人工衛星のジャイロレス姿勢推定フィルタ

—フライホイール角速度出力の利用—[†]

谷 脇 滋 宗*・狼 嘉 彰**

Attitude Estimation Filter For Gyroless Spacecraft —Utility of Fly-Wheel Angular Velocity Measurements—[†]

Shigemune TANIWAKI* and Yoshiaki OHKAMI**

A real-time attitude estimation filter for the gyroless spacecrafts is proposed. In this method, outputs from a fly-wheel tachmeter is used. Attitude angular velocity is estimated from wheel angular velocity with use of algebraic relation between them based on angular momentum equation. Extended Kalman filter is used for compensation of sensor noises and drift of total angular momentum caused by external disturbances. The estimator's performance is demonstrated via numerical simulations.

Key Words: spacecraft, attitude estimation, gyroless, wheel tachmeter, extended Kalman filter

記号定義

N ; 地球中心慣性座標系
 A ; 軌道座標系
 B ; 衛星本体
 C_i ; i 番目のフライホイール ($i = 1, \dots, n$)
 D ; 全系 (B と C_i ($i = 1, \dots, n$) で構成される系)
 $n \in R^{1 \times 1}$; フライホイールの個数
 $I^{B/B*} \in R^{3 \times 3}$; B の慣性テンソル
 $I^{C_i/C_i^*} \in R^{3 \times 3}$; C_i の慣性テンソル
 ${}^B H^{C_i} \in R^{3 \times 3}$; B 系と C_i 系との座標変換行列
 $(C_i$ 系 1 軸をスピン軸とする)
 $q \in R^{4 \times 1}$; N 系に対する B の姿勢を表わすク
 ォータニオンの真値
 $q_{obs} \in R^{4 \times 1}$; q の観測値
 $\hat{q} \in R^{4 \times 1}$; q の推定値
 ${}^N \omega^B \in R^{3 \times 1}$; N に対する B の角速度の真値
 ${}^N \omega_{obs}^B \in R^{3 \times 1}$; ${}^N \omega^B$ の疑似観測値
 ${}^N \hat{\omega}^B \in R^{3 \times 1}$; ${}^N \omega^B$ の推定値
 ${}^B \omega^{C_i} \in R^{3 \times 1}$; B に対する C_i の角速度の真値
 ${}^B \omega_{obs}^{C_i} \in R^{3 \times 1}$; ${}^B \omega^{C_i}$ の観測値
 ${}^B \hat{\omega}^{C_i} \in R^{3 \times 1}$; ${}^B \omega^{C_i}$ の推定値

${}^N h^D \in R^{3 \times 1}$; N に対する D の角運動量の真値
 ${}^N h_{obs}^D \in R^{3 \times 1}$; ${}^N h^D$ の疑似観測値
 ${}^N \hat{h}^D \in R^{3 \times 1}$; ${}^N h^D$ の推定値
 $\tau \in R^{3 \times 1}$; B に加わる外力トルクの既知成分
 $\eta_{1i} \in R^{3 \times 1}$; ${}^B \omega^{C_i}$ の観測ノイズ
 $\eta_2 \in R^{3 \times 1}$; B に加わる外力トルクの未知成分
 $v_1 \in R^{4 \times 1}$; q の観測ノイズ
 $v_2 \in R^{3 \times 1}$; ${}^N h^D$ の疑似観測ノイズ

1. はじめに

3 軸姿勢制御衛星の姿勢検出には通常、地球センサやスタートラッカなどある基準ベクトルを観測する姿勢センサとジャイロなど慣性系に対する衛星の姿勢角速度を得るためのセンサが併用される^{1), 2)}。しかし、近年はスタートラッカの高精度化、高速化が進んだことや、コスト削減の要求、ジャイロ故障時の冗長性確保の必要などから、ジャイロは用いずにスタートラッカによる基準ベクトル観測値のみを用いて姿勢推定する手法が検討されるようになってきた。さまざまな手法が考案されているが、主な手法の 1 つは基準ベクトル観測値を差分することで姿勢角速度に対応する量を求め、その後はジャイロを用いる従来の姿勢推定法と同様な手法を適応するものである^{3), 4)}。そのほか、衛星の動力学モデルを用いて姿勢角速度を計算し、姿勢観測値と組み合わせて補正を行なう手法などもある^{5)~7)}。しかし、いずれのジャイロレス姿勢推定アルゴリズムにも、ノイズを含む観測値の微分操作や不確定性をもつトルク量の積分操作が含まれており、実システムにおいてはこれらが誤差要因となる。この問題を根本的に回避

[†] 第 18 回誘導制御シンポジウムで発表 (2001・10)

* 宇宙開発事業団 つくば市千現 2-1-1

** 慶應義塾大学 横浜市港北区日吉 3-14-1

* National Space Development Agency of Japan

** Keio University

(Received June 7, 2002)

