サンプル値区分的アファインシステムの最適制御と CPUの高速・省電力化制御への応用†

東 俊 一*・井 村 順 一*

Optimal Control of Sampled-Data Piecewise Affine Systems
and Its Application to High-Speed and Energy-Saving Control of CPU†

Shun-ichi AZUMA* and Jun-ichi IMURA*

This paper discusses the optimal continuous-time control problem of a class of continuous-time piecewise affine (PWA) systems with the sampled-data autonomous switching, which we call here the sampled-data PWA systems. First, the optimal continuous-time controller is derived for the finite-time optimal control problem. Next, as an application of this approach, we formulate the high-speed and energy-saving control problem of the CPU processing, and show the validity of the approach by simulation.

Key Words: hybrid systems, sampled-data, piecewise affine systems, optimal control, controllability

1. はじめに

近年、連続ダイナミクスと離散ダイナミクスが混在したハイブリッドシステムに対して、システム制御の分野では、最適制御に関する研究が多くなされている。たとえば、Bemporadらの混合論理動的 (MLD) システムを混合整数計画問題に帰着させるもの^{1),2)}や、Sussmann, Piccoli, Riedingerらの最大原理によるもの^{3)~6)}、Branickyら、Rantzerら、Xuら、Hedlundらの動的計画法によるもの^{7)~11)}など、すでにいくつかの結果が得られている。このうち、Bemporadらの手法は、適用範囲が広く、最適制御則が初期状態の関数として陽に得られるという特長がある。しかしながら、離散時間システムを対象として、混合整数計画問題に帰着させて解くために、連続時間システムを扱おうとすると、必然的にサンプリング周期を小さくせざるを得ないが、そうした場合、混合整数計画問題のNP-困難性から計算量が爆発的に増大するという問題を抱えている。さらに、サンプル点間の状態と制御入力の影響を考慮できないため、必ずしも所望の制御性能が得られるとはいえない。

一方、Silvaらによってサンプル値ハイブリッドオートマタ¹²⁾が、また、Imuraによってサンプル値区分的アファイン

システム¹³⁾ (以下、SD-PWA システムと略記) が提案されている。これらは、モード切換えの判定が、ある一定の時間間隔 (スイッチング期間) ごとに設けられたスイッチング時刻のみで行なわれる連続時間システムであり、たとえば、バルブの開閉など、デジタル装置によってモード切換えの判定をする場合に適している。このうち、SD-PWA システムに対しては、各モードに割当てられた状態方程式が、すべて可制御ならば、システム全体が可制御となることが知られており、この限られた条件のもとに最適制御問題が解かれているが¹³⁾、一般的なシステムに対する最適制御問題の解は得られてはいない。一方で、著者らは、このシステムに対し、連続/離散時間と連続/離散状態という4つの観点から、連続状態可制御性、モード可制御性、ハイブリッド状態可制御性、サンプル値可制御性の4つを定義し、これらの相互関係や判定方法を与えた¹⁴⁾。

そこで本論文では、各モードに割当てられた状態方程式が可制御とは限らない一般的なSD-PWAシステムに対し、サンプル点間の状態と制御入力の影響を考慮に入れた有限時間の最適制御問題の解を与える。また、ここでの結果をCPUの高速・省電力化制御問題に応用し、その有効性を示す。

なお本論文では、 $\mathcal{R}$ は実数の集合、 $\mathcal{N}$, $\mathcal{N}_+$ はそれぞれ非負、正の整数からなる有限集合、 PC は区分的連続な関数の集合を表わし、 $\text{span}(V)$ で、行列 V の列ベクトルの1次結合によって張られる空間を、 $\text{blockdiag}\{O_1, \dots, O_l\}$ で、行列 $O_1, \dots, O_l$ を対角ブロックに持つブロック対角行列を、 $\lambda_i(O)$ で正方行列 O の i 番目に大きい固有値を表わす。また、0でスカラの0と零行列の両方を表わすこととす

† 第3回制御部門大会で発表 (2003・5)

* 東京工業大学大学院情報理工学研究所
東京都目黒区大岡山 2-12-1

* Graduate School of Information Science and Engineering,
Tokyo Institute of Technology; 2-12-1, O-okayama,
Meguro-ku, Tokyo
(Received January 17, 2003)
(Revised July 16, 2003)

るが、特にサイズを明示する必要がある場合には、 $0_{n \times m}$ や 0_n (正方行列の場合) のように記す。

2. SD-PWA システム

SD-PWA システム $\Sigma_{sd}(h)$ は

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{I(t)}x(t) + B_{I(t)}u(t) + a_{I(t)} \\ I(t) &= I(t_k) \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \\ \begin{cases} x(t_{k+1}) = \phi(h, I(t_k), x(t_k)) \\ I(t_{k+1}) = I_+ \quad \text{if } x(t_{k+1}) \in \mathcal{S}_{I_+} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

で与えられる¹³⁾。ここで、 $x \in \mathcal{R}^n$ は連続状態、 $I \in \mathcal{M} (= \{0, 1, \dots, M-1\})$ は離散状態 (もしくは、モード)、 $M \in \mathcal{N}_+$ は離散状態の数、 $u \in \mathcal{R}^m$ は制御入力、 $h \in \mathcal{R}$ はスイッチング期間、 $t_k = kh$ ($k \in \mathcal{N}$) はスイッチング時刻、 $I_+ \in \mathcal{M}$ はスイッチング時刻 t_{k+1} における離散状態、 $A_I \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 、 $B_I (\neq 0) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ 、 $a_I \in \mathcal{R}^n$ はモードごとに割当てられた定数行列を表すものとし、 $(I, x) \in \mathcal{M} \times \mathcal{R}^n$ をハイブリッド状態と呼ぶ。 $\phi(h, I(t_k), x(t_k))$ は、初期状態 $x(t_k)$ から h 時刻後のモード $I(t_k)$ に割当てられた状態方程式の解を表わし、モード I に割当てられた状態集合を $C_I \in \mathcal{R}^{p_I \times n}$ 、 $\hat{C}_I \in \mathcal{R}^{\hat{p}_I \times n}$ 、 $d_I \in \mathcal{R}^{p_I}$ 、 $\hat{d}_I \in \mathcal{R}^{\hat{p}_I}$ を用いて

$$\mathcal{S}_I = \{x \in \mathcal{R}^n \mid C_I x + d_I \leq 0, \hat{C}_I x + \hat{d}_I < 0\} \quad (2)$$

で与えるものとする。ここで、不等号は各要素ごとの大小関係を表わす。また、 $\bigcup_{I \in \mathcal{M}} \mathcal{S}_I = \mathcal{R}^n$ 、および、 $I \neq J$ を満たす任意の $I, J \in \mathcal{M}$ に対し、 $\mathcal{S}_I \cap \mathcal{S}_J = \emptyset$ を仮定する。この仮定によって、(1) 式と $\mathcal{S}_I$ が 1 対 1 に対応付けられ、任意の $u \in \mathcal{PC}$ に対して、 $\Sigma_{sd}(h)$ の解の一意性が保証される。たとえば、 $c_1, c_2 \in \mathcal{R}^{1 \times n}$ とすれば、 $M=3$ のとき、 $\mathcal{S}_0 = \{x \in \mathcal{R}^n \mid c_1 x \leq 0\}$ 、 $\mathcal{S}_1 = \{x \in \mathcal{R}^n \mid -c_1 x < 0, c_2 x < 0\}$ 、 $\mathcal{S}_2 = \{x \in \mathcal{R}^n \mid -c_1 x < 0, -c_2 x \leq 0\}$ は、この仮定を満たすことに注意されたい。

このシステムでは、モード切換えの判定はシステムに組み込まれたデジタル機器によって、 h 時刻ごとに訪れるスイッチング時刻 t_k のみで行なわれ、 t_k 以外の時刻では、 (I, x) にかかわらずモードの切換えは生じないことに注意されたい。なお、 I は離散状態を表わすのに対し、ボールド体の $\mathbf{I}$ で単位行列を表わすこととし、特にサイズを明示する必要がある場合には $\mathbf{I}_n$ のように記す。

3. 連続時間最適制御

3.1 問題設定

つぎの最適制御問題を考える。ただし、 $f \in \mathcal{N}_+$ は終端時刻直前までのモード切換えの判定回数を表わし、 $k \leq f-1$ のときは $t_k = kh$ とするが、終端時刻 t_f は必ずしもスイッチング時刻を表わすものとはせず、 $\varepsilon_f \in (0, h]$ を用いて、 $t_f = (f-1)h + \varepsilon_f$ で与えられるものとする。

