物理的意味を理解しやすくした誘導電動機の新しい状態方程式†

川 畑 良 尚*・川 上 知 之**・川 畑 隆 夫**

New State-Equation of Induction Motor for Easily Understanding of Physical Meaning†

Yoshitaka KAWABATA*, Tomoyuki KAWAKAMI** and Takao KAWABATA**

A new state-equation of the induction motor will be presented. The state-equation of induction motors is indispensable in design of vector control. In the vector control, high performance is realized by decoupling control. In case of the conventional state-equation, physical operation of the induction motor is difficult to understand. This is because, in the conventional state-equation, the physical meaning of the coupled terms are not easily discerned since the branches of the summing point don't have voltage dimension.

In order to design the current controller, the transfer function of the motor after the decoupling control is used. If the conventional state-equation is used, this transfer function becomes the second-order including the rotor resistance. Therefore, it becomes difficult to design the current controller and the fluctuation of the transfer function occurs by temperature change of the rotor resistance.

To overcome these problems, a new state-equation in matrix form which enables the physical meaning of the coupling terms to be easily discernable, is proposed. In this equation, all branches of the summing point have voltage dimension, and thus the equation enables easy understanding of the physical operation of the machine. Since the matrix theory is used, the existence of coupling between the magnetizing-axis and torque-axis becomes clear, and it is easy to understand the coupling between the stator circuit and the rotor circuit.

Moreover, in the new state-equation after the decoupling control, the transfer function becomes the first-order without the rotor resistance. Therefore, it becomes easy to design the control system for decoupling.

In addition, experimental results using the designed current controller are given.

Key Words: vector control, induction motor, state-equation, decoupling control, digital signal processor

1. はじめに

ベクトル制御の制御系を設計する場合、誘導電動機の状態方程式は、不可欠である。ベクトル制御では励磁分とトルク分の電流を独立して個別に制御するが¹⁾、励磁軸とトルク軸もしくは一次側と二次側の間に干渉が存在するため、高性能な電流制御系を実現するには状態方程式に含まれる干渉項を分離し、非干渉化を行なう必要がある。しかし、通常の状態方程式では、各項の物理的な意味がわかりにくく²⁾見通しが悪いので、干渉項を分離することが難しく、物理的にどのような成分を非干渉化しているかわからないという問題がある。

また、電流制御器の設計には非干渉化を施した後の電動機の伝達関数を用いられるが、通常それは二次回路定数を含んだ二次系となるため、制御器のゲインや時定数の設定が困難で、さらに二次抵抗の温度変化により伝達関数が変化するなどの問題がある。

これらの問題を解決するため、この論文では、マトリクス表現を用いて加算点が電圧信号となるようにした新しい状態方程式を提案する。この式では、単位マトリクス I と交代マトリクス J により励磁軸とトルク軸の干渉の有無が明確となり、また一次と二次の干渉項も容易に知ることができる。さらに各干渉項の物理的な意味も理解しやすい見通しの良い形となっている。

その状態方程式を用いて励磁電流とトルク電流との非干渉化、および一次と二次の相互インダクタンス干渉成分の非干渉化を行なうと、二次回路定数を含まない伝達関数が得られ、電流制御系が容易に設計できることを示す。

さらに、設計した制御器を実機に適用し、検証試験を行っている。

2. 通常の状態方程式

誘導電動機の電圧、電流方程式を $\gamma - \delta$ 座標系（回転座標

† IEEE IPEMC'2000 で一部発表 (2000・8)

* 大阪府立工業高等専門学校電子情報工学科
寝屋川市幸町 26-12

** 立命館大学理工学部電気電子工学科 草津市野路東 1-1-1

* Department of Electrical Engineering and Computer Science, Osaka Prefectural College of Technology, Neyagawa

** Department of Electrical and Electronic Engineering, Ritsumeikan University, Kusatsu

(Received March 21, 2001)

(Revised August 20, 2001)

系)で表わすと次式のようになる^{3),4)}.

$$\begin{bmatrix} v_{\gamma 1} \\ v_{\delta 1} \\ v_{\gamma 2} \\ v_{\delta 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + P(l_1 + M) & -\omega_1(l_1 + M) \\ \omega_1(l_1 + M) & R_1 + P(l_1 + M) \\ PM & -(\omega_1 - \omega_{re})M \\ (\omega_1 - \omega_{re})M & PM \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\gamma 1} \\ i_{\delta 1} \\ i_{\gamma 2} \\ i_{\delta 2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 R_1, R_2 は抵抗、 l_1, l_2 は漏れインダクタンス、 M は相互インダクタンス、 ω_1 は一次角周波数、 ω_{re} は回転速度、 P は微分演算子である。なお、式を簡単にするため、巻数比を1としている。