するためには、衛星姿勢角速度と代数関係にある何らかの観測値が必要である。ホイール角速度が変化すると、ホイール角運動量が衛星本体側へ遷移するため姿勢角速度が変動するが、これはホイール角速度より姿勢角速度が推定できることを示唆している。すなわち、全系角運動量、姿勢角速度、ホイール角速度は代数関係で結ばれているため、全系角運動量およびホイール角速度から姿勢角速度が計算可能である。この計算過程にはノイズの微分操作が含まれないため、計算誤差が小さいことが期待できる。

以上を踏まえ本論文では、姿勢センサ出力とホイール角速度出力から姿勢決定するジャイロレス姿勢推定フィルタを提案する。本手法では、観測系に含まれるノイズを考慮して拡張カルマンフィルタにより推定系を構成する。全系角運動量推定値とホイール角速度観測値から代数関係式を用いて姿勢角速度を計算し、衛星姿勢を表わすクォータニオンの時間伝搬に用いる。重力傾度トルクの不確定成分を全系角運動量力学モデルへのプロセスノイズと考えるが、この非ガウス性によって全系角運動量推定値に長周期でバイアス誤差が生じるのを防ぐために、粗いサンプリング周期でのクォータニオンの差分量をもとにした全系角運動量疑似観測値を伝搬誤差の補正に用いる。ホイール角速度観測値をもとにした短周期での状態変数の伝搬と、角運動量疑似観測による長周期での状態変数の更新を組み合わせることで、姿勢角速度推定のバイアス誤差を低減し、かつ短周期でのノイズ微分操作を避けることで計算精度を上げる。

なお、本手法を用いる場合、ホイールの角速度を計測するためのセンサが必要となるが、通常のホイールはホイールスピードループと呼ばれる制御系によって角速度を制御されるため、タコパルスセンサがすでに装備されている⁸⁾。したがって、ホイール角速度の変化より姿勢角速度を推定しようとする場合、新たにセンサを追加する必要がない利点もある。

本論文の構成は、2節で拡張カルマンフィルタにおける推定値の伝搬に必要なプラントモデルを導出する。3節では、非線形プラントモデルから線形近似モデルを導出する。線形近似モデルは、観測値に基づく推定値の更新に必要な。4節では、拡張カルマンフィルタの演算フローを示す。5節では、数値解析結果より提案手法の有効性を示す。実機ホイールのテレメトリデータの解析結果を用いてホイールロストトルクモデルを設定し、数値解析を実施する。最後に6節で結論をまとめる。

2. プラントモデル

本節では、拡張カルマンフィルタにおける推定値の時間伝搬に必要なプラントモデルを導出する。

2.1 ホイール角速度と姿勢角速度の関係

衛星全体は、本体と n 個のホイールで構成され、いずれも剛体であると仮定するとき、全系角運動量は次式で与えられる。

$${}^N h^D = J^N \omega^B + \sum_{i=1}^n {}^B H^{C_i} I^{C_i/C_i^*} {}^B \omega^{C_i} \quad (1)$$

ただし

$$J \triangleq I^{B/B^*} + \sum_{i=1}^n {}^B H^{C_i} I^{C_i/C_i^*} {}^C_i H^B \quad (2)$$

つぎに、ホイール角速度の観測値は次式で与えられるとする。

$${}^B \omega_{obs}^{C_i} = {}^B \omega^{C_i} + \eta_{1i} \quad (3)$$

ただし、 η_{1i} はガウス性ホワイトノイズであり

$$E[\eta_{1i}(t)] = O_{3 \times 1} \quad (4)$$

$$E[\eta_{1i}(t)\eta_{1i}^T(t')] = Q_{1i}(t)\delta(t-t') \quad (5)$$

とする。ただし、行列 $O_{i \times j}$ は i 行 j 列の零行列、 $E[\cdot]$ は期待値、 $\delta(t-t')$ はデルタ関数、 Q_{1i} は η_{1i} インテンシティを意味する。(1)、(3)式より、次式が得られる。

$$\begin{aligned} {}^N \omega^B &= J^{-1}({}^N h^D - \sum_{i=1}^n {}^B H^{C_i} I^{C_i/C_i^*} {}^B \omega^{C_i}) \\ &= {}^N \omega^B - J^{-1} \sum_{i=1}^n {}^B H^{C_i} I^{C_i/C_i^*} \eta_{1i} \end{aligned} \quad (6)$$

ただし

$${}^N \omega^B \triangleq J^{-1} {}^N h^D - J^{-1} \sum_{i=1}^n {}^B H^{C_i} I^{C_i/C_i^*} {}^B \omega_{obs}^{C_i} \quad (7)$$

各ホイール C_i ($i = 1, \dots, n$) の運動はスピン軸まわりの回転以外は拘束されているため、スピン軸まわりの成分のみに着目すると、(1)~(7)式は次式に書き換えられる。

$${}^N h^D = J^N \omega^B + {}^B H^C I^{C/C^*} {}^B \omega^C \quad (8)$$

$$J = I^{B/B^*} + {}^B H^C I^{C/C^*} {}^C H^B \quad (9)$$

$${}^B \omega_{obs}^C = {}^B \omega^C + \eta_1 \quad (10)$$

$$E[\eta_1(t)] = O_{n \times 1} \quad (11)$$

$$E[\eta_1(t)\eta_1^T(t')] = Q_1(t)\delta(t-t') \quad (12)$$

$${}^N \omega^B = {}^N \omega^B + J^{-1} {}^B H^C I^{C/C^*} \eta_1 \quad (13)$$

$${}^N \omega^B = J^{-1} {}^N h^D - J^{-1} {}^B H^C I^{C/C^*} {}^B \omega_{obs}^C \quad (14)$$