[問題 1] $\Sigma_{sd}(h)$ に対し、初期状態 $(I_0, x_0) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}_{I_0}$ 、終端状態 $x_f \in \mathcal{R}^n$ 、オフセット入力 $u_f \in \mathcal{R}^m$ 、重み

行列 $Q \geq 0$ 、 $R > 0$ 、 $\bar{S}_{I,J} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 、終端時刻 $t_f \in (0, \infty)$ が任意に与えられているものとする。このとき、 $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$ 、 $x(t_f) = x_f$ を満たし、つぎの評価関数を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ を求めよ。

$$\begin{aligned} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u) &= \int_0^{t_f} (x(t) - x_f)^T Q (x(t) - x_f) \\ &\quad + (u(t) - u_f)^T R (u(t) - u_f) dt \\ &\quad + \sum_{k=0}^{f-1} (\bar{x}(t_{k+1}) - \bar{x}_f)^T \bar{S}_{I(t_k)I(t_{k+1})} (\bar{x}(t_{k+1}) - \bar{x}_f) \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 $Q \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 、 $R \in \mathcal{R}^{m \times m}$ 、 $\bar{x} := [x^T \ 1]^T$ 、 $\bar{x}_f := [x_f^T \ 1]^T$ である。□

これは有限時間の最適制御問題で、(3) 式右辺の第 1 項は連続状態と制御入力の 2 次形式の評価関数である。第 2 項はスイッチング時刻 t_{k+1} における連続状態に対する評価関数を表わしているが、 $\Sigma_{sd}(h)$ ではスイッチング時刻においてのみモード切換えが発生するので、実際は離散状態の評価関数となっている。たとえば、 $I(t_k) = 0$ 、 $I(t_{k+1}) = 1$ というモード遷移をできるだけ実現 (回避) したいという設計仕様が与えられた場合は、重み $\bar{S}_{01}$ の固有値が小さく (大きく) なるように $\bar{S}_{01}$ を設定すればよく、このようにして離散状態への設計仕様を満足させられる。

(注意) 任意の $I_f \in \mathcal{M}$ が与えられ、終端状態として、離散状態 $I(t_f) = I_f$ やハイブリッド状態 $(I(t_f), x(t_f)) = (I_f, x_f)$ のようにハイブリッド状態が指定される場合も、問題 1 と同様にして解が得られるので割愛する。

3.2 準備：アファインシステムの有限時間最適制御

$\Sigma_{sd}(h)$ では、モード切換えの判定はスイッチング時刻 t_k のみで行なわれることから、時間区間 $t \in [t_k, t_{k+1})$ での、 $\Sigma_{sd}(h)$ の振る舞いはアファインシステムと同じである。そこで、本節では準備として、アファインシステムの終端固定の有限時間最適制御問題の解を与えておく。

[問題 2] アファインシステム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + a \quad (4)$$

に対し、初期状態 $x_0 \in \mathcal{R}^n$ 、終端状態 $x_f \in \mathcal{R}^n$ 、重み行列 $Q \geq 0$ 、 $R > 0$ 、終端時刻 $t_f \in (0, \infty)$ が任意に与えられているものとする。このとき、 $x(t_0) = x_0$ 、 $x(t_f) = x_f$ を満たし、つぎの評価関数を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ を求めよ。

$$\mathbb{J}(x_0, x_f, u) = \int_{t_0}^{t_f} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (5)$$

ただし、 $x \in \mathcal{R}^n$ は状態、 $u \in \mathcal{R}^m$ は制御入力である。また、 $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 、 $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ 、 $a \in \mathcal{R}^n$ 、 $Q \in \mathcal{R}^{n \times n}$ 、 $R \in \mathcal{R}^{m \times m}$ であり、 $B \neq 0$ とする。□

ここでは、 (A, B) の可制御性や可安定性に関する仮定は設けていないことに注意する。そのため、以下の記号を定義する。まず、 $V := [B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B]$ 、 $r := \text{rank } V$ とし、 V^* を、 $r = \text{rank } V^*$ を満たすように V の列ベクトルの中から選ばれた r 本の列ベクトルで構成される行列、 $V^\#$

を, $T := [V^* \ V^\#] \in \mathcal{R}^{n \times n}$ としたとき, T を正則にするように適当に選ばれた $n-r$ 本の列ベクトルで構成される行列とする. この T は, $x = Tz$ の座標変換によって, (4) 式を可制御なサブシステムと不可制御なサブシステムに分解するものである. また, (4) 式の表記を簡単にするために, $\bar{x} := [x^T \ 1]^T$ とし

$$\bar{A} := \begin{bmatrix} A & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)} \quad \bar{B} := \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times m} \quad (6)$$

とする. これによって, (4) 式は $\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u$ と表わすことができる. つぎに, 座標変換行列 $\bar{T} := \text{blockdiag}\{T, 1\}$ を定め, 加えて, 与えられた Q に対して, $\bar{Q} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ を, $T^T Q T$ の r 次の主座小行列と $\bar{T}^T \bar{Q} \bar{T}$ の r 次の主座小行列が等しくなるように選ばれた対称行列とし

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} := T^T Q T \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{12}^T & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix} := \bar{T}^T \bar{Q} \bar{T}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{12}^a \\ 0 & A_{22} & A_{22}^a \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} := \bar{T}^{-1} \bar{A} \bar{T}$$

$$\bar{B} = [\mathcal{B}_1^T \ 0]^T := \bar{T}^{-1} \bar{B}$$

とする. ただし, $Q_{11} \in \mathcal{R}^{r \times r}$, $A_{11} \in \mathcal{R}^{r \times r}$, $A_{22} \in \mathcal{R}^{(n-r) \times (n-r)}$, $B_1 \in \mathcal{R}^{r \times m}$ である. ここで, $Q \geq 0$ から $Q_{11} \geq 0$ であり, また (A_{11}, B_1) は可制御である. 加えて, 任意の $Q \geq 0$ に対し, 上記の仮定を満たす $\bar{Q}$ は必ず存在することに注意されたい (具体的な $\bar{Q}$ は補題 1 で示す). このとき, 問題 2 に関連したつぎの結果が得られる.

[補題 1] つぎのリカッチ代数方程式を考える.

$$\bar{P} \bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} - \bar{P} \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T \bar{P} + \bar{Q} = 0 \quad (7)$$

このとき, $\bar{A}$, $\bar{B}$ と与えられた $Q \geq 0$, $R > 0$ に対して,

(S1) 任意の $i \in \{1, 2, \dots, n+1-r\}$, $j \in \{1, 2, \dots, r\}$ に対して, $\lambda_i(\bar{A}_{22}) + \lambda_j(\bar{A}_{11}) \neq 0$ となるつぎの方程式の実対称解 $\Pi_{11} \in \mathcal{R}^{r \times r}$ が存在する. ここで, $\bar{A}_{11} := A_{11} - B_1 R^{-1} B_1^T \Pi_{11}$ である.

$$\Pi_{11} A_{11} + A_{11}^T \Pi_{11} - \Pi_{11} B_1 R^{-1} B_1^T \Pi_{11} + Q_{11} = 0 \quad (8)$$

が満たされ, $\Pi_{12} := [I_r \ 0] \bar{T}^T \bar{P} \bar{T} [0 \ I_{n+1-r}]^T \in \mathcal{R}^{r \times (n+1-r)}$,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{12}^T & \Omega_{22} \end{bmatrix} := -\Pi_{12}^T \bar{A}_{12} - \bar{A}_{12}^T \Pi_{12} + \Pi_{12}^T B_1 R^{-1} B_1^T \Pi_{12} \quad (9)$$

$\Omega_{11} \in \mathcal{R}^{(n-r) \times (n-r)}$ とするとき, (i), (ii) が成り立つ.

(i) $\bar{Q}$ をつぎのように与える.

$$\bar{Q} := \bar{Q}^A - \bar{Q}^B \quad (10)$$

$$\bar{Q}^A := \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{Q}^B := \bar{T}^{-T} \left(\bar{T}^T \bar{Q}^A \bar{T} - \begin{bmatrix} 0_r & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \right) \bar{T}^{-1}$$

このとき, (7) 式の実対称解 $\bar{P} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ が存在する. ここで, $\bar{T} := \text{blockdiag}\{0_r, I_{n-r}, 0\} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ である.