また、出力方程式、機械系の状態方程式はつぎのようになる。

$$T_e = pM(i_{\delta 1}i_{\gamma 2} - i_{\gamma 1}i_{\delta 2}) \quad (2)$$

$$P\omega_{re} = p(T_e - T_l)/J \quad (3)$$

ここで、 T_e は発生トルク、 T_l は負荷トルク、 J は慣性モーメント、 p は極対数である。

(1)式の電圧、電流方程式を、一次角周波数 ω_1 、回転速度 ω_{re} および電圧に関する項に分けて、状態方程式に書き換えると次式になる。

$$P \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{A} \left\{ \begin{bmatrix} (l_2 + M)R_1 \mathbf{I} & -MR_2 \mathbf{I} \\ -MR_1 \mathbf{I} & (l_1 + M)R_2 \mathbf{I} \end{bmatrix} - \omega_1 A \begin{bmatrix} \mathbf{J} & 0 \\ 0 & \mathbf{J} \end{bmatrix} + \omega_{re} \begin{bmatrix} -M^2 \mathbf{J} & -M(l_2 + M)\mathbf{J} \\ M(l_1 + M)\mathbf{J} & (l_1 + M)(l_2 + M)\mathbf{J} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (l_2 + M)\mathbf{I} & -M\mathbf{I} \\ -M\mathbf{I} & (l_1 + M)\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 、 $i_1 = \begin{bmatrix} i_{\gamma 1} \\ i_{\delta 1} \end{bmatrix}$ 、 $i_2 = \begin{bmatrix} i_{\gamma 2} \\ i_{\delta 2} \end{bmatrix}$ 、 $v_1 = \begin{bmatrix} v_{\gamma 1} \\ v_{\delta 1} \end{bmatrix}$ 、 $v_2 = \begin{bmatrix} v_{\gamma 2} \\ v_{\delta 2} \end{bmatrix}$ 、 $A = l_1 l_2 + (l_1 + l_2)M$ である。

$\mathbf{I}$ は γ 軸成分と δ 軸成分の干渉がない単位マトリクスで、 $\mathbf{J}$ は γ 軸成分と δ 軸成分が干渉する交代マトリクスである^{5)~7)}。

ここでは、電気系の時定数に比し機械系の時定数が充分長く速度の変化は相対的に遅い場合を扱っており、 ω_{re} を一定と近似できる。また、一般的なベクトル制御ではトルク電流 $i_{\delta 1}$ の応答が1msec程度と速く、電動機速度変化すなわちインバータの周波数変化(0から60Hz)が速くても0.1sec程度以上と遅いため、 ω_1 も一定と仮定できる。したがって、(4)式の状態方程式は線形として扱うことができる。

この式は、 ω_1 あるいは ω_{re} のある項とない項を容易に判断することができる。また、単位マトリクス $\mathbf{I}$ 、および、交代マトリクス $\mathbf{J}$ を用いているので、容易に γ 軸成分と δ 軸成分が干

Fig. 1 Block diagram using conventional state-equation (Using state-variables $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$ and $i_{\delta 2}$)

渉する項を判断できる。さらに、マトリクスの(1,1), (2,2)要素は一次側と二次側の干渉がないことを表わし、(1,2), (2,1)要素は一次側と二次側の干渉が存在していることを表わすので、一次と二次の相互作用も容易に知ることができる。

(2), (3), (4)式から、ブロック図はFig. 1のようになる。このブロック図では、加算点の信号は電圧でないため、物理的な意味がわかりにくいという問題がある。

3. 拡張状態方程式

上述したように、マトリクス $\mathbf{I}$ と $\mathbf{J}$ を用いた従来の状態方程式では、 ω_1 と ω_{re} のある項とない項、もしくは γ 軸成分と δ 軸成分が干渉する項を容易に判断できるが、それらの各マトリクスの物理的な意味がつかみにくい。そこで右辺に相互インダクタンス M に関する微分項を残し、加算点が電圧となるようにした新しい状態方程式を提案する。

3.1 状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$, $i_{\delta 2}$ とした場合

(4)式の状態方程式を、右辺に M に関する微分項が残るように変形すると次式のようになる。

$$P \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}/l_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}/l_2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} R_1 \mathbf{I} & 0 \\ 0 & R_2 \mathbf{I} \end{bmatrix} - PM \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \omega_1 \begin{bmatrix} l_1 \mathbf{J} & 0 \\ 0 & l_2 \mathbf{J} \end{bmatrix} - \omega_1 M \begin{bmatrix} \mathbf{J} & 0 \\ 0 & \mathbf{J} \end{bmatrix} - \omega_1 M \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J} \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} + \omega_{re} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M \mathbf{J} & (l_2 + M)\mathbf{J} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5)式の $\{ \}$ でくくられた項は電圧に関するものであり、この式は $P\mathbf{i} = (1/Z)\mathbf{v}$ の形になっている。通常、状態方程式の右辺に微分項は存在しないが、(5)式にはそれが存在し、通常の状態方程式と異なっている。したがって、本研究ではこの方程式を通常の状態方程式と区別するため、状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$, $i_{\delta 2}$ とした「拡張状態方程式」と名付ける。(5)式の各項について説明するとつぎのようになる。