ただし、 $e_1 \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ を用いて、以下を定義する。

$$Q_1 \triangleq \text{diag} \begin{bmatrix} e_1^T Q_{11} e_1 & e_1^T Q_{12} e_1 & \dots & e_1^T Q_{1n} e_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$${}^B H^C \triangleq \begin{bmatrix} {}^B H^{C_1} e_1 & {}^B H^{C_2} e_1 & \dots & {}^B H^{C_n} e_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} I^{C/C^*} &\triangleq \\ \text{diag} \begin{bmatrix} e_1^T I^{C_1/C_1^*} e_1 & e_1^T I^{C_2/C_2^*} e_1 & \dots & e_1^T I^{C_n/C_n^*} e_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\eta_1 \triangleq \begin{bmatrix} e_1^T \eta_{11} & e_1^T \eta_{12} & \dots & e_1^T \eta_{1n} \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

$${}^B \omega^C \triangleq \begin{bmatrix} e_1^T {}^B \omega^{C_1} & e_1^T {}^B \omega^{C_2} & \dots & e_1^T {}^B \omega^{C_n} \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$${}^B\omega_{obs}^C \triangleq \begin{bmatrix} e_1^{TB}\omega_{obs}^{C1} & e_1^{TB}\omega_{obs}^{C2} & \dots & e_1^{TB}\omega_{obs}^{Cn} \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

(13)式より、観測ノイズを無視すれば姿勢角速度は全系角運動量およびホイール角速度より代数計算で求められることがわかる。

2.2 運動学モデル

慣性系に対する衛星の姿勢表記にクォータニオンを用いることとする。クォータニオンは特異点をもたないため、大域的な姿勢表記に有効である^{9),10)}。

$$q \triangleq \begin{bmatrix} q_{13} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

ただし

$$q_{13} \triangleq \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

$$q_{13} \triangleq \lambda \sin \frac{\theta}{2}, \quad q_4 \triangleq \cos \frac{\theta}{2} \quad (23)$$

ここで、 $\lambda (\in R^{3 \times 1})$ はオイラーの回転軸ベクトルの機体座標系および慣性座標系での成分である。クォータニオンの4つの要素は従属関係にあり、つぎの拘束条件をもつ。

$$q^T q = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (24)$$

慣性系に対する姿勢角速度とクォータニオンとの関係は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt} q = \frac{1}{2} \Omega({}^N\omega^B) q = \frac{1}{2} \Phi(q) {}^N\omega^B \quad (25)$$

ただし、任意の $\omega \triangleq \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ および q に対し、演算子 $\Omega(\omega)$ および $\Phi(q)$ はそれぞれ次式で定義される。

$$\Omega(\omega) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\Phi(q) \triangleq \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

したがって、(13)、(25)式より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} q &= \frac{1}{2} \Omega({}^N\omega^B + J^{-1B} H^C I^{C/C*} \eta_1) q \\ &= \frac{1}{2} \Omega({}^N\omega^B) q + \frac{1}{2} \Phi(q) J^{-1B} H^C I^{C/C*} \eta_1 \end{aligned} \quad (28)$$

2.3 動力学モデル

任意の $r \triangleq \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix}^T$ に対し、演算子 $(\cdot)$ を

$$\tilde{r} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

により定義する。このとき、全系角運動量に関する動力学方程式は次式で表わされる。

$$\frac{d}{dt} {}^N h^D = -{}^N \tilde{\omega}^{BN} h^D + \tau + \eta_2 \quad (30)$$

ただし、 η_2 はガウス性ホワイトノイズであり

$$E[\eta_2(t)] = O_{n \times 1} \quad (31)$$

$$E[\eta_2(t) \eta_2^T(t')] = Q_2(t) \delta(t - t') \quad (32)$$

とする。さらに、 η_1 と η_2 は無相関、すなわち

$$E[\eta_1(t) \eta_2^T(t')] = O_{n \times 3} \quad (33)$$

とする。

2.4 姿勢センサモデル

衛星姿勢の観測値は次式で与えられるとする。

$$q_{obs} = q + v_1 \quad (34)$$

ただし、 v_1 はガウス性ホワイトノイズであり

$$E[v_1(t)] = O_{n \times 1} \quad (35)$$

$$E[v_1(t) v_1^T(t')] = R_1(t) \delta(t - t') \quad (36)$$

とする。より直接的な姿勢センサ出力は恒星、地球、太陽などの視線方向を表わすベクトルの成分であり、これらの観測ベクトルをもとに TRIAD や QUEST などのアルゴリズムを用いてクォータニオンが算出される^{11),12)}。(34)式は、これらの結果得られるクォータニオンの値である。