(ii)

(S2) $r = n$, もしくは任意の $i, j \in \{1, 2, \dots, n-r\}$ に対して, $\lambda_i(A_{22}) + \lambda_j(A_{22}) \neq 0$.

が満たされるとき, $\bar{Q}$ をつぎのように与える.

$$\bar{Q} := \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$q := \begin{cases} \Omega_{22} & \text{if } r = n \\ \Omega_{22} - (\Pi_{22}^{12})^T A_{22}^a - (A_{22}^a)^T \Pi_{22}^{12} & \text{if } r \neq n \end{cases}$$

このとき, (7) 式の実対称解 $\bar{P} \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ が存在する. ここで, $\Pi_{22}^{12} := [0_{(n-r) \times r} \ I_{n-r} \ 0] \bar{T}^T \bar{P} \bar{T} [0_{1 \times n} \ 1]^T \in \mathcal{R}^{n-r}$ である ($r \neq n$ のとき).

(証明) 付録 A を参照されたい. ■

補題 1 は, (S1) のもとで, $\bar{Q}$ を (10), (11) 式のように与えれば, (7) 式の実対称解 $\bar{P}$ の存在が保証されることを示している. ここで, $\bar{Q}$ を (10) 式で与えれば, (S2) の成否にかかわらず, 実対称解 $\bar{P}$ の存在は保証されるが, (S2) が成り立つときには $\bar{Q}$ を (11) 式で与えても実対称解 $\bar{P}$ の存在が保証されることに注意する. これは, 問題 2 の解を与える際に本質的な違いをもたらすわけではないが, (S2) が満たされるときは, $\bar{Q}$ を (11) 式で与えた (7) 式の実対称解 $\bar{P}$ を用いたほうが, より扱いやすい形で解を得ることができる.

補題 1 から, 問題 2 の解として, つぎが得られる.

[補題 2] 問題 2 に対し, (S1) が満たされるとする. また, $\bar{x}_0 := [x_0^T \ 1]^T$, $\bar{x}_f := [x_f^T \ 1]^T$, $\bar{V} := [\bar{B} \ \bar{A} \bar{B} \ \dots \ \bar{A}^n \bar{B}]$ とし, そのほかの記号は補題 1 と同様に定義されているものとする. このとき

$$\bar{x}_f - e^{\bar{A}(t_f - t_0)} \bar{x}_0 \in \text{span}(\bar{V}) \quad (12)$$

を満たす任意の初期状態 $x_0 \in \mathcal{R}^n$, 終端状態 $x_f \in \mathcal{R}^n$ に対して, (i), (ii) が成り立つ.

(i) $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$ を満たし, (5) 式の $\mathbb{J}(x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in PC$ と, $\mathbb{J}(x_0, x_f, u)$ の最小値は

$$u^*(t) = -R^{-1} \bar{B}^T \bar{P} \bar{x}(t) - R^{-1} \mathcal{B}_1^T e^{-\bar{A}_{11}^T(t-t_0)} \mathcal{W}_{11}^{-1} \zeta \quad (13)$$

$$\mathbb{J}^* = \bar{x}_0^T (\bar{P} + \Phi) \bar{x}_0 - \bar{x}_f^T \bar{P} \bar{x}_f + \zeta^T \mathcal{W}_{11}^{-1} \zeta \quad (14)$$

で与えられる. ただし, $\bar{P}$ は $\bar{Q}$ を (10) 式で与えたときの (7) 式の実対称解で, $\mathcal{W}_{11}$, ζ , Φ は, $\bar{A} := \bar{A} - \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T \bar{P}$, $\bar{T} := [0 \ I_{n+1-r}] \bar{T}^{-1}$ を用いて, つぎのように与えられる.

$$\mathcal{W}_{11} := \int_0^{t_f - t_0} e^{-\bar{A}_{11} t} \mathcal{B}_1 R^{-1} \mathcal{B}_1^T e^{-\bar{A}_{11}^T t} dt \quad (15)$$

$$\zeta := [I_r \ 0] \bar{T}^{-1} (\bar{x}_0 - e^{-\bar{A}(t_f - t_0)} \bar{x}_f) \quad (16)$$

$$\Phi := \bar{T}^T \int_{t_0}^{t_f} e^{\bar{A}_{22}^T(t-t_0)} \left(\begin{bmatrix} Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \Omega \right) e^{\bar{A}_{22}(t-t_0)} dt \bar{T} \quad (17)$$

(ii) (S2) が満たされるとき, $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$ を満たし, (5) 式の $\mathbb{J}(x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in PC$ と $\mathbb{J}(x_0, x_f, u)$ の最小値は, $\bar{Q}$ を (11) 式で与えたときの (7) 式の実対称解 $\bar{P}$ と (15), (16) 式を用いて, (13) 式と

$$\mathbb{J}^* = \bar{x}_0^T \bar{P} \bar{x}_0 - \bar{x}_f^T \bar{P} \bar{x}_f + \zeta^T \mathcal{W}_{11}^{-1} \zeta - q(t_f - t_0) \quad (18)$$

で与えられる.

(証明) まず, (12) 式は, (4) 式に対し, $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$ を満たす $u \in PC$ の存在を保証している. これを示すために, $\bar{A}$ に対し, $e^{\bar{A}t}$ は, $\psi_i(t) \in \mathcal{R}$ ($i = 1, 2, \dots, n+1$) を適当な時間関数として, $e^{\bar{A}t} = \psi_1(t)\mathbf{I} + \psi_2(t)\bar{A} + \dots + \psi_{n+1}(t)\bar{A}^n$ と表わせることに注意すると, 初期状態 x_0 から $t_f - t_0$ 時刻後に可到達な状態 $x(t_f)$ は

$$[x^T(t_f) \ 1]^T = e^{\bar{A}(t_f - t_0)} \bar{x}_0 + \bar{V}\bar{U}$$

で表わされる. ここで, $\bar{U} := [\bar{\mu}_1^T \ \bar{\mu}_2^T \ \dots \ \bar{\mu}_{n+1}^T]^T$, $\bar{\mu}_i := \int_0^{t_f - t_0} \psi_i(t_f - t_0 - \tau)u(\tau)d\tau$ であり, $\bar{U}$ は入力に相当する係数ベクトルを表わしている. 与えられた $x_0 \in \mathcal{R}^n$, $x_f \in \mathcal{R}^n$ に対し, (12) 式を満たすことと, $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$ を満たす $u \in PC$ が存在することは等価となる. したがって, (12) 式は, 問題 2 の可解条件となっていることに注意して, (i) の証明を行なう.

いま, (S1) が満たされているので, 補題 1(i) から, 与えられた $Q \geq 0$ に対し, (10) 式の $\bar{Q}$ を定めれば, (7) 式の実対称解 $\bar{P}$ が存在する. したがって, (7) 式から, (5) 式は

$$\mathbb{J}(x_0, x_f, u) = \int_{t_0}^{t_f} \bar{x}^T \bar{Q} \bar{x} + u^T R u + \bar{x}^T \bar{Q}^B \bar{x} dt \quad (19)$$

$$= \bar{x}^T(t_0) \bar{P} \bar{x}(t_0) - \bar{x}^T(t_f) \bar{P} \bar{x}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \|u + R^{-1} \bar{B}^T \bar{P} \bar{x}\|_R^2 dt + \int_{t_0}^{t_f} \bar{x}^T \bar{Q}^B \bar{x} dt \quad (20)$$

となり, 第 1 項, 第 2 項は定数となる. また, 第 4 項は $\bar{Q}^B$ の定義と $\bar{T}\bar{x}(t) = e^{\bar{A}22(t-t_0)} \bar{T}\bar{x}(t_0)$ の関係が成り立つことを考慮すれば, $\int_{t_0}^{t_f} \bar{x}^T \bar{Q}^B \bar{x} dt = \bar{x}^T(t_0) \Phi \bar{x}(t_0)$ と定数となるので, あとは $R > 0$ に注意して, 第 3 項を最小にする u を求めればよいことになる. そのために, $v = u + R^{-1} \bar{B}^T \bar{P} \bar{x}$ とすれば, 第 3 項を最小にする $u \in PC$ を求める問題は $\dot{\bar{x}} = (\bar{A} - \bar{B}R^{-1} \bar{B}^T \bar{P})\bar{x} + \bar{B}v$ に対し, $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$, $\bar{x}(t_f) = \bar{x}_f$ を満たし, 評価関数 $\hat{\mathbb{J}} = \int_{t_0}^{t_f} v^T R v dt$ を最小にする問題 (最小エネルギー問題) に帰着される. これから, (13), (14) 式が証明される. 最小エネルギー問題に対する解法は, たとえば文献¹⁵⁾を参照されたい. なお, このとき, $(\bar{A}_{11}, \bar{B}_1)$ は可制御なので $\mathcal{W}_{11} > 0$ であり, また一般に, (7) 式の実対称解 $\bar{P}$ は一意には与えられないが, おおのの $Q \geq 0$, $R > 0$ に対し, $u^*(t)$ はいずれの $\bar{P}$ を用いても一意に与えられる. このことは, $x(t_0) = x_0$, $x(t_f) = x_f$ を満たす $u \in PC$ の集合が凸であることと, $\mathbb{J}(x_0, x_f, u)$ が, $x(t_0) = x_0$ と $x(t_f) = x_f$ を満たす $u \in PC$ に対して, 狭義に凸な実汎関数となっていることから示される. (ii) も同様に証明される. ■

