3} &= u_3 \\ \dot{x}_{2,4} &= u_2 \end{aligned} \quad (18)$$

へ変換できる.

fire truck への入力として \$\tau_1\$ を推進力, \$\tau_2\$ をトラクタの操舵力, \$\tau_3\$ をトレーラの操舵力とし, \$\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T\$ とする. 慣性パラメータを,

- \$m_1\$: トラクタの質量
- \$m_2\$: トレーラの質量
- \$I_{1f}\$: トラクタ前軸中心の慣性モーメント
- \$I_{1r}\$: トラクタ後軸中心の慣性モーメント
- \$I_{2f}\$: トレーラ連結軸の慣性モーメント
- \$I_{2r}\$: トレーラ車軸中心の慣性モーメント

とする. 運動方程式は, ラグラジアン

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_{1f} (\dot{\theta}_1 + \dot{\phi}_1)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} I_{1r} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} I_{2f} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} I_{2r} (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_2)^2 \end{aligned}$$

より導出される. 慣性行列 \$M \in R^{6 \times 6}\$ は,

Fig. 2 Geometric trajectory of x - y (solid) and x_r - y_r (dash) Fig. 3 Response of $z-x$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{1f} + I_{1r} & I_{1f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{1f} & I_{1f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{2f} + I_{2r} & I_{2r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{2r} & I_{2r} \end{bmatrix}$$

となり, $C = G = 0$ となる. ただし, $m = m_1 + m_2$ とする.
入力変換行列は,

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & 0 \\ l_1 \cos \phi_1 \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_2 \cos \phi \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる. ただし, $\phi = \phi_2 - \theta_1 + \theta_2$ とする.

各 chain に対する変換行列 Ψ^i ($i = 2, 3$) は,

$$\Psi^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Psi^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる.

フィードバック則 (13) 式の Λ , Π は,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \eta_1 + e_{2,4}x_{2,3} & e_{2,4} & e_{3,3} \end{bmatrix}^T$$

Fig. 4 Response of $w-u$ Fig. 5 Response of α

$$\Pi = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ e_{2,4} + \eta_2 w_1 - x_3 \eta_1 \\ e_{3,3} + \eta_3 w_1 \end{bmatrix}$$

とし, η_1 , η_2 , η_3 は

$$\begin{aligned} \eta_1 &= e_1 + e_{2,2}x_{2,3} + e_{2,3}x_{2,4} + e_{3,2}x_{3,3} \\ \eta_2 &= 2e_{2,3} \\ \eta_3 &= e_{3,2} \end{aligned}$$

となる.

システムに追従させる軌道を直線とし,

$$x_r = y_r = \frac{t}{\sqrt{2}}, \quad \theta_{1r} = \theta_{2r} = \frac{\pi}{4}, \quad \phi_{1r} = \phi_{2r} = 0$$

$$v_{1r} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad v_{2r} = v_{3r} = 0$$

とする. 慣性パラメータが未知であるとし, 初期値を $q(0) = [0 \ 2 \ -\pi/6 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $v(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ とする. $l_1 = l_2 = 1$, $m_1 = 1$, $m_2 = 2.5$, $I_{1f} = I_{1r} = 1$, $I_{2f} = I_{2r} = 1.5$ とし, 設計パラメータを $K = 15I_{3 \times 3}$, $\Gamma = 0.25I_{6 \times 6}$ とした場合のシミュレーション結果を Figs. 2~5 に示す. これらの結果より, 偏差 $z-x$, $w-u$ および推定パラメータ α の全要素がほぼ一様に原点および定常値に収束していく様子がわかる.

(注意) 提案する制御則は chained form で表現された系 (7), (8) に対して目標軌道追従を達成し, 制御則は特異点 (不

連続点)を持たない。しかし, chained form 変換の際の特異点には注意する必要がある。上記のシミュレーションにおいては, (17) 式および (18) 式は,

$$|\theta_1| = \frac{\pi}{2}, |\phi_1| = \frac{\pi}{2}, |\theta_2| = \frac{\pi}{2}, |\phi_2| = \frac{\pi}{2}$$

において定義されないことから, 追従できる軌道が制限されることを考慮する必要がある。

5. おわりに

本稿では, 未知ダイナミクスを含む非ホロノミック力学システムの軌道追従問題に対し, 適応機構を用いたフィードバック則を構成した。提案する制御則は,

- 運動学が n 状態, m 入力, $m-1$ chain, 1-generator の chained form で表わされるクラスのシステムに適用できる
- 動力学を考慮できる
- 一般化座標すべてを目標軌道に追従させることができるなどの特徴がある。また, 仮定として $w_1 \neq 0$ としていることにより, Brockett の定理を回避している。提案した制御則を fire truck の軌道追従問題に適用し, その有効性を確認した。