- 1項目：抵抗による電圧降下に関する項。

Fig. 2 Block diagram using extended state-equation
(Using state-variables $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$ and $i_{\delta 2}$)

- 2 項目：過渡時の変圧器作用に関するもので、 γ 軸と δ 軸のそれぞれにおける相互インダクタンスによる一次回路と二次回路の結合を表わしている。すなわち、主インダクタンスによる電圧降下に関する項と、一次回路と二次回路の干渉項である。 γ 軸の干渉要素は、共通の磁束に対して一次側と二次側に励磁回路があることが原因で励磁電流の過渡変化に際して発生するものであり、一方、 δ 軸の干渉要素は、一次と二次のトルク電流が変圧器作用でリンクしていることに対応したもので、トルク電流の過渡変化に際して発生するものである。
- 3 項目：一次回路と二次回路のそれぞれにおける漏れインダクタンスによる γ - δ 間の定常干渉項。
- 4 項目：一次回路と二次回路のそれぞれにおける相互インダクタンスによる γ - δ 間の定常干渉項。
- 5 項目：定常時の変圧器作用に関するもので、一次回路と二次回路で干渉している相互インダクタンスによる γ - δ 間の定常干渉項。
- 6 項目：速度起電力に関する項。

(5) 式から、拡張状態方程式を用いたマトリクスブロックは Fig. 2 のようになる。このブロック図では、加算点が電圧信号となっており物理的な意味がわかりやすい。また、状態方程式の干渉項とそうでない項および一次と二次の結合のある項とない項をわかりやすく分離して扱えるので、明解な非干渉化制御を行なうことができる利点を持つ。また、提案した拡張状態方程式を用いることにより、容易に T 形等価回路を導くことができる。(付録 B)

3.2 状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $\lambda_{\gamma 2}$, $\lambda_{\delta 2}$ とした場合

二次磁束を制御するベクトル制御では、二次側の状態変数を二次磁束 $\lambda_2 (= [\lambda_{\gamma 2} \ \lambda_{\delta 2}]^t)$ とする場合がある。

状態変数 $[i_1 \ \lambda_2]^t$ は二次磁束と電流の関係 ($\lambda_{\gamma 2} = (l_2 + M)i_{\gamma 2} + Mi_{\gamma 1}$, $\lambda_{\delta 2} = (l_2 + M)i_{\delta 2} + Mi_{\delta 1}$) を用い

Fig. 3 Block diagram using extended state-equation
(Using state-variables $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $\lambda_{\gamma 2}$ and $\lambda_{\delta 2}$)

るとつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ MI & (l_2 + M)I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

逆に、状態変数 $[i_1 \ i_2]^t$ は二次磁束と電流の関係からつぎのようになる。

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -MI/(l_2 + M) & I/(l_2 + M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $\lambda_{\gamma 2}$, $\lambda_{\delta 2}$ としたときのブロックは、状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$, $i_{\delta 2}$ としたときの拡張状態方程式によるブロックを用いて表わすことができ、Fig. 2 と (6), (7) 式から Fig. 3 のようになる。

また、状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $\lambda_{\gamma 2}$, $\lambda_{\delta 2}$ としたときの拡張状態方程式は Fig. 3 からつぎのようになる。

$$P \begin{bmatrix} i_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I/l_1 & 0 \\ MI/l_1 & (l_2 + M)I/l_2 \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{l_2 + M} \left(- \begin{bmatrix} R_1(l_2 + M)I & 0 \\ -R_2MI & R_2I \end{bmatrix} - PM \begin{bmatrix} l_2I & I \\ l_2I & I \end{bmatrix} - \omega_1 \begin{bmatrix} AJ & MJ \\ 0 & (l_2 + M)J \end{bmatrix} + \omega_{re} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (l_2 + M)J \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (8)$$

4. 拡張状態方程式を用いた非干渉化制御法

状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $\lambda_{\gamma 2}$, $\lambda_{\delta 2}$ としたときのかご形誘導電動機のブロックは、Fig. 3 の二次電圧 v_2 を 0 として Fig. 4 の点線で囲まれた部分となる。ここで、 $[v_1 \ 0]^t$ は電流制御器の出力であり、また、出力方程式、機械系の状態方程式は省

Fig. 4 Decoupling control using matrix theory

略している。

二次磁束 $\lambda_{\gamma 2}$ 、 $\lambda_{\delta 2}$ は直接検出できないので、演算により推定する。かご形誘導電動機の二次磁束は、(5)式に $\mathbf{v}_2 = 0$ を代入してつぎのようになる。