(注意) (i) は (S2) の成否にかかわらず, (S1) のもとで成り立ち, (ii) は (S1) と (S2) のもとで成り立つ. よって (S2) が満たされる場合, (14) 式と (18) 式の $\mathbb{J}^*$ は, それぞれ $\bar{P}$ が別の形で与えられ表現が異なるが, 実際には同じものである. しかし, (14) 式より (18) 式の $\mathbb{J}^*$ のほうが, 行列指数関数の積分を含む Φ を計算する必要がなく扱いやすいため,

(S2) が満たされる場合は, (18) 式を用いる. また, (A, B) が可制御ならば, すべての $x_0 \in \mathcal{R}^n$, $x_f \in \mathcal{R}^n$ に対して, (12) 式が成り立つことにも注意されたい.

3.3 SD-PWA システムの有限時間最適制御

本節では, 本論文の主結果として問題 1 の解を与える. まず, 議論を簡単にするために, 一般性を失うことなく $x_f = 0$, $u_f = 0$ とする. また, $\Sigma_{sd}(h)$ に対して, PC_C を $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$, $x(t_f) = x_f$ を満たす $u \in PC$ の集合, スイッチング時刻 t_k における中間的な目標状態を $(I_k, x_k) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}_{I_k}$ ($k = 1, 2, \dots, f-1$) で表わし, ある (I_k, x_k) と x_{k+1} に対して, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_{k+1}) = x_{k+1}$ を満たす $u \in PC_C$ の時間区間 $t \in [t_k, t_{k+1})$ の部分を PC_C^k で表わすことにする. 加えて, 表記を簡単にするために, $\bar{x}_0 := [x_0^T \ 1]^T$, $\bar{x}_k := [x_k^T \ 1]^T$ とし, 中間的な目標状態をまとめて, $\mathcal{I} := [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_{f-1}]^T$, $\mathbf{x} := [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_{f-1}^T]^T$ とする. ここで, $\mathcal{I} \in \mathcal{M}^{f-1}$ であり, $\mathcal{S}_{\mathcal{I}} := \mathcal{S}_{I_1} \times \mathcal{S}_{I_2} \times \dots \times \mathcal{S}_{I_{f-1}}$ とすれば, $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{\mathcal{I}}$ となる. このとき, つぎが得られる.

[補題 3]¹³⁾ 問題 1 に対し, つぎの関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} & \inf_{u \in PC_C} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u) \\ &= \min_{\mathcal{I} \in \mathcal{M}^{f-1}} \inf_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{\mathcal{I}}} \sum_{k=0}^{f-1} \min_{u_k \in PC_C^k} \mathbb{J}_k(I_k, x_k, x_{k+1}, u_k) \\ & \mathbb{J}_k := \int_{t_k}^{t_{k+1}} \bar{x}^T(t) Q \bar{x}(t) + u^T(t) R u(t) dt \\ & \quad + \bar{x}^T(t_{k+1}) \bar{S}_{I(t_k)I(t_{k+1})} \bar{x}(t_{k+1}) \quad \square \end{aligned}$$

ここで, $\mathcal{S}_{\mathcal{I}}$ のすべてが閉集合とは限らないので, $\inf$ が使われていることに注意する. 補題 3 は, $\Sigma_{sd}(h)$ の, 時間区間 $t \in (t_k, t_{k+1})$ では, 状態にかかわらずモード切換えが生じないという性質によって, 問題 1 がアファインシステムの最適制御問題 (問題 2) に帰着されるということから導かれるもので, 問題 1 を, つぎの (P1) ~ (P3) の 3 つに分割できることを意味している.

(P1) 時間区間 $t \in [t_k, t_{k+1})$ において, ある (I_k, x_k) と x_{k+1} に対して, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_{k+1}) = x_{k+1}$ を満たし, $\mathbb{J}_k(I_k, x_k, x_{k+1}, u_k)$ を最小にする $u_k^* \in PC_C^k$ を求める有限時間の最適制御問題.

(P2) 与えられた $\mathcal{I} \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対し, $\bar{\mathbb{J}}(\mathbf{x}(\mathcal{I})) := \sum_{k=0}^{f-1} \min_{u_k \in PC_C^k} \mathbb{J}_k$ を最小にする $\mathbf{x}^*(\mathcal{I}) \in \mathcal{S}_{\mathcal{I}}$ を求める問題.

(P3) おおのの $\mathcal{I}$ に対して得られた (P2) の解 $\bar{\mathbb{J}}(\mathbf{x}^*(\mathcal{I}))$ を最小にする $\mathcal{I}^* \in \mathcal{M}^{f-1}$ を求める問題.

ここで, (P1) に対しては, 補題 2 が直接, 解になっていることは明らかであろう. したがって, あとは (P2), (P3) に対して解を与えれば, 問題 1 の解が得られる.

最初に (P2) の解となる $\mathbf{x}$ を特徴付けるための準備として, (12) 式を等式条件の形にしておく.

[補題 4] (12) 式に対し, $\bar{V}^\perp \in \mathcal{R}^{(n+1) \times (n+1-r)}$ を, $\text{rank}[\bar{V} \ \bar{V}^\perp] = n+1$, $(\bar{V}^\perp)^T \bar{V} = 0$ を満たす行列と

する. このとき, $x_0 \in \mathcal{R}^n$, $x_f \in \mathcal{R}^n$ が (12) 式を満たすための必要十分条件は, つぎが成り立つことである.

$$E^1 x_0 + E^2 x_f + E^3 = 0 \quad (21)$$

ただし, E^1 , E^2 , E^3 はつぎのように与えられる.

$$E^1 := (\bar{V}^\perp)^T \begin{bmatrix} -e^{A(t_f-t_0)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad E^2 := (\bar{V}^\perp)^T \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E^3 := -(\bar{V}^\perp)^T \begin{bmatrix} \int_0^{t_f-t_0} e^{A(t_f-t_0-\tau)} a \, d\tau \\ 0 \end{bmatrix}$$

(証明) $x_0 \in \mathcal{R}^n$, $x_f \in \mathcal{R}^n$ に対し, (12) 式が満たされることと, $(\bar{V}^\perp)^T (\bar{x}_f - e^{\bar{A}(t_f-t_0)} \bar{x}_0) = 0$ が成り立つことは等価である. また, このとき

$$\bar{x}_f - e^{\bar{A}(t_f-t_0)} \bar{x}_0$$

$$= \begin{bmatrix} -e^{A(t_f-t_0)} & I_n & -\int_0^{t_f-t_0} e^{A(t_f-t_0-\tau)} a \, d\tau \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_f \\ 1 \end{bmatrix}$$

となることから証明される. ■

これを用いると, (P2) の実行可能解集合を特徴付けるつぎの結果が得られる. ただし, 以下では, 補題 1, 2, 4 における A , B , a の代わりに, (1) 式の A_I , B_I , a_I を用いるが, その際, そのほかの記号は同様に定義されているものとし, 添字もしくは肩文字として I を付記する. たとえば, $\bar{B}_I := [B_I^T \ 0]^T$, $V_I := [B_I \ A_I B_I \ \cdots \ A_I^{n-1} B_I]$, $\bar{V}_I := [\bar{B}_I \ \bar{A}_I \bar{B}_I \ \cdots \ \bar{A}_I^n \bar{B}_I]$, $r_I := \text{rank } V_I$, $\bar{B}_I := [(B_I^T)^T \ 0]^T = \bar{T}_I^{-1} \bar{B}_I$ である.