2.5 全系角運動量の疑似観測値

(25)式の両辺に左から $2\Phi^T(q)$ を掛け、 $\Phi^T(q)\Phi(q) = U_{3 \times 3}$ および $\Phi^T(q)q = O_{3 \times 1}$ の関係を用いると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} {}^N\omega^B &= 2\Phi^T(q) \frac{d}{dt} q = 2\Phi^T(q(t)) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t) - q(t - \Delta t)}{\Delta t} \\ &= - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2}{\Delta t} \Phi^T(q(t)) q(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、サンプリング時刻を t_k 、サンプリング周期を δt とし、さらに(37)式の q を2.6節に示される伝搬モデルによる推定値 $\hat{q}$ におきかえたものを姿勢角速度の観測値とみなす、すなわち

$${}^N\omega_{obs}^B(t_k) \triangleq - \frac{2}{\delta t} \Phi^T(\hat{q}(t_k)) \hat{q}(t_{k-1}) \quad (38)$$

全系角運動量は(8)式で与えられるが、本式において姿勢角速度を(38)式の ${}^N\omega_{obs}^B$ 、ホイール角速度を(10)式の ${}^B\omega_{obs}^C$ に置き換えたものを全系角運動量の観測値とみなす、すなわち

$${}^N h_{obs}^D \triangleq J^N \omega_{obs}^B + {}^B H^C I^{C/C*} {}^B \omega_{obs}^C \quad (39)$$

とする。ただし、(39)式の疑似的な観測値に含まれる誤差

$$v_2 \triangleq {}^N h_{obs}^D - {}^N h^D \quad (40)$$

は、ガウス性ホワイトノイズ、すなわち

$$E[v_2(t)] = O_{n \times 1} \quad (41)$$

$$E[v_2(t) v_2^T(t')] = R_2(t) \delta(t - t') \quad (42)$$

の関係を満たすとする。さらに、 v_1 と v_2 は無相関、すなわち

$$E[v_1(t) v_2^T(t')] = O_{4 \times 3} \quad (43)$$

とする。

2.6 プラントモデルまとめ

(28), (30), (34), (39)式をまとめると, つぎの状態方程式および観測方程式が得られる.

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t), \tau(t)) + g(x(t))w(t) \quad (44)$$

$$z(t_k) = p(x(t_k), x(t_{k-1}), v(t_k)) \quad (45)$$

ただし

$$x \triangleq \begin{bmatrix} q \\ N h^D \end{bmatrix}, z \triangleq \begin{bmatrix} q_{obs} \\ N h_{obs}^D \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$w \triangleq \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}, v \triangleq \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$f \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\Omega(N\omega^B)q \\ -N\tilde{\omega}^B N h^D + \tau \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$g \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\Phi(q)J^{-1B}H^C I^{C/C*} & O_{4 \times 3} \\ O_{3 \times 4} & U_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$p \triangleq \begin{bmatrix} q + v_1 \\ J^N \omega_{obs}^B + B^H C I^{C/C*} B \omega_{obs}^C \end{bmatrix} \quad (50)$$

また, $U_{i \times i}$ は i 次の単位行列である.

状態変数の伝搬には, (28), (30)式のノイズ成分をすべて0に置き換えたつぎの非線形状態方程式が用いられる.

$$\frac{d}{dt}\hat{q} = \frac{1}{2}\Omega(N\omega^B)\hat{q} \quad (51)$$

$$\frac{d}{dt}N\hat{h}^D = -N\tilde{\omega}^B N\hat{h}^D + \tau \quad (52)$$

ただし

$$N\omega^B \triangleq J^{-1N}\hat{h}^D - J^{-1B}H^C I^{C/C*} B \omega_{obs}^C \quad (53)$$

あるいは, (51), (52)式は等価的に

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = f(\hat{x}(t), \tau(t)) \quad (54)$$

のようにも記述される. ただし

$$\hat{x} \triangleq \begin{bmatrix} \hat{q} \\ N\hat{h}^D \end{bmatrix} \quad (55)$$

3. 誤差方程式

拡張カルマンフィルタには, 時間伝搬誤差を観測値に基づいて補正する過程が含まれるが, この補正量は, 誤差についての線形近似モデルをもとに決定される. 本節では, この線形近似された誤差方程式を導出する.

(44), (45)式で記述される非線形システムの状態変数を推定する必要があるが, 4つのクォータニオンの間には(24)式の拘束条件が成り立ち, 4変数すべてを状態変数として取り扱おうと, その誤差共分散行列の特異性により計算精度が劣化することが知られている. 特異点回避のため, Leffertsらが文献1)で提案した手法と同様に, 本研究でも状態変数を縮退させる方法を用いる. ただし, Leffertsらの方法では状態変数の時間伝播にジャイロセンサ出力からの姿勢角速度推定値を用いているに対し, 本研究ではホイール角速度センサ出力

をもとにした姿勢角速度推定値を用いている. また, Leffertsらの方法ではクォータニオンとジャイロドリフト項の誤差を状態変数とするのに対し, 本研究ではクォータニオンと衛星全体の角運動量の誤差を状態変数とする. このような相違により, 得られる誤差方程式は異なったものとなる.