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_{\gamma 2} &= \frac{1}{\left(\frac{\hat{l}_2 + \hat{M}}{\hat{R}_2}\right)s + 1} \left\{ (\omega_1 - \omega_{re})(\hat{l}_2 + \hat{M})\hat{\lambda}_{\delta 2} + \hat{M}\hat{R}_2 i_{\gamma 1} \right\} \\ \hat{\lambda}_{\delta 2} &= \frac{1}{\left(\frac{\hat{l}_2 + \hat{M}}{\hat{R}_2}\right)s + 1} \left\{ -(\omega_1 - \omega_{re})(\hat{l}_2 + \hat{M})\hat{\lambda}_{\gamma 2} + \hat{M}\hat{R}_2 i_{\delta 1} \right\}\end{aligned}\quad (9)$$

なお、参考文献8)では推定値 $\hat{\lambda}_{\delta 2}$ を0としているが、制御器における誘導機定数の設定値が実際の誘導機定数と多少異なるので、 $\lambda_{\delta 2}$ が0に制御されるとは限らない。そのため、ここでは $\hat{\lambda}_{\delta 2}$ が必ずしも0でないものとして残している。

したがって、(5)式の拡張形状状態方程式の4つの状態量はそのまま残るので、以下の制御系の設計にもそれを利用できる。

Fig. 4の点線で囲まれた誘導電動機のブロックには、一次回路と二次回路の相互作用を表わす M_s を含んだマトリクス[B]、 γ 軸成分と δ 軸成分の干渉を表わす $\mathbf{J}$ を含んだマトリクス[C]、[D]、[E]、[F]が存在する。これらの干渉項の一次側成分は制御でキャンセルできるので、おのおのの要素の逆符号を電流制御器の出力 $[\mathbf{v}_1 \ 0]^T$ に加える。なお、実際の電動機定数と区別するため、制御器における電動機定数の値に $\sim$ を付けている。

また、マトリクス[B]、[C]、[D]、[E]、[F]の(2,1)および(2,2)要素にも γ 軸成分と δ 軸成分が干渉した成分もしくは一次側と二次側の干渉した成分が存在するが、ここではかご形誘導電動機を考えており、二次側は制御できないため、補償

の対象とはならない。

上述した非干渉化制御の結果からつぎのことがいえる。

- マトリクス[B]の(1,1)および(1,2)要素が存在しないため、一次回路と二次回路の相互作用がなくなる。過渡時の二次励磁電流 $i_{\gamma 2}$ から一次励磁電圧 $v_{\gamma 1}$ への干渉および二次トルク電流 $i_{\delta 2}$ から一次トルク電圧 $v_{\delta 1}$ への干渉がなくなる。

- マトリクス[C]と[D]の(1,1)要素が存在しなくなるので、一次トルク電流 $i_{\delta 1}$ と一次励磁電流 $i_{\gamma 1}$ の干渉がなくなる。

- マトリクス[E]の(1,2)要素が存在しなくなるので、二次励磁電流 $i_{\gamma 2}$ から一次トルク電流 $i_{\delta 1}$ への干渉および二次トルク電流 $i_{\delta 2}$ から一次励磁電流 $i_{\gamma 1}$ への干渉がなくなる。二次側については直接非干渉化制御はできないが、つぎのように間接的に非干渉化される。

すなわち、通常のベクトル制御では δ 軸の二次磁束 $\lambda_{\delta 2}$ は0に制御されるので、その条件と(5)、(6)式から、二次励磁電流 $i_{\gamma 2}$ と二次トルク電流 $i_{\delta 2}$ は次式のように一義的に決まる。

$$i_{\gamma 2} = -\frac{M_s}{(l_2 + M)s + R_2} i_{\gamma 1}, i_{\delta 2} = -\frac{M}{l_2 + M} i_{\delta 1} \quad (10)$$

一次トルク電流 $i_{\delta 1}$ が変化すると、二次トルク電流 $i_{\delta 2}$ は $-M/(l_2 + M)$ の比で変化し、一方、二次励磁電流 $i_{\gamma 2}$ は一次励磁電流 $i_{\gamma 1}$ の微分で変化する。二次側は直接非干渉化できないが、一次の γ 軸と δ 軸の非干渉化が行なわれているので、(10)式から、二次の γ 軸電流および δ 軸電流の干渉は生じないことがわかる。