[補題 5] $\Sigma_{sd}(h)$ を考える. このとき, $(I(t_0), x(t_0)) = (I_0, x_0)$, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$ ($k = 1, 2, \dots, f-1$), $x(t_f) = x_f$ を満たす $(I_0, x_0) \in \mathcal{M} \times \mathcal{S}_{I_0}$, $x_f \in \mathcal{R}^n$, $I \in \mathcal{M}^{f-1}$, $x \in \mathcal{S}_I$, $t_f \in (0, \infty)$ に対し,

$$\mathcal{E}_I^a x + \mathcal{E}_I^b = 0 \quad (22)$$

が成り立つ. ただし, $\mathcal{E}_I^a$, $\mathcal{E}_I^b$ はつぎのように与えられる.

$$\mathcal{E}_I^a := \begin{bmatrix} E_{I_0}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ E_{I_1}^1 & E_{I_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{I_2}^1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & E_{I_{f-2}}^1 & E_{I_{f-2}}^2 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & E_{I_{f-1}}^1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{E}_I^b := \begin{bmatrix} E_{I_0}^3 + E_{I_0}^1 x_0 \\ E_{I_1}^3 \\ \vdots \\ E_{I_{f-2}}^3 \\ E_{I_{f-1}}^3 + E_{I_{f-1}}^2 x_f \end{bmatrix}$$

(証明) $\Sigma_{sd}(h)$ では, 時間区間 $t \in (t_k, t_{k+1})$ でモード切換えが生じないため, $t \in [t_k, t_{k+1})$ では, $I(t) = I_k$ となる. このとき, (12) 式と補題 4 から, (I_k, x_k) と x_{k+1} に対し,

$(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_{k+1}) = x_{k+1}$ を満たす $u \in \mathcal{PC}$ が存在することと, $E_{I_k}^1 x_k + E_{I_k}^2 x_{k+1} + E_{I_k}^3 = 0$ が成り立つことは等価である. これより, (22) 式が証明される. ■

補題 5 は, $\mathcal{PC}_C^k \neq \emptyset$ ($k = 0, 1, \dots, f-1$) となる x の集合を特徴付けており, 与えられた (I_0, x_0) , I , x_f , t_f に対して, (P2) の実行可能解集合が, (22) 式を満たすすべての $x \in \mathcal{S}_I$ で与えられることを示している.

つぎに (P2), (P3) の解を与えるが, まずは (I_0, x_0) , x_f と, ある (I_k, x_k) ($k = 1, 2, \dots, f-1$) に対して, $(I(t_0), x(t_0)) = (I_0, x_0)$, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_f) = x_f$ を満たして, (3) 式の $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする (すなわち各 $\mathbb{J}_k$ を最小にする) ために, つぎの条件のもとで, 補題 2 を各時間区間 $t \in [t_k, t_{k+1})$ に適用することを考える.

(S1') 任意の $i \in \{1, 2, \dots, n+1-r_I\}$, $j \in \{1, 2, \dots, r_I\}$ に対して, $\lambda_i(\bar{A}_{22}^I) + \lambda_j(\bar{A}_{11}^I) \neq 0$ となるつぎの方程式の実対称解 $\Pi_{11}^I \in \mathcal{R}^{r_I \times r_I}$ が, すべての $I \in \mathcal{M}$ に対して存在する.

$$\Pi_{11}^I \mathcal{A}_{11}^I + (\mathcal{A}_{11}^I)^T \Pi_{11}^I - \Pi_{11}^I \mathcal{B}_1^I R^{-1} (\mathcal{B}_1^I)^T \Pi_{11}^I + \mathcal{Q}_{11}^I = 0$$

ここで, (S1') は補題 2 における (S1) に対応することに注意すれば, $(I(t_0), x(t_0)) = (I_0, x_0)$, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_f) = x_f$ を満たして $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ は, 補題 2(i) と同様に与えられた $\bar{P}_I$ を用いて

$$u(t, I, x) = -R^{-1} \bar{B}_{I_k}^T \bar{P}_{I_k} \bar{x}(t) - R^{-1} (\mathcal{B}_{11}^I)^T e^{-(\bar{A}_{11}^I)^T (t-t_k)} (\mathcal{W}_{11}^I)^{-1} \zeta_{I_k},$$

$$t \in [t_k, t_{k+1}) \quad (23)$$

$$\mathcal{W}_{11}^I := \int_0^{t_{k+1}-t_k} e^{-\bar{A}_{11}^I t} \mathcal{B}_{11}^I R^{-1} (\mathcal{B}_{11}^I)^T e^{-(\bar{A}_{11}^I)^T t} dt$$

$$\zeta_{I_k} := [I_{r_{I_k}} \ 0] \bar{T}_{I_k}^{-1} (\bar{x}_k - e^{-\bar{A}_{I_k} (t_{k+1}-t_k)} \bar{x}_{k+1})$$

で与えられ, このとき (14) 式から

$$\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u(t, I, x))$$

$$= \sum_{k=0}^{f-1} \left\{ \bar{x}_k^T (\bar{P}_{I_k} + \Phi_{I_k}) \bar{x}_k - \bar{x}_{k+1}^T \bar{P}_{I_k} \bar{x}_{k+1} + \zeta_{I_k}^T (\mathcal{W}_{11}^I)^{-1} \zeta_{I_k} + \bar{x}_{k+1}^T \bar{S}_{I_k} \bar{x}_{k+1} \right\} \quad (24)$$

となる. このことに注意すると, 補題 3 は, (24) 式を用いて

$$\inf_{u \in \mathcal{PC}_C} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$$

$$= \min_{I \in \mathcal{M}^{f-1}} \inf_{x \in \mathcal{S}_I} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u(t, I, x))$$

$$= \min_{I \in \mathcal{M}^{f-1}} \inf_{x \in \mathcal{S}_I} \left\{ \bar{x}_0^T (\bar{P}_{I_0} + \Phi_{I_0}) \bar{x}_0 + \bar{x}_f^T (-\bar{P}_{I_{f-1}} + \bar{S}_{I_{f-1} I_f}) \bar{x}_f + \sum_{k=0}^{f-1} \zeta_{I_k}^T (\mathcal{W}_{11}^I)^{-1} \zeta_{I_k} + \sum_{k=1}^{f-1} \bar{x}_k^T (\bar{P}_{I_k} + \Phi_{I_k} - \bar{P}_{I_{k-1}} + \bar{S}_{I_{k-1} I_k}) \bar{x}_k \right\} \quad (25)$$

と書き換えられる. ここで, (25) 式の第 1 項, 第 2 項は定数となり, 第 3 項, 第 4 項は, $\bar{x}_0 := [x_0^T \ x_f^T \ 1]^T$ とすれば, 適当な定数行列 $\hat{M}_I^a \geq 0$, $\hat{M}_I^b$, $\hat{M}_I^c$, $\tilde{M}_I^a$, $\tilde{M}_I^b$, $\tilde{M}_I^c$ を用

いて、それぞれ

$$\sum_{k=0}^{f-1} \zeta_{I_k}^T (\mathcal{W}_{11}^{I_k})^{-1} \zeta_{I_k} = \mathbf{x}^T \tilde{M}_I^a \mathbf{x} + \mathbf{x}^T (2\tilde{M}_I^b) \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}}_0^T \tilde{M}_I^c \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (26)$$

$$\sum_{k=1}^{f-1} \bar{\mathbf{x}}_k^T (\tilde{P}_{I_k} + \Phi_{I_k} - \bar{P}_{I_{k-1}} + \bar{S}_{I_{k-1}I_k}) \bar{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}^T \tilde{M}_I^a \mathbf{x} + \mathbf{x}^T (2\tilde{M}_I^b) \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}}_0^T \tilde{M}_I^c \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (27)$$

の形式で表現できる。また、このとき $\mathbf{x}$ は (22) 式を満たしているため、改めて適当な定数行列 M_I^a , M_I^b , M_I^c を用いれば、(25) 式はつぎのようになる。

$$\inf_{u \in \mathcal{PC}_C} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u) = \min_{I \in \mathcal{M}^{f-1}} \inf_{\substack{\mathbf{x} \in S_I \\ \text{s.t. } \mathcal{E}_I^a \mathbf{x} + \mathcal{E}_I^b = 0}} \mathbf{x}^T M_I^a \mathbf{x} + \mathbf{x}^T M_I^b \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}}_0^T M_I^c \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (28)$$

一方、(S1') に加えて、補題 2(ii) の (S2) に対応する

(S2') 任意の $I \in \mathcal{M}$ に対して (a) $r_I = n$, もしくは (b) 任意の $i, j \in \{1, 2, \dots, n - r_I\}$ に対して, $\lambda_i(\mathcal{A}_{22}^I) + \lambda_j(\mathcal{A}_{22}^I) \neq 0$.

