マイクロ波地中レーダのためのモデル適応度による伝搬時間推定[†]

田中正行*・高山潤也*

大山真司*・小林彬*

Propagation Time Estimation by Model Fitness for Microwave Subsurface Radar[†]

Masayuki TANAKA*, Jun-ya TAKAYAMA*,
Shinji OHYAMA* and Akira KOBAYASHI*

A time of a microwave propagation from a emitter to a receiver via a reflective object in a soil is estimated based on a model fitness. Since the model fitness is expressed as a function of time and has a single-peaked pattern at the propagation time, the propagation time is determined from the time of the peak of the model fitness. It is proved in this paper that the model fitness can be calculated as an envelope of a cross correlation function between a transmitting wave and a receiving wave. The propagation times are obtained at each measurement point. From sets of the measurement point and the propagation time, a representative position of the object is estimated by a least square method with a non-linear model which is based on geometric relationship among the representative position of the object, measurement positions and an antenna arrangement. In this paper, detections of three different size of steel pipes are experimentally demonstrated. As a result, top positions of three steel pipes are precisely identified by proposed methods.

Key Words: subsurface radar, microwave, cross correlation, buried object

1. はじめに

現在、地中埋設物の検出にマイクロ波を応用した地中レーダが幅広く利用されている。観測結果は地中レーダ画像として表示されるが、送信マイクロ波の時間的および空間的な広がりのため、その分解能は悪く、地中レーダ画像から埋設物の詳しい位置を同定することは難しい。一般に、細管状の埋設物が存在する場合でも、双曲線として地中レーダ画像にあらわれることが知られているが、その画像から埋設物の位置と形状を読み取るには多くの勘と経験を必要とし、非専門家による認識は容易ではない。

また、観測される反射波形は時間的に広がっており、紡錘形に振動した波形となっているために伝搬時間を推定することは容易ではない。これまでもディコンボリューション処理を用いた方法が研究されているが^{1), 2)}、マイクロ波地中レーダの場合、送信波が狭帯域であることもあり、十分な結果は得られていない。また、マイクロ波の地中伝搬特性は経験的にローパスフィルタ特性を有していると言われており³⁾、このフィルタ特性を二次形に近似し、そのパラメータを解析

する信号処理も提案されているが⁴⁾、解析結果も観測波同様、紡錘形に振動した波形となっている。いずれの方法においても解析結果が伝搬時間付近において振動しているため、マイクロ波の正確な伝搬時間は推定できていない。

われわれは、モデル適応度を利用して、伝搬時間を推定する方法を提案する。モデル適応度は、伝達関数モデルを利用して推定される反射波と観測された反射波との一致度として、二乗誤差に基づき定義される。高周波における狭帯域を考慮した場合、周波数分散の影響は小さいことを示した後に、伝達関数モデルとして、まず、マイクロ波を平面波と仮定して、マイクロ波レーダと埋設物の関係を伝達関数の形式で解析的に求める。この場合、自由空間に対して放射された波形を観測してこれを送信波形と見なし入力として利用し、さらに実際に観測される反射波形を出力としてとらえると、その伝達関数は反射係数に相当する定数成分と伝搬時間に対応するむだ時間の積で表わされ、これを伝達関数モデルとする。以上のようにして定義されるモデル適応度は送信波の自己相関関数の包絡線関数が単峰であれば、モデル適応度は埋設物位置に対応して決まる伝搬時間時刻で頂点が現れる単峰な関数になり、この性質を利用することで伝搬時間が推定できる。モデル適応度は観測送信波と観測反射波形の規格化相互相関関数の包絡線関数として求められるため、これら一連の手法を相互相関包絡線法と呼ぶことにする。

一方、地中レーダ画像の空間分解能の向上を目的として、

[†] SICE Annual Conference 2002 で一部発表 (2002・8)

* 東京工業大学大学院理工学研究科 東京都目黒区大岡山 2-12-1

* Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

(Received June 10, 2002)

(Revised December 20, 2002)