5. 電流制御器の設計法

前節では、拡張形状状態方程式を用いることにより、明解な非干渉化制御系を構成できることを示したが、ここでは、その非干渉化後の電流制御器の設計法について述べる。

5.1 一次二次相互作用 M_s に関する非干渉化制御を行わない場合

非干渉化制御器における電動機定数の設定値と実際の電動機定数が等しいと仮定した場合、Fig. 4の[B]以外のマトリクス[C]、[D]、[E]の(1,1)および(1,2)要素を非干渉化制御した後の誘導電動機の電流制御ブロックはFig. 5(a)、(b)のようになる。ここで、 $G_{c\gamma 1}(s)$ 、 $G_{c\delta 1}(s)$ は励磁電流制御器とトルク電流制御器の伝達関数であり、次式で表わすPI制御である。

$$G_{c\gamma 1}(s) = K_{\gamma 1} \left(1 + \frac{1}{T_{\gamma 1} s} \right), G_{c\delta 1}(s) = K_{\delta 1} \left(1 + \frac{1}{T_{\delta 1} s} \right) \quad (11)$$

特に、 δ 軸の二次磁束 $\lambda_{\delta 2}$ が0に制御される場合、トルク電流の制御ブロックはFig. 4に $\lambda_{\delta 2} = 0$ を代入してFig. 5(c)のようになり、これは通常よく用いられている形である^{1), 8)}。

ここでは、後述する一次二次相互作用 M_s に関する非干渉化制御を行なう場合との比較のため、 $\lambda_{\delta 2} \neq 0$ の場合にお

Fig. 5 Block diagram of current control
(Without M_s decoupling control)

る電流制御器の設計法について述べる。

Step.1: ボード線図から積分時間を求める

Fig. 5(a), (b)において $G_{c\gamma 1}(s)$, $G_{c\delta 1}(s)$ は分母が 2 次、分子が 1 次の伝達関数であり、 γ , δ 何れの軸も同じである。

Table A. 1 に示す大形機定数および供試機定数を用いてボード線図で表わすと、それぞれ Fig. 6(A) のようになる。

この図から、折れ点角周波数は大形機では 20rad/s 付近、供試機では 300rad/s 付近にあるので、時定数はそれぞれ 0.05sec, 0.0033sec であることがわかる。

したがって、電動機の折れ点角周波数にあわせて進み補償を入れると、電流制御器の積分時間 $T_{\gamma 1}$ および $T_{\delta 1}$ はそれぞれ 1/20sec, 1/300sec となり、比例ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ が 1 のときの電流制御器の伝達関数特性は Fig. 6 (B) となる。

Step.2: 合成伝達関数が交差角周波数で 1 となるように比例ゲインを設定する

電流制御器の比例ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ を 1 としたとき、電流制御器と誘導電動機との合成伝達関数は Fig. 5 から次式のようになる。

$$G_{\gamma 1}^o(s) = \frac{\{(l_2 + M)s + R_2\}(T_{\gamma 1}s + 1)}{AT_{\gamma 1}s^3 + \{R_1(l_2 + M) + R_2(l_1 + M)\}T_{\gamma 1}s^2 + R_1R_2T_{\gamma 1}s}$$

$$G_{\delta 1}^o(s) = \frac{\{(l_2 + M)s + R_2\}(T_{\delta 1}s + 1)}{AT_{\delta 1}s^3 + \{R_1(l_2 + M) + R_2(l_1 + M)\}T_{\delta 1}s^2 + R_1R_2T_{\delta 1}s} \quad (12)$$

励磁電流制御ループの交差角周波数を $\omega_{c\gamma}$, トルク電流制御ループの交差角周波数を $\omega_{c\delta}$ とすると、比例ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ は、合成伝達関数の交差角周波数における大きさ、すなわち、 $|G_{\gamma 1}^o(j\omega_{c\gamma})|$ と $K_{\gamma 1}$ の積または $|G_{\delta 1}^o(j\omega_{c\delta})|$ と $K_{\delta 1}$ の積が 1 となるように設定する。

ボード線図を用いれば、Fig. 6 に示すように、ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ を調整して (A) と (B) との合成伝達関数の特性が (C) のように交差角周波数で 0dB を切るようにすればよい。

Fig. 6 Open loop frequency characteristic
(Without M_s decoupling control)

Fig. 7 Response curve (Without M_s decoupling control)

したがって、(12) 式から $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ はつぎのようになる。

$$K_{\gamma 1} = T_{\gamma 1}\omega_{c\gamma} * \sqrt{\frac{(R_1R_2 - \omega_{c\gamma}^2 A)^2 + \omega_{c\gamma}^2 \{R_1(l_2 + M) + R_2(l_1 + M)\}^2}{\{R_2 - (l_2 + M)T_{\gamma 1}\omega_{c\gamma}^2\}^2 + \omega_{c\gamma}^2 (R_2T_{\gamma 1} + l_2 + M)^2}}$$

$$K_{\delta 1} = T_{\delta 1}\omega_{c\delta} * \sqrt{\frac{(R_1R_2 - \omega_{c\delta}^2 A)^2 + \omega_{c\delta}^2 \{R_1(l_2 + M) + R_2(l_1 + M)\}^2}{\{R_2 - (l_2 + M)T_{\delta 1}\omega_{c\delta}^2\}^2 + \omega_{c\delta}^2 (R_2T_{\delta 1} + l_2 + M)^2}} \quad (13)$$