が満たされるとき, $(I(t_0), x(t_0)) = (I_0, x_0)$, $(I(t_k), x(t_k)) = (I_k, x_k)$, $x(t_f) = x_f$ を満たして $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ は、補題 2(ii) と同様に与えられた $\bar{P}_I$ を用いて、(23) 式の $u(t, I, \mathbf{x})$ で与えられる。このとき、(18) 式を用いて、(24) ~ (28) 式と同様にすれば、補題 3 から

$$\inf_{u \in \mathcal{PC}_C} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u) = \min_{I \in \mathcal{M}^{f-1}} \inf_{\substack{\mathbf{x} \in S_I \\ \text{s.t. } \mathcal{E}_I^a \mathbf{x} + \mathcal{E}_I^b = 0}} \mathbf{x}^T N_I^a \mathbf{x} + \mathbf{x}^T N_I^b \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}}_0^T N_I^c \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (29)$$

の関係が導かれる。ここで、 N_I^a , N_I^b , N_I^c は適当な定数行列である。これより、本論文の主結果としてつぎが得られる。
《定理 1》 問題 1 に対し、(S1') が満たされたとする。また、 $\hat{\mathbf{I}}_n := [\mathbf{I}_n \ 0]^T \in \mathcal{R}^{(n+1) \times n}$ とする。このとき、(i), (ii) が成り立つ。

(i) (28) 式の右辺の解 $(I^*, \mathbf{x}^*)$ が存在するものとする。このとき、 $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$, $x(t_f) = x_f$ を満たし、(3) 式の $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ は、(28) 式の右辺の解 $(I^*, \mathbf{x}^*)$ および補題 2(i) と同様に与えられた $\bar{P}_I$ を用いて、 $u(t, I^*, \mathbf{x}^*)$ で与えられる。また、

(S3) 任意の $I, J \in \mathcal{M}$ に対して $\hat{\mathbf{I}}_n^T (\bar{P}_J + \Phi_J - \bar{P}_I + \bar{S}_{IJ}) \hat{\mathbf{I}}_n \geq 0$.

ならば、任意の $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対して、 $M_I^a \geq 0$ である。

(ii) (S2') が満たされ、(29) 式の右辺の解 $(I^*, \mathbf{x}^*)$ が存在するものとする。このとき、 $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$, $x(t_f) = x_f$ を満たし、(3) 式の $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ は、(29) 式の右辺の解 $(I^*, \mathbf{x}^*)$ および補題 2(ii) と同様に与えられた $\bar{P}_I$ を用いて、 $u(t, I^*, \mathbf{x}^*)$ で与えられる。また、

(S4) 任意の $I, J \in \mathcal{M}$ に対して $\hat{\mathbf{I}}_n^T (\bar{P}_J - \bar{P}_I + \bar{S}_{IJ}) \hat{\mathbf{I}}_n \geq 0$.

ならば、任意の $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対して、 $N_I^a \geq 0$ である。

(証明) (i) $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$, $x(t_f) = x_f$ を満たし、 $\mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u)$ を最小にする $u \in \mathcal{PC}$ が $u(t, I^*, \mathbf{x}^*)$ で与えられることは、(24) ~ (28) 式より明らかである。また、(27) 式において、(S3) から、任意の $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対して、 $\tilde{M}_I^a \geq 0$ となり、一方、(26) 式において、 $\tilde{M}_I^a \geq 0$ となることは容易に示せる。したがって、 $M_I^a = \tilde{M}_I^a + \hat{M}_I^a$ となるので、 $M_I^a \geq 0$ となる。(ii) も同様に証明される。■

定理 1 は、問題 1 の解が、(28), (29) 式の右辺の解 $(I^*, \mathbf{x}^*)$ によって決定されることを示している。ここで、(28), (29) 式において、(2) 式と S_I の定義から、適当なサイズの行列 $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$, $\hat{\mathcal{C}}$, $\hat{\mathcal{D}}$ を用いて、 $S_I = \{\mathbf{x} \mid \mathcal{C}\mathbf{x} + \mathcal{D} \leq 0, \hat{\mathcal{C}}\mathbf{x} + \hat{\mathcal{D}} < 0\}$ と表わせることに注意すると、(P2) は、2 次計画問題 (QP 問題) に帰着して解が得られ、(P3) は、すべてのモードシーケンス $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ について (P2) を解く (つまり M^{f-1} 回の QP 問題を解く) ことで解が得られる。これによって $(I^*, \mathbf{x}^*)$ が導かれ、問題 1 の解が与えられる。特に、(S3) もしくは (S4) が満たされるとき、(P2) は凸 QP 問題となる。

ただし、いま、 S_I のすべてが開集合で定義されているとは限らないので、実際に QP 問題を解く場合は S_I の代わりに、任意に小さな正数 ε と $\varphi := [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ を用いて、 $S_I(\varepsilon) = \{\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n \mid \mathcal{C}_I \mathbf{x} + \mathcal{D}_I \leq 0, \hat{\mathcal{C}}_I \mathbf{x} + \hat{\mathcal{D}}_I \leq -\varepsilon \varphi\}$ とし、 S_I を $S_I(\varepsilon)$ と置き換えることが必要となる。ここで $S_I(\varepsilon)$ は $S_I(\varepsilon)$ を用いて、 S_I と同様に定義されているものである。この際、 $\mathcal{PC}_C(\varepsilon)$ を $\mathcal{PC}_C$ のうち、 $\mathbf{x} \in S_I(\varepsilon)$ を満たすものとするれば、(28) 式に対しては、つぎを解くことで実用上の解が任意の精度で得られる。

$$\begin{aligned} & \min_{u \in \mathcal{PC}_C(\varepsilon)} \mathbb{J}(I_0, x_0, x_f, u) \\ &= \min_{I \in \mathcal{M}^{f-1}} \min_{\substack{\mathbf{x} \in S_I(\varepsilon) \\ \text{s.t. } \mathcal{E}_I^a \mathbf{x} + \mathcal{E}_I^b = 0}} \mathbf{x}^T M_I^a \mathbf{x} + \mathbf{x}^T M_I^b \bar{\mathbf{x}}_0 + \bar{\mathbf{x}}_0^T M_I^c \bar{\mathbf{x}}_0 \end{aligned}$$

(29) 式に対しても、同様にすることで解が得られる。

なお、この問題を解くにあたり、凸 QP 問題に関しては、Karush-Kuhn-Tucker 条件を用いれば、おのおのの $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対し、(P2) の解 $\mathbf{x}^*(I) \in S_I$ と評価関数の最小値 $\tilde{\mathbb{J}}(\mathbf{x}^*(I))$ を陽に得ることができる¹⁶⁾。これを利用すれば、すべての $I \in \mathcal{M}^{f-1}$ に対して、あらかじめ $\mathbf{x}^*(I)$, $\tilde{\mathbb{J}}(\mathbf{x}^*(I))$ を計算しておき、これから $\tilde{\mathbb{J}}(\mathbf{x}^*(I))$ を最小にする $I^* \in \mathcal{M}^{f-1}$ を探せばよいので、 t_f が大きくなるにつれて計算機上のメモリの使用量は大きくなるが、短い時間で解が得られる。また、問題 1 の可解性に関し、著者らはすでに SD-PWA システムの可制御性に関する結果¹⁴⁾ を与えており、これを用いることで、可解条件を与えることができる。

4. CPU の高速・省電力化制御への応用

第 3 章の結果を CPU の高速・省電力化制御へ応用する。近年、モバイルパソコンの性能向上、薄型軽量化への要求が増すにつれ、モバイルパソコン向けの CPU には、高速化、省電力化が求められているが

(R1) CPU の高速化は動作周波数を高めることを意味するが、これは電力消費と CPU 温度の上昇につながる。すなわち、高速化と省電力化はトレードオフの関係にある。