3.1 縮退系の線形状態方程式

任意のクォータニオン $q \triangleq \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T$ に対しクォータニオンの逆数 q^{-1} を

$$q^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T \quad (56)$$

により定義する. これは, (23)式において θ を $-\theta$ と置き換えたものに等しい. また, 任意のクォータニオン q, q' に対し, 演算子 $\otimes$ を次式で定義する.

$$q \otimes q' \triangleq \begin{bmatrix} q_4 & q_3 & -q_2 & q_1 \\ -q_3 & q_4 & q_1 & q_2 \\ q_2 & -q_1 & q_4 & q_3 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 & q_4 \end{bmatrix} q' \quad (57)$$

ここで, クォータニオンの推定誤差を次式により定義する.

$$\delta q \triangleq q \otimes \hat{q}^{-1} \quad (58)$$

(58)式のようにクォータニオン推定誤差を乗法的に取り扱うことで, カルマンフィルタの更新過程において(24)式のノルム拘束条件が保存される利点がある^{10), 13), 14)}.

さらに, 全系角運動量および姿勢角速度の推定誤差をそれぞれ次式により定義する.

$$\delta^N h^D \triangleq N h^D - N \hat{h}^D \quad (59)$$

$$\delta^N \omega^B \triangleq N \omega^B - N \hat{\omega}^B \quad (60)$$

このとき, (8), (13), (52), (53), (59), (60)式より次式が得られる.

$$\delta^N \omega^B = J^{-1} \delta^N h^D - J^{-1B} H^C I^{C/C*} \eta_1 \quad (61)$$

ここで, つぎの補助変数を定義しておく.

$$N \bar{\omega}^B \triangleq \begin{bmatrix} N \omega^B \\ 0 \end{bmatrix}, \delta^N \bar{\omega}^B \triangleq \begin{bmatrix} \delta^N \omega^B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (62)$$

このとき, (58)式の導関数は次式のようにになる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta q &= \frac{1}{2} N \bar{\omega}^B \otimes \hat{q} \otimes \hat{q}^{-1} + \frac{1}{2} q \otimes N \bar{\omega}^B \otimes \hat{q}^{-1} \\ &= \frac{1}{2} (N \bar{\omega}^B \otimes \delta q - \delta q \otimes N \bar{\omega}^B) + \frac{1}{2} \delta^N \bar{\omega}^B \otimes \delta q \\ &= \begin{bmatrix} -N \bar{\omega}^B \delta q_{13} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \delta^N \bar{\omega}^B + o(|\delta^N \omega^B| |\delta q_{13}|) \end{aligned} \quad (63)$$

ただし

$$\delta q_{13} \triangleq \begin{bmatrix} \delta q_1 & \delta q_2 & \delta q_3 \end{bmatrix}^T \quad (64)$$

(63)式において2次の微小項 $o(|\delta^N \omega^B| |\delta q_{13}|)$ を無視し, (61)式を代入すれば, クォータニオンの誤差に関するつぎの線形

微分方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta q_{13} &\approx -N \tilde{\omega}^B \delta q_{13} + \frac{1}{2} J^{-1} \delta^N h^D \\ &\quad - \frac{1}{2} J^{-1B} H^C I^{C/C*} \eta_1 \end{aligned} \quad (65)$$

$$\frac{d}{dt} \delta q_4 \approx 0 \quad (66)$$

つぎに, 全系角運動量の誤差 $\delta^N h^D$ に関する線形微分方程式を導出する. まず, (30), (59)~(61)式より次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta^N h^D &= -(N \tilde{\omega}^B + \delta^N \tilde{\omega}^B)(\hat{h}^D + \delta^N h^D) + \tau + \eta_2 \\ &= -N \tilde{\omega}^B \hat{h}^D + \tilde{h}_D \delta^N \omega^B - N \tilde{\omega}^B \delta^N h^D \\ &\quad + \delta^N \tilde{\omega}^B \delta^N h^D + \tau + \eta_2 \end{aligned} \quad (67)$$

(52), (59), (67)式より角運動量推定誤差の導関数について次式が導かれる.

$$\frac{d}{dt} \delta^N h^D = \tilde{h}_D \delta^N \omega^B - N \tilde{\omega}^B \delta^N h^D + \delta^N \tilde{\omega}^B \delta^N h^D + \eta_2 \quad (68)$$

ここで, 2次の微小項 $\delta^N \tilde{\omega}^B \delta^N h^D$ を無視し, (61)式を代入すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta^N h^D &\approx (\tilde{h}_D J^{-1} - N \tilde{\omega}^B) \delta^N h^D \\ &\quad - \tilde{h}_D J^{-1B} H^C I^{C/C*} \eta_1 + \eta_2 \end{aligned} \quad (69)$$

(65), (69)式をまとめるとつぎの線形状態方程式が得られる.