以上のことから、 $\omega_{c\gamma}$ と $\omega_{c\delta}$ を 1000 rad/s として各ゲインを求めると、大形機定数の場合では、 $K_{\gamma 1} = K_{\delta 1} = 3.9563$, $T_{\gamma 1} = T_{\delta 1} = 0.05\text{sec}$, 供試機定数の場合では、 $K_{\gamma 1} = K_{\delta 1} = 7.6832$, $T_{\gamma 1} = T_{\delta 1} = 0.0033\text{sec}$ となる。

また、大形機定数において、電流指令値を各成分の定格値

Fig. 8 Block diagram of current control
(Using M_s decoupling control)

までステップ状に変化させたときの応答波形を Fig. 7 に示す。時定数は入力ステップ印加時より最終値の 63.2% に達するまでの時間であるから、励磁電流、トルク電流とも 1msec すなわち 1000rad/s で応答していることが確認できる。

5.2 一次二次相互作用 M_s に関する非干渉化制御を行なう場合

非干渉化制御器における電動機定数の設定値と実際の電動機定数が等しいと仮定した場合、Fig. 4 のマトリクス [B], [C], [D], [E] の (1,1) および (1,2) 要素を非干渉化した後の誘導電動機の電流制御ブロックは Fig. 8 のようになる。

この図からわかるように、誘導電動機の伝達関数は、 γ , δ いずれの軸も一次側定数からなり、二次側定数を含まない一次遅れの形となる。Table A.1 に示す大形機定数および供試機定数を用いて時定数を求めるとそれぞれ 0.0505sec, 0.0023sec となり、これは 5.1 で述べた一次二次相互作用 M_s に関する非干渉化制御を行なわない場合と比べ、1.01 倍、0.697 倍となっていることがわかる。

Step.1: 比例ゲインを 1 として制御器の積分時間を求める

(11) 式の比例ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ を 1 としたとき、電流制御器と誘導電動機との合成伝達関数は Fig. 8 からつぎのようになる。

$$\begin{aligned} G_{\gamma 1}^o(s) &= \frac{T_{\gamma 1}s+1}{T_{\gamma 1}s} \cdot \frac{1/R_1}{(l_1/R_1)s+1}, \\ G_{\delta 1}^o(s) &= \frac{T_{\delta 1}s+1}{T_{\delta 1}s} \cdot \frac{1/R_1}{(l_1/R_1)s+1} \end{aligned} \quad (14)$$

積分時間を、

$$T_{\gamma 1} = T_{\delta 1} = l_1/R_1 \quad (15)$$

に選ぶと、(14) 式の合成伝達関数は γ , δ 軸とも簡単な積分要素の次式となる。

$$G_{\gamma 1}^o(s) = G_{\delta 1}^o(s) = 1/(l_1 s) \quad (16)$$

Step.2: 合成伝達関数が交差角周波数で 1 となるように比例ゲインを設定する

5.1 の STEP.2 と同様にして比例ゲイン $K_{\gamma 1}$, $K_{\delta 1}$ を求め

Fig. 9 Open loop frequency characteristic
(Using M_s decoupling control)

Fig. 10 Response curve (Using M_s decoupling control)

ると、(16) 式からつぎのようになる。

$$K_{\gamma 1} = \omega_{c\gamma} l_1, K_{\delta 1} = \omega_{c\delta} l_1 \quad (17)$$

以上のことから、 $\omega_{c\gamma}$ と $\omega_{c\delta}$ を 1000 rad/s として各ゲインを求めると、大形機定数の場合では、 $K_{\gamma 1} = K_{\delta 1} = 2$, $T_{\gamma 1} = T_{\delta 1} = 0.0505$ sec, 供試機定数の場合では、 $K_{\gamma 1} = K_{\delta 1} = 3.8$, $T_{\gamma 1} = T_{\delta 1} = 0.0023$ sec となる。合成伝達関数のオープンループ周波数特性は Fig. 9(C) のようになる。

また、大形機定数において、電流指令値を各成分の定格値までステップ状に変化させたときの応答波形を Fig. 10 に示す。この図から励磁電流、トルク電流とも 1msec すなわち 1000rad/s で応答していることが確認できる。

5.1 に述べた一次二次相互作用 M_s に関する非干渉化制御を行なわない場合の大形機の各ゲインは、 $K_{\gamma 1} = K_{\delta 1} = 3.9563$,

Fig. 11 Control system of vector control

Fig. 12 System of experimental setup

$T_{\gamma 1}=T_{\delta 1}=0.05\text{sec}$ であったが、 M_s に関する非干渉制御を行なう場合の各パラメータは前者と比較して、ゲインは0.51倍、時定数は1.01倍となっている。