(R2) CPU 温度の過度な上昇は CPU の故障を招くため、CPU の高速化には物理的制約が厳しく課せられている。

などの理由によって、高速化と省電力化を同時に実現することは容易なことではない。しかし、CPU への負荷はアプリケーションの起動／終了時などに限って増大することを考えると、CPU 負荷が小さいときには、動作周波数を低めに抑え、電力消費と CPU 温度の上昇を抑制し、反対に CPU 負荷が大きいときには、電力消費と CPU 温度の上昇（許容範囲内）と引き換えに、動作周波数を高く設定すれば、今以上の性能を得られることが期待できる。すでに、このような背景のもと、CPU 負荷や動作電源（AC 電源／バッテリー）によって、動作周波数を動的かつ段階的に切替える機能を搭載した CPU が実用化されているが¹⁷⁾、CPU 温度や CPU ファンを含めた統合的な視点からの制御は行なわれてはいない。また、さまざまな形で離散事象（論理）が含まれるケースを想定することができるが、ハイブリッドシステムの制御問題として扱われてはいない。そこで本章では、サンプル点間の応答の考慮が必要な論理的離散事象を含むハイブリッドシステムの最適制御問題に対して、第 3 章の定理 1 が有効であることを示すために、CPU 負荷と CPU 温度、CPU ファンの回転角速度に着目してモデル化を行ない、CPU の高速・省電力化を目的とした最適制御を行なう。

4.1 モデル化と問題設定

本論文で扱うモデルを Fig. 1(a) に示す。CPU にはバッファ（実際にはメモリに相当する）から、動作周波数に応じたタスクが供給され、また、電圧制御の CPU ファンによって冷却されている。ここで、オペレーティングシステムだけが起動されて十分時間が経過した状態をこのシステムの平衡点とし、また CPU 上のある 1 点の温度を CPU 温度としたときに、このシステムの平衡点まわりでのダイナミクスは、実験からつぎのようになることがわかっている。

(D1) CPU 負荷（バッファ内のタスク量）の時間変化率は、動作周波数が高くなるにつれて、線形で減少する。

(D2) CPU 温度の時間変化率は、動作周波数が高くなるにつれて線形で増大し、反対に CPU 温度と CPU ファンの回転角速度が高くなるにつれて線形で減少する。

ここで、Fig. 1(a) のように、CPU 負荷、CPU 温度、CPU ファンの回転角速度の平衡点からの変位をそれぞれ $\pi \in \mathcal{R}$, $\rho \in \mathcal{R}$, $\omega \in \mathcal{R}$ とし、動作周波数と CPU ファンへの指令電圧の平衡点からの変位をそれぞれ $c \in \mathcal{R}$, $v \in \mathcal{R}$ とする。また、 $K_1 \sim K_6 \in \mathcal{R}$ を物理パラメータから定まる正の定数とすると、平衡点まわりでの状態方程式はつぎのようになる。

$$\begin{cases} \dot{\pi} = -K_1 c \\ \dot{\rho} = -K_2 \rho + K_3 c - K_4 \omega \\ \dot{\omega} = -K_5 \omega + K_6 v \end{cases} \quad (30)$$

Fig. 1 Model for the control problem of the CPU

第 1 式、第 2 式はそれぞれ (D1), (D2) を、第 3 式は DC モータのダイナミクスを示しており、これによって基本モデルが表わされる。

(30) 式に対しては、さまざまな問題設定を与えることができる。たとえば、動作周波数が動的かつ段階的に切替えられる CPU に対して、最小の電力で CPU ファンを運用する問題や、何らかのルールによって ON/OFF される CPU ファンが搭載されたシステムに対し、動作周波数を制御入力として、CPU 負荷と CPU 温度を安定化させる問題などが考えられる。いずれの問題もハイブリッドシステムの制御問題となり、また、この場合、CPU 温度はすべての時刻において許容範囲を超えてはならないため、サンプル点間の応答を考慮に入れた制御が必要となる。ここでは、ひとつの例題として、これらより少し複雑なつぎの問題を考える。

まず、(30) 式において、 c と v を制御入力とする。ただし、これらは Fig. 1(b) のようにスイッチング時刻における π と ρ の値に応じて変わり、 π と ρ が S_0 に含まれる場合は、 c だけが制御入力として使え、 $v = 0$ となり、 S_1 に含まれる場合は、 v だけが制御入力として使え、 $c = 0$ となるものとする。また、 S_2 に含まれる場合は、 c と v の両方を制御入力として使えるものとする。このとき、状態変数を $x := [\pi \ \rho \ \omega]^T$ とし、SD-PWA システムで表現すると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\pi} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ \rho \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_1 \\ K_3 \\ 0 \end{bmatrix} c \quad \text{if } I = 0 \\ \begin{bmatrix} \dot{\pi} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ \rho \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_6 \end{bmatrix} v \quad \text{if } I = 1 \\ \begin{bmatrix} \dot{\pi} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ \rho \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_1 & 0 \\ K_3 & 0 \\ 0 & K_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ v \end{bmatrix} \quad \text{if } I = 2 \\ S_0 &= (S_1 \cup S_2)^c \\ S_1 &= \left\{ x \in \mathcal{R}^3 \mid \begin{bmatrix} 1 & g_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -g_2 \\ -g_3 \end{bmatrix} < 0 \right\} \\ S_2 &= \{ x \in \mathcal{R}^3 \mid [-1 \ -g_1 \ 0] x + g_2 \leq 0 \} \end{aligned}$$

のようになる（肩文字の c は補集合を表す）。ここで、モード 0 とモード 1 に割当てられた状態方程式は不可制御であ

るが、システム全体としては $g_1 \neq 0$ ならば、可制御である。したがって、問題 1 が可解となる有限の t_f が存在する。特に、この場合、任意の $t_f \in (h, \infty)$ に対して可解となる¹⁴⁾。

4.2 シミュレーション

4.1 のシステムに対して、有限時間の最適制御を行なう。ここで、 $h = 5$, $t_f = 24$, $f = 5$, $g_1 = 1$, $g_2 = 10$, $g_3 = 3$, $K_1 = 1$, $K_2 = 0.05$, $K_3 = 0.1$, $K_4 = 0.5$, $K_5 = 3$, $K_6 = 0.5$, $\varepsilon = 10^{-6}$ とした。また、 $(I_0, x_0) = (1, [1 \ 7 \ -10]^T)$, $x_f = [0 \ 0 \ 0]^T$, $u_f = -[20 \ 20]^T$, $Q = \text{diag}\{1 \ 10 \ 1\}$ とし、 R は、(a) $R = I_2$, (b) $R = 5I_2$ とした。このとき、 $u(t)$ は平衡入力 $u_e \in \mathcal{R}^2$ からの変位を表わしており、実際の制御入力 $u(t) + u_e (\geq 0)$ となるため、(3) 式において $u_f = -u_e$ ($u_e = [20 \ 20]^T$) とし、連続状態と実際の制御入力の 2 次形式を評価していることに注意されたい。また、 $\bar{S}_{IJ}$ は、(S3) を満たすもののうち、最小のノルムとなるものを選んだ。Fig. 2 に (I, x) , u の応答と、 $\rho - \pi$ 平面における状態の軌道を示す。ここで、中間的な目標状態 x は○印で示されている。 $(I(0), x(0)) = (I_0, x_0)$ と $x(t_f) = x_f$ が満たされ、また (a) のほうが x の応答が良く、また (b) のほうが u が小さくなっていることが観察できる。さらに、サンプル点間の応答も良好であることが確認できる。

なお計算量に関し、この例では、 $12(= n(f-1))$ 変数の QP 問題を $3^4(= M^{f-1})$ 回解くことで最適な u が得られている。この際、Intel Pentium 4 2.20GHz の CPU および 768MB のメモリが搭載された計算機上の MATLAB を利用したところ、計算時間は約 3 秒であった。ただし、たとえば t_f を 2 倍の $t_f = 48$ とした場合は、24 変数の QP 問題を 3^8 回解く必要があり、計算量は t_f に対し指数関数的に増加していくことに注意されたい。

5. ま と め

本論文では、SD-PWA システムに対し、有限時間の最適制御問題の解を与えた。また、この結果の応用として、CPU の高速・省電力化制御問題を扱い、CPU 負荷と CPU 温度、CPU ファンの回転角速度に着目したモデルを示し、これを用いた例題に対して、有限時間の最適制御を行なった。本論文の結果は、サンプル点間の状態と制御入力の応答を考慮にいたれた最適制御となっているだけでなく、モデル予測制御にも直接適用できるため応用範囲も広く、デジタル装置が組み込まれた連続時間のハイブリッドシステムに対する基礎的な制御系設計理論のひとつになるものと考えられる。