$$\frac{d}{dt} \delta x = F \delta x + G w \quad (70)$$

ただし

$$\delta x \triangleq \begin{bmatrix} \delta q_{13} \\ \delta^N h^D \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$F \triangleq \begin{bmatrix} -N \tilde{\omega}^B & \frac{1}{2} J^{-1} \\ O_{3 \times 3} & \tilde{h}_D J^{-1} - N \tilde{\omega}^B \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$G \triangleq \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} J^{-1B} H^C I^{C/C*} & O_{3 \times 3} \\ -\tilde{h}_D J^{-1B} H^C I^{C/C*} & U_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (73)$$

(44)式のプラントモデルは7個の状態変数を持っていたが, (70)式の誤差方程式は独立な6個の状態変数を持っており, 線形化と同時に縮退化が行なわれたことがわかる.

3.2 縮退系の共分散行列

(44)式に含まれる7個の状態変数に対する共分散行列 P と(70)式の縮退後の6変数に対する共分散行列 $\bar{P}$ の関係は次式で表わされる.

$$\bar{P} = S^T(\hat{q}) P S(\hat{q}) \quad (74)$$

ただし

$$S(\hat{q}) \triangleq \begin{bmatrix} \Phi(\hat{q}) & O_{4 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & U_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (75)$$

縮退系のリカッチ行列微分方程式は, 次式のようになる.

$$\frac{d}{dt} \bar{P} = F \bar{P} + \bar{P} F^T + G Q G^T \quad (76)$$

4. 拡張カルマンフィルタ

時間伝播の前後の時刻をそれぞれ t_{k-1}, t_k とし, また観測値に基づいた推定値の更新の前後をそれぞれ (-) および (+) の添え字で表わすこととする. 以下, 拡張カルマンフィルタを用いた状態推定のフローを(1)~(6), および Fig. 1 に示す.

(1) 状態変数の伝播 (サンプリング時間での補正)

$$\hat{x}(t_k(-)) = \hat{x}(t_{k-1}(+)) + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(\hat{x}(\lambda), \tau(\lambda)) d\lambda \quad (77)$$

ただし, 実装アルゴリズムとしては, 時刻 t_{k-1} から t_k までの積分は, その間のホイール角速度サンプリング数に応じて離散化された系により実現される. ほかの伝搬過程(2),(6)においても同様に離散化される.

(2) 共分散行列の伝播 (サンプリング時間での補正)

$$\begin{aligned} \bar{P}(t_k(-)) &= \bar{P}(t_{k-1}(+)) + \int_{t_{k-1}}^{t_k} [F(\lambda) \bar{P}(\lambda) \\ &\quad + \bar{P}(\lambda) F^T(\lambda) + G(\lambda) Q(\lambda) G^T(\lambda)] d\lambda \end{aligned} \quad (78)$$

ただし, Q は w のインテンシティであり, (12), (32), (33)式より, 次式で与えられる.

$$Q(t) = \begin{bmatrix} Q_1(t) & O_{n \times 3} \\ O_{3 \times n} & Q_2(t) \end{bmatrix} \quad (79)$$

(3) カルマンゲインの計算

$$\begin{aligned} \bar{K}(t_k) &= \bar{P}(t_k(-)) \bar{H}^T(t_k(-)) [\bar{H}(t_k(-)) \bar{P}(t_{k-1}(-)) \\ &\quad \bar{H}^T(t_k(-)) + R(t_k)]^{-1} \end{aligned} \quad (80)$$

ただし

$$\bar{H}(t_k(-)) \triangleq S(\hat{q}(t_k(-))) \quad (81)$$

また, R は v のインテンシティであり, (36), (42), (43)式より, 次式で与えられる.

$$R(t_k) = \begin{bmatrix} R_1(t_k) & O_{4 \times 4} \\ O_{3 \times 3} & R_2(t_k) \end{bmatrix} \quad (82)$$

(4) 状態変数の更新

$$\begin{aligned} \delta x(t_k(+)) &= \begin{bmatrix} \delta q_{13}(t_k(+)) \\ \delta^N h^D(t_k(+)) \end{bmatrix} \\ &= \bar{K}(t_k) [z(t_k) - \hat{x}(t_k(-))] \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \hat{q}(t_k(+)) &= \begin{bmatrix} \delta q_{13}(t_k(+)) \\ 1 - \delta q_{13}^T(t_k(+)) \delta q_{13}(t_k(+)) \end{bmatrix} \\ &\quad \otimes \hat{q}(t_k(-)) \end{aligned} \quad (84)$$

$$\hat{h}^D(t_k(+)) = \hat{h}^D(t_k(-)) + \delta^N h^D(t_k(+)) \quad (85)$$

$$\hat{x}(t_k(+)) = \begin{bmatrix} \hat{q}(t_k(+)) \\ \hat{h}^D(t_k(+)) \end{bmatrix} \quad (86)$$

Fig. 1 Time chart

(5) 共分散行列の更新

$$\bar{P}(t_k(+)) = (U_{6 \times 6} - \bar{K}(t_k)\bar{H}(t_k))\bar{P}(t_k(-)) \quad (87)$$