以上のことからわかるように、一次二次相互作用 M_s に関する非干渉制御を行なう場合のほうが簡単にオープンループ伝達関数を表わすことができ、制御器を含めた合成伝達関数を簡単な積分要素の形にすることができるので、明解な制御系を構成できる。

6. 実験結果

ベクトル制御系の構成および DSP(TMS320C40) を用いた検証試験システム構成をそれぞれ Fig. 11, Fig. 12 に示す。ここで、非干渉制御には Fig. 4 に示した一次二次相互作用 M_s を考慮したものを採用している。

Fig. 11 における $G_s(s)$ は速度制御器の伝達関数であり、比例ゲインを K_s 、積分時間を T_s として次式で表わせる。

$$G_s(s) = K_s \left(1 + \frac{1}{T_s s} \right) \quad (18)$$

速度制御器により得られたトルク電流指令 $i_{\delta 1}^*$ は、励磁電流指令 $i_{\gamma 1}^*$ とともに非干渉電流制御器に入力している。得られた二軸電圧指令は三相指令に変換し、PWM 回路へ与えている。Fig. 11 のベクトル制御では、トルク電流 $i_{\delta 1}$ に比例

Fig. 13 Flowchart of DSP program

したすべり角周波数 ω_s を次式で与える必要がある。

$$\omega_s = \frac{\hat{M} \hat{R}_2}{\hat{l}_2 + \hat{M}} \cdot \frac{i_{\delta 1}}{\hat{\lambda}_{\gamma 2}} \quad (19)$$

さらに、一次角周波数 ω_1 は次式の関係より得る。

$$\omega_1 = \omega_{re} + \omega_s \quad (20)$$

ここで、座標変換に用いる一次角度 θ_1 は、一次角周波数 ω_1 をソフトウェアで積分することにより求めている。

供試機は Table A.1 に定数を示す誘導電動機で、直流電源には簡素化のため RISC マイコン (SH7032) を用いた単相 PWM コンバータを使用し、直流電圧を 200V に制御している。このコンバータとインバータには 20A, 600V の IPM を使用している。ここでは、大容量電動機や GTO インバータを想定した大きなドライブを考えており、インバータのキャリア周波数を 1kHz にしている。

DSP プログラムは C 言語で書かれており、そのフローチャートを Fig. 13 に示す。DSP の演算割り込みはキャリア周波数 (1kHz) の頂点ごとに行ない、演算周期は 2kHz (500 \$\mu\text{sec}\$) に設定している。この 1 サンプル内での入出力と演算の所

要時間は $245\mu\text{sec}$ であり、サンプリング時間の 49% 以下である。

4 象現の加減速の実験を行なった。その結果を Fig. 14 に示す。(I) から (VII) の信号は DSP 演算を出力したものであり、出力チャンネル数の都合により、以下の組み合わせで 4 回の同一条件の実験を行ない記録した。

(I) と (II), (III) と (IV), (V), (VI) と (VII)

なお、加減速のタイミングはソフトウェアで自動的に行なっている。また、電流と速度の単位はそれぞれ軸上のアンペア値と rad/s としている。

各パラメータは、 $i_{\gamma 1}^* = 2.3$ 、速度制御器の比例ゲイン K_s を 0.4、積分時間 T_s を 0.2sec とし、電流制御器の比例ゲイン K_p と積分時間 T_i は 5.2 で求めた値を使用した。速度指令は (I) のように $0 \rightarrow 2\pi 60 \rightarrow -2\pi 60 \rightarrow 0$ と変更し、それぞれの加減速時間を 0.75sec としている。

(II) の速度波形から、指令値どおり回転していることがわかる。

Fig. 14 Experimental results

(III) と (IV) は一次の励磁電流とトルク電流であり、トルク電流が変わっても励磁電流は干渉がなく指令値どおり一定に制御できており、非干渉化制御が効いていることが確認できる。

7. おわりに

この論文では、マトリクス手法を用いて状態方程式を整理し、さらに状態方程式の右辺に相互インダクタンスに関する微分項を残し、加算点が電圧となるようにした新しい状態方程式を提案し、拡張形状状態方程式と名付けた。

この式を用いることによる利点はつぎのとおりである。

- マトリクス手法を用いているので、 ω_1 あるいは ω_{re} のある項とない項、一次側と二次側を容易に判断することができる。

- 単位マトリクス $\mathbf{I}$ 、および、交代マトリクス $\mathbf{J}$ を用いているので、容易に γ 軸成分と δ 軸成分が干渉する項を判断でき、また式がコンパクトになるので、一次側と二次側の干渉成分なども容易に知ることができる。