最後に、本研究にあたり、東京大学 原辰次教授、石川将人博士より多くのご助言を頂いた。記して謝意を述べたい。

参 考 文 献

- 1) A. Bemporad and M. Morari: Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints, *Automatica*, **35**-3, 407/427 (1999)
- 2) A. Bemporad, F. Borrelli and M. Morari: Piecewise Linear Optimal Controllers for Hybrid Systems, *2000 American Control Conference Proceedings*, 1190/1194 (2000)

Fig. 2 Simulation result

- 3) H. J. Sussmann: A maximum principle for hybrid optimal control problems, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 425/430 (1999)
- 4) B. Piccoli: Necessary Conditions for Hybrid Optimization, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 410/415 (1999)
- 5) P. Riedinger, F. Kratz, C. Iung and C. Zanne: Linear Quadratic Optimization for Hybrid Systems, *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 3059/3064 (1999)
- 6) P. Riedinger and C. Iung: Optimal Control for Hybrid Systems: An Hysteresis Example, *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, **I**, 188/193 (1999)
- 7) M. S. Branicky, V. S. Borkar and S. K. Mitter: A Unified Framework for Hybrid Control: Model and Optimal Control Theory, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **43**-1, 31/45 (1998)
- 8) M. S. Branicky, T. A. Johansen, I. Petersen and E. Frazzoli: On-line Techniques for Behavioral Programming, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 1840/1845 (2000)
- 9) A. Rantzer and M. Johansson: Piecewise Linear Quadratic Optimal Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **45**-4, 629/637 (2000)
- 10) X. Xu and P. J. Antsaklis: A Dynamic Programming Approach for Optimal Control of Switched Systems, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 1822/1827 (2000)
- 11) S. Hedlund and A. Rantzer: Convex Dynamic Programming for Hybrid Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **47**-9, 1536/1540 (2002)
- 12) B. I. Silva and B. H. Krogh: Modeling and Verification

- of Hybrid Systems with Clocked and Unclocked Events, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, 762/767 (2001)
- 13) J. Imura: Optimal Control of Sampled-Data Piecewise Affine Systems, 第2回制御部門大会 資料, 99/104 (2002)
- 14) 東, 井村: サンプル値区分的アファインシステムの可制御性, 計測自動制御学会論文集, 39-5, 469/478 (2003)
- 15) 片山 徹: 線形システムの最適制御—ディスクリプタシステム入門—, (株) 近代科学社 (1999)
- 16) A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E. N. Pistikopoulos: The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, *Automatica*, 38-1, 3/20 (2002)
- 17) Intel: Designing For Power, www.intel.com/labs/power (2003)

《付 録》

A. 補題1の証明

(i) 最初に, 実対称行列 $\bar{P}$ に対し,

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{12}^T & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} := \bar{T}^T \bar{P} \bar{T} \quad P_{11} \in \mathcal{R}^{r \times r} \quad (\text{A.1})$$

とすると, (7) 式は

$$\bar{P} \bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} - \bar{P} \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T \bar{P} + \bar{Q} = 0 \quad (\text{A.2})$$

となる. ここで, (10) 式の $\bar{Q}$ は, 任意の Q に対して, $T^T Q T$ の r 次の主座小行列と $\bar{T}^T \bar{Q} \bar{T}$ の r 次の主座小行列が等しく,

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{12}^T & \bar{Q}_{22} \end{bmatrix} = \bar{T}^T \bar{Q} \bar{T} = \left[\begin{array}{c|c} Q_{11} & [Q_{12} \ 0] \\ \hline Q_{12}^T & \Omega \end{array} \right] \quad (\text{A.3})$$

なので, (A.3) 式に注意して, (A.2) 式の実対称解 $\bar{P}$ の存在を示せば, (7) 式の実対称解 P の存在が示されることになる. まず, $\bar{P}$ の対称性と, $\bar{A}$, $\bar{B}$ の形に注意すると, (A.2) 式は, つぎの3つの方程式に分解することができる.

$$P_{11} A_{11} + A_{11}^T P_{11} - P_{11} B_1 R^{-1} B_1^T P_{11} + Q_{11} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{P}_{12} \bar{A}_{22} + \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{12} + P_{11} \bar{A}_{12} - P_{11} B_1 R^{-1} B_1^T \bar{P}_{12} + \bar{Q}_{12} = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{P}_{22} \bar{A}_{22} + \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{22} + \bar{P}_{12}^T \bar{A}_{12} + \bar{A}_{12}^T \bar{P}_{12} - \bar{P}_{12}^T B_1 R^{-1} B_1^T \bar{P}_{12} + \bar{Q}_{22} = 0 \quad (\text{A.6})$$

このとき (A_{11}, B_1) が可制御なので, 任意の Q_{11} に対し, (A.4) 式は, 実対称解 P_{11} を持つ. また, (S1) における Π_{11} を P_{11} と考えれば, (S1) のもとで, (A.5) 式は, 任意の $\bar{Q}_{12}$ に対し, 実数解 $\bar{P}_{12}$ を持つ. つぎに, いま $\bar{Q}_{22} = \Omega$ と $\bar{P}_{12} = \Pi_{12}$ の関係が満たされており, (A.6) 式は, $\bar{P}_{22} \bar{A}_{22} + \bar{A}_{22}^T \bar{P}_{22} = 0$ となるので, たとえば $\bar{P}_{22} = 0$ が解のひとつとなる. これより, 実対称解 $\bar{P}$ の存在が示され, 実対称解 P の存在も示された.

(ii) (i) と同様にすれば, (A.4), (A.5), (A.6) 式が得られ, (A.4), (A.5) 式は実対称解 P_{11} と実数解 $\bar{P}_{12}$ を持つことが示される. (A.6) 式は, $r = n$ のとき $\bar{A}_{22} = 0$, $\bar{P}_{12} = \Pi_{12}$, $q = \Omega_{22} = \Omega$ の関係から恒等式となっており, 任意の $\bar{P}_{22} \in \mathcal{R}$ が解となる. 一方, $r \neq n$ のときは, (A.5)

式の実数解 $\bar{P}_{12}$ を用いれば, リアプノフ方程式となっているが, $\bar{A}_{22}$ が0の固有値を持っているために, このままでは実対称解 $\bar{P}_{22}$ の存在を示すことができない. そこで,

$$\begin{bmatrix} P_{22}^{11} & P_{22}^{12} \\ (P_{22}^{12})^T & P_{22}^{22} \end{bmatrix} := \bar{P}_{22} \quad P_{22}^{11} \in \mathcal{R}^{(n-r) \times (n-r)} \quad (\text{A.7})$$

とおけば, (A.6) 式は Ω を用いて

$$P_{22}^{11} A_{22} + A_{22}^T P_{22}^{11} = \Omega_{11} - Q_{22} \quad (\text{A.8})$$

$$P_{22}^{11} A_{22}^a + A_{22}^T P_{22}^{12} = \Omega_{12} \quad (\text{A.9})$$

$$(P_{22}^{12})^T A_{22}^a + (A_{22}^a)^T P_{22}^{12} = \Omega_{22} - q \quad (\text{A.10})$$

の3つの方程式に分解される. このとき, (S2) から, (A.8) 式は, 任意の Q_{22} に対して, 一意の実対称解 P_{22}^{11} を持ち, また A_{22} は正則なので, (A.9) 式は, 一意の実数解 P_{22}^{12} を持つ. さらに, (A.10) 式は $P_{22}^{12} = \Pi_{22}^{12}$ の関係と q の定義に注意すれば, 恒等式となっているので, 任意の $P_{22}^{22} \in \mathcal{R}$ が解となる. これによって, 実対称解 $\bar{P}_{22}$ の存在が示され, 実対称解 $\bar{P}$ の存在も示された.

[著 者 紹 介]

東 俊 一 (学生会員)

1976年7月24日生. 2001年東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻修士課程修了. 同年, (株) 三井住友銀行入行. 2002年東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻博士後期課程入学. 現在に至る. 2002年度計測自動制御学会学術奨励賞受賞. IEEEの会員.

井 村 順 一 (正会員)

1964年10月11日生. 92年京都大学大学院工学研究科博士課程中途退学. 同年, 京都大学工学部助手. 96年広島大学工学部助教授. 2001年東京工業大学大学院情報理工学研究科助教授となり, 現在に至る. 98年5月トエンテ大学客員研究員. 非線形制御, ハイブリッドシステム論などの研究に従事. 博士(工学). IEEE, システム制御情報学会, 日本ロボット学会などの会員.