(6) 状態変数の伝播 (遅延時間の補正)

$$\begin{aligned} \hat{x}(t_k + \Delta t_{dly}) = & \hat{x}(t_k(+)) \\ & + \int_{t_k}^{t_k + \Delta t_{dly}} f(\hat{x}(\lambda), \tau(\lambda)) d\lambda \end{aligned} \quad (88)$$

ただし, Δt_{dly} は, 姿勢センサ内部処理や制御系演算で生じる遅延時間であり, 本補正を行なうことで, アクチュエータ動作時刻における状態変数の推定値を得る. 結局, 時刻 $t_k + \Delta t_{dly}$ の姿勢推定値は(88)式の $\hat{q}(t_k + \Delta t_{dly})$ および ${}^N\hat{h}^D(t_k + \Delta t_{dly})$ を(53)式に代入して得られる ${}^N\hat{\omega}^B(t_k + \Delta t_{dly})$ となる.

5. 数値解析

5.1 数学モデル

提案する手法の有効性を数値解析により確認する. 2002年冬期に宇宙開発事業団 (NASDA) が打ち上げ予定の地球観測技術衛星 (ADEOS-II) の数学モデルを用いて数値解析を行なう. ADEOS-II は, 質量約 3500 kg の大型 3 軸姿勢制御衛星であり, 衛星内部にスキュー配置された 4 台のリアクションホイールで地球指向制御を行なう. ただし, 実際の ADEOS-II は地球センサ出力とジャイロセンサ出力より姿勢決定を行なうため, 姿勢センサ数学モデルとしてはこれに代わって, 現在製品化されているスタートラッカにより十分実現しうるス

ベックとして, 更新周期 0.25 s, クォータニオンの観測ノイズ 1×10^{-4} (1σ) を設定する. また, ホイール角速度サンプリング周期および姿勢制御周期はいずれも 0.25 s とする.

また, 提案する手法はホイールのロストルク特性と密接に関わるため, この部分のモデル化を注意深く行なう必要がある. これについては, ADEOS-II とほぼ同じ姿勢制御系をもつ地球観測プラットフォーム技術衛星 (ADEOS) のテレメトリデータを解析し, モデル化に反映する. ホイール角速度対ロストルクの関係は文献^{8), 15), 16)}に示されるように 1 次直線として近似され, ホイールスピードループはこの関係よりロストルクを推定してフィードフォワード的に吸収する. しかし, ホイールベアリング部温度, ベアリングレース面オイル量等の変動により潤滑状態も変動し, 実際のロストルク特性はスピードループのもつ 1 次直線パラメータからずれを生じる. また, タコパルスセンサの観測ノイズによっても残差が生じ, これらが姿勢変動を生じさせる. 8000 時間のテレメトリ解析結果より, ロストルクバイアス成分はスピードループのもつ公称値 0.001 Nm に対し 10% 程度の誤差をもち, また角速度比例定数も公称値 3×10^{-6} Nm/rpm に対し 10% 程度の誤差をもっており, さらに誤差は時間変動することが確かめられた. これらを模擬するため, ロストルクモデルは, 公称値に対してバイアス誤差 10% とランダム誤差 1×10^{-4} Nm(1σ) をもつものとした.

また, ADEOS-II, ADEOS いずれも軌道高度約 900 km の円軌道にあり, 主な外乱トルクは重力傾度トルクである. 外力モデルにおいてもこれを考慮する. 厳密に地球指向され

ていと仮定して得られる重力傾度トルクを(77)式の既知外部入力 η として取り扱う。この場合、姿勢変動によって生じる重力傾度トルクの変動分が η_2 に相当する。

5.2 解析結果

Fig. 2にホイール角速度の真値と実測値, Fig. 3に機体軸まわりに換算したホイールロストルクと重力傾度トルクを示す。ホイールロストルクは重力傾度トルクと比べそのバイアス値および変動が大きい。穏やかなロストルクの増減は、重力傾度トルクを吸収することでホイール角速度が長周期で変動することによるもので、数10秒周期の変動は姿勢偏差フィードバックを行なうためのものである。また、ロストルクの不連続的な変動は、ホイールがゼロクロスしたときに生じる。

つぎに Fig. 4, 5にそれぞれ軌道座標系からみた姿勢角速度およびオイラー角を示す。なお、慣性座標系からみた場合は、ピッチ軸まわりには地球指向制御のために約0.06 deg/sのバイアス角速度をもっている。初期の乱れは推定フィルタおよび制御系の過渡応答によるもので、200s以降の定常状態における姿勢決定精度および制御性能をTable 1に示す。ADEOS-IIの場合、姿勢決定精度要求値、制御性能要求値は、制御モード、軸によって異なるが、最も厳しいもので決定精度0.05 deg(3σ)、安定度0.003 deg/s(3σ)、制御精度0.1 deg(3σ)程度であり、Table 1に示す解析結果は、これらを満たすことがわかる。