- 加算点が電圧信号となっているので、物理的な意味がわかりやすい。

これらの結果、明解な非干渉化制御系を見通し良く構成することができるようになった。

以上のことから、提案した新しい状態方程式は制御系の解析と設計に効果的に活用できるものである。

参考文献

- 1) 杉本, 玉井, 長野, 今中: アダプティブコントロールインバータ, 三菱電機技報, **62-6**, 37/40 (1988)
- 2) S. Wade, et al.: Modeling and Simulation of Induction Machine Vector Control with Rotor Resistance Identification, IEEE Trans. on Power Electronics, **12-3**, 495 (1997)
- 3) 宮入庄太: エネルギー変換工学入門—下, 丸善, 215/248 (1965)
- 4) インバータドライブハンドブック, 日刊工業新聞社, 208/219 (1995)
- 5) 梅野, 堀, 鈴木: ロバスト安定性を考慮した磁束オブザーバに基づく誘導機のベクトル制御系の設計, 電学論 **D-110-4** (1990)
- 6) 久保田, 松瀬: 電動機のパラメータ適応二次磁束オブザーバの提案とその安定性, 電学論 **D-111-3** (1991)
- 7) 道木, S. Sangwongwanich, 大熊: ロバスト設計法にもとづく磁束オブザーバを用いた磁束フィードバック形ベクトル制御系の実験, 電学論 **D-114-3** (1994)
- 8) 杉本英彦他: AC サーボシステムの理論と設計の実際, 総合電子出版社, 99/121 (1990)
- 9) Y. Kawabata, T. Kawakami, E. C. Ejiogu and T. Kawabata: New State-Equation of Induction Motor, IPEMC'2000, **2**, 728/734, (2000)

《付 録》

A. 定数

本研究で用いた誘導電動機の定数を Table A.1 に示す。

B. 拡張形状状態方程式による T 形等価回路の導出

状態変数を $i_{\gamma 1}$, $i_{\delta 1}$, $i_{\gamma 2}$, $i_{\delta 2}$ としたときのブロック図 Fig. 2 から T 形等価回路を導出する過程はつぎのとおりである。

Table A.1 Specifications of Motor

	Large-capacity model	Experimental study model
Rated Capacity	7,000kW	1.5kW
Primary	6,600V, 680A	200V, 6A
R_1	0.0396Ω	1.632Ω
l_1	0.002H	0.0038H
R_2	0.0544Ω	1.350Ω
l_2	0.002H	0.0038H
M	0.089H	0.1052H
Winding ratio	2:1	2:1
	4poles	4poles

Fig. A.1 Circuit of induction motor in $\gamma - \delta$ frame model from Fig. 2

Fig. A.2 Simplified circuit of Fig. A.1

Fig. A.3 T-type equivalent circuit of induction motor in $\gamma - \delta$ frame model

• Fig. 2 のブロックを一次側，二次側に分けて描くと Fig. A. 1 のようになる。

• Fig. A. 1 に磁束と電流の関係 ($\lambda_1 = (l_1 + M)i_1 + Mi_2$, $\lambda_2 = (l_2 + M)i_2 + Mi_1$) を代入すると Fig. A. 2 のようになる。

• Fig. A. 2 を γ 軸と δ 軸に分けるとともに，一次回路と二次回路を合成すると， $\gamma - \delta$ 座標系の T 形等価回路 Fig. A. 3

Fig. A.4 T-type equivalent circuit of induction motor in $d - q$ frame model

を得ることができる。 γ 軸と δ 軸の回路は ω_1 および ω_{re} に関する要素を介して電気的に結合している。

• Fig. A. 3 を $d - q$ 座標変換すると， $d - q$ 座標系の T 形等価回路 Fig. A. 4 を得ることができる。この回路は Fig. A. 3 の ω_1 に関する要素を取り除いた形となり，誘導電動機の一相当りの等価回路と同じ形である。

[著者紹介]

川 畑 良 尚 (正会員)

1970 年 10 月 23 日生まれ。99 年立命館大学大学院理工学研究科博士後期課程修了。同年立命館大学理工学部電気電子工学科助手。2000 年大阪府立工業高等専門学校 電子情報工学科専任講師。パワーエレクトロニクス，特に電動機駆動に関する研究に従事，現在に至る。博士（工学）。IEEE，電気学会，システム制御情報学会の会員。

川 上 知 之

1976 年 7 月 24 日生まれ。2000 年立命館大学大学院理工学研究科修士課程入学。パワーエレクトロニクス，特に電動機駆動に関する研究に従事，現在に至る。電気学会の会員。

川 畑 隆 夫

1938 年 3 月 4 日生まれ。60 年大阪大学電気工学科卒業。同年三菱電機（株）入社。93 年立命館大学理工学部電気電子工学科教授。パワーエレクトロニクス全般の研究に従事，現在に至る。工学博士。IEEE，EPE，電気学会の会員。