本研究は, 文部省科学研究費 (B)(12450098) および東海産業技術振興財団の助成によって行なわれた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) R. W. Brockett : Asymptotic stability and feedback stabilization, Vol.27 of Progress in Mathematics, 181/191 (1983)
- 2) 中村 : 非ホロノミックロボットシステム 講座全5回, 日本ロボット学会誌, 11-4~7 (1993), 12-4 (1994)
- 3) Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi : A stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot, IEEE Proc. Robot Automat, 384/389 (1990)
- 4) G. Walsh, D. Tibury, S. Sastry, R. Murray and J. P. Laumond : Stabilization of trajectories for systems with nonholonomic constraints, IEEE Trans. Automat. Control, 39, 216/222 (1994)
- 5) Z. P. Jiang and N. Nijmeijer : Tracking Control of Mobile Robots : A Case Study in Backstepping, Automatica, 33-7, 1393/1399(1997)
- 6) Z. P. Jiang and J. B. Pomet : Backstepping-based adaptive controllers for uncertain nonholonomic systems, IEEE Proc. Decision Contr., 1573/1578 (1995)
- 7) R. Fierro and F. L. Lewis : Control of a nonholonomic mobile robot : Backstepping kinematics into dynamics, IEEE Proc. Decision Contr., 3805/3810 (1995)
- 8) H. Wang, T. Fukao and N. Adachi : Adaptive Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robot : A Backstepping Approach, Japan-U.S.A Symposium on Flexible Automation, Otu, Japan, 1093/1096 (1998)
- 9) W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu and F. Zhang : Robust tracking and regulation control for mobile robots, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 10, 199/216 (2000)
- 10) T. Fukao, H. Nakagawa and N. Adachi : Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot, IEEE Trans. Robotics and Automation, 16, 609/615 (2000)
- 11) V. M. Popov : Hyperstability of Control Systems, Springer-Verlag.(1973)
- 12) J.-J. E. Slotine and W. Li : Applied Nonlinear Control, Prentice Hall(1991)
- 13) C. Samson : Control of Chained Systems Application to Path Following and Time-Varying Point-Stabilization of Mobile Robots, IEEE, Trans. Automat. Control, 40-1, 64/77 (1995)
- 14) R. Murray and S. Sastry : Nonholonomic Motion Planning : Steering Using Sinusoids, IEEE, Trans. Automat. Control, 38-5, 700/716 (1993)
- 15) G. C. Walsh and L. G. Bushnell : Stabilization of multi-input chained form control systems, Systems & Control Letters, 25, 227/234 (1995)

[著者紹介]

鈴木 昭

1999年豊田工業大学工学部制御情報工学科卒業。同年, 同大学院工学研究科修士課程生産基礎工学専攻入学, 在学中。非ホロノミック系の解析と制御の研究に従事。

成 清 辰 生 (正会員)

1978年名古屋大学応用物理学科卒業, 83年同大学院情報工学専攻単位取得退学, 同年通産省工業技術院九州工業技術試験所入所。90年豊田工業大学助教授, 98年同教授。93年理化学研究所バイオメテック・コントロール研究センターフロンティア研究員(非常勤)併任。制御工学, ロボット工学の研究と教育に従事。日本ロボット学会, 日本機械学会, 電気学会の会員

Hoang Duong TUAN

1991年オデッサ国立大学大学院応用数学研究科博士課程修了。Ph.D. 同年ベトナム国立自然科学技術センタ数学研究所研究員。94年名古屋大学大学院電子機械工学専攻講師。99年豊田工業大学助教授。システム制御理論, デジタル信号処理などの研究に従事。IEEE, SIAMの会員。

原 進 (正会員)

1992年慶應義塾大学理工学部機械工学科卒業。94年同理工学研究科修士課程修了。96年同後期課程博士課程修了。95年4月より2000年3月まで日本学術振興会特別研究員。98年5月より99年2月まで米国カリフォルニア大学バークレー校訪問研究員。2000年4月より豊田工業大学助手。おもに運動と振動の制御に関する研究に従事。2000年度本会学術奨励賞受賞。日本機械学会, 日本ロボット学会, 電気学会の会員。