6. 結 論

本論文では、姿勢センサ出力とホイール角速度出力からジャイロレスで姿勢推定する手法を提案した。本手法では、全系角運動量推定値およびホイール角速度観測値から代数関係式を用いて姿勢角速度を計算し、これより衛星姿勢を表わすクォータニオンの時間伝搬を行なう。また、センサノイズおよび重力傾度トルクを考慮し、拡張カルマンフィルタによる推定系を構成した。重力傾度トルクの不確定成分を全系角運動量力学モデルへのプロセスノイズと考えるが、これの非ガウス性により全系角運動量推定値に長周期でバイアス誤差が生じるのを防ぐために、粗いサンプリング周期でのクォータニオンの差分量をもとにした全系角運動量疑似観測値を伝搬誤差の補正に用いる。

最後に、数値解析の一例を示した。センサモデル、ホイールロストルク特性等について実機モデルを反映して解析を行なった。ジャイロレスであるにもかかわらず、十分な姿勢決定精度が達成されることが確かめられた。

参 考 文 献

- 1) E. J. Lefferts, F. L. Markley and M. D. Shuster: Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation, J. of Guidance, 5-5, 417/429 (1982)
- 2) J. R. Wertz, (ed.): Spacecraft Attitude Determination and Control, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland (1978)
- 3) R. Azor, I. Y. Bar-Itzhack and R. R. Harman: Satellite

Fig. 2 Wheel angular velocity

Fig. 3 Disturbance torque

Fig. 4 Attitude angular velocity

Fig. 5 Attitude angle

Table 1 Simulation results

			Roll	Pitch	Yaw
Attitude Determination Accuracy	Angular Velocity [deg/s]	3σ	0.0005	0.0006	0.0004
		MAX	0.0006	0.0006	0.0004
	Angle [deg]	3σ	0.0096	0.0102	0.0087
		MAX	0.0106	0.0097	0.0105
Attitude Control Accuracy	Angular Velocity [deg/s]	3σ	0.0016	0.0016	0.0009
		MAX	0.0031	0.0037	0.0017
	Angle [deg]	3σ	0.0392	0.0310	0.0196
		MAX	0.0694	0.0601	0.0348

Angular Rate Estimation from Vector Measurements, J. of Guidance, Control, and Dynamics, **21**-3, 450/457 (1998)

- 4) I. Kim, J. Kim and S. Lim: Kalman Filtering Using The Quaternion Extracted From Vector Measurements, AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, San Diego, AAS01-142 (2001)
- 5) J. L. Crassidis and F. L. Markley: Predictive Filtering for Attitude Estimation Without Rate Sensors, J. of Guidance, Control, and Dynamics, **20**-3, 522/527 (1997)
- 6) J. L. Crassidis and F. L. Markley: Minimum Model Error Approach for Attitude Estimation, J. of Guidance, Control, and Dynamics, **20**-6, 1241/1247 (1997)
- 7) D. J. Mook: Robust Attitude Determination Without Rate Gyros, Proceedings of the AAS/GSFC International Symposium on Space Flight Dynamics, NASA Goddard Space Flight Center, AAS93-299 (1993)
- 8) Bill Bialke: High Fidelity Mathematical Modeling of Reaction Wheel Performance, 21st Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference, AAS98-063 (1998)
- 9) R. G. Reynolds: Quaternion Parameterization and a Simple Algorithm for Global Attitude Estimation, J. of Guidance, **21**-4, 669/671 (1998)
- 10) M. D. Shuster: A Survey of Attitude Representations, J. of Astronautical Sciences, **41**-4, 439/517 (1993)
- 11) M. D. Shuster and S. D. Oh: Three-Axis Attitude Determination from Vector Observation, J. of Guidance and Control, **4**-1, 70/77 (1981)
- 12) F. L. Markley: Attitude Determination Using Vector Observations: A Fast Optimal Matrix Algorithm, J. of Astronautical Sciences, **41**-2, 261/280 (1993)
- 13) J. T. Wen and K. K. Delgado: The Attitude Control Problem, IEEE Trans. on Automatic Control, **36**-10, 1148/1162 (1991)
- 14) M. D. Shuster: The Quaternion in the Kalman Filter, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, AAS93-553 (1993)
- 15) B. Bialke: A Complication of Reaction Wheel Induced Spacecraft Disturbances, 20th Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference, Colorado, AAS97-038 (1997)
- 16) R. Bauer: EUVE Reaction Wheel Assembly In-Flight Performance, 20th Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference, Colorado, AAS97-071 (1997)

[著者紹介]

谷 脇 滋 宗

1999 年東京工業大学大学院機械物理工学専攻博士課程修了。同年宇宙開発事業団招聘研究員、現在に至る。宇宙機の姿勢制御の研究に従事（博士（工学））。

狼 嘉 彰（正会員）

1968 年東京工業大学大学院電気工学専攻博士課程修了。航空宇宙技術研究所主任研究官、東京工業大学機械宇宙学科教授などを経て、2000 年より慶應義塾大学教授、兼、宇宙開発事業団技術研究本部技術総監、現在に至る。宇宙システム工学、宇宙ロボティクス等の研究に従事（工学博士）。