Fig. 1 Block diagram of microwave subsurface radar system

Fig. 2 Propagation time τ from transmitted time to received time

マイグレーション処理⁵⁾、合成開口法^{6),7)}、逆投影ヒストグラム法⁸⁾などが研究されているが、最終結果がレーダ画像であることから、得られた画像からの確な情報を抽出するためにも経験が必要である。さらに、いずれの方法も、画像化に際して、マイクロ波の地中伝搬速度が既知でなければならないが、一般に地中の比誘電率のおおよその値はわかっているものの地中の水分の状況によっても変化するなど、未知である場合が多く、埋設物を検出する際の誤差の要因となる。

そのため、双曲線的なマイクロ波の空間的な広がりを利用して、伝搬速度を推定する手法が提案されている^{9),10)}。本論文では、双曲線的なマイクロ波の広がりを利用して、伝搬速度ばかりでなく対象物の代表点の位置を同時に推定する方法を提案する。従来の方法では、伝搬速度または比誘電率の値を推定した後に、推定された伝搬速度に基づき画像再構成が行なわれていたが、提案手法では伝搬速度と対象物の代表点の位置の推定が一度の処理で行なうことができる。さらに、多くの方法では画像を再構成することまでが目的であるが、本提案手法では画像ではなく対象物の代表点の位置を直接推定することを目的としており、精度の定量的な評価まで議論する。

なお、モデル適応度を利用することにより、各観測点に関して伝搬時間がそれぞれ求められているので、埋設物の代表点位置座標と地中伝搬速度の検出が容易になる。

本論文では、マイクロ波地中レーダの原理を概説し、マイクロ波地中レーダに関する伝達関数を導出する。ついで、相互相関包絡線法について説明し、提案手法を適用するために必要となる観測送信波を実験的に同定する。その後、大きさの異なる三種類の鉄管の検出実験に提案手法を適用し、その有効性を検証する。

2. マイクロ波地中レーダの原理

マイクロ波地中レーダの動作概要を Fig. 1 に示す。送信アンテナからパルス状のマイクロ波を地中に向けて発信する。マイクロ波は地中を伝搬し、比誘電率が階段状に変化する埋設物表面で反射される。Fig. 2 に示すように反射波形が時間

Fig. 3 Polar coordination

Fig. 4 TE wave and TM wave at boundary between two mediums

遅れ τ をともなって観測され、マイクロ波を発信してから反射波を受信するまでの時間遅れ τ から埋設物表面までの距離が推定される¹¹⁾。

送・受信アンテナが同じ位置にある場合、埋設物までの距離(深さ) d は (1) 式により求められる。

$$d = \frac{v\tau}{2} \quad (1)$$

ただし、

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_s \mu_s}} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_s}} \quad (2)$$

である。ここで、 v はマイクロ波の地中伝搬速度、 v_0 は真空中の光の伝搬速度、 ϵ_s は土の誘電率、 μ_s は土の透磁率である。

しかしながら、(1) 式により深さを同定する場合、一般にマイクロ波の地中伝搬速度は未知であることや、ひとつのアンテナを送受信に利用することは難しいため通常は Fig. 1 に示すように二つのアンテナを利用しており、送受信アンテナの位置は異なっていることが原因となり、(1) 式より求められる深さには誤差が生じる。

3. マイクロ波地中レーダの伝達関数

マイクロ波地中レーダを用いて埋設物を観測する場合、送信器からマイクロ波が送信され、地中を伝搬し、埋設物境界で反射、反射波を受信器で観測する一連の関係を表わす伝達関数を、単にマイクロ波地中レーダの伝達関数と呼ぶことにする。まず、観測に使用する周波数帯を高周波における狭帯域と仮定し、この範囲では周波数分散の影響が小さいことを示す。この周波数帯における特性に限定して解析を行なうことにする。Fig. 3 に示すように極座標 (r, θ, φ) をとった座標系の原点にアンテナが設置されており、点 $p(r, \theta, \varphi)$ の位置に反射体がある場合を想定し、マイクロ波地中レーダの伝達関数をつぎの三段階に分けて、それぞれ求める。

- (1) 指向特性を含めた送受信器特性 $H_a(\omega)$
- (2) マイクロ波の地中伝搬特性 $H_t(\omega)$
- (3) 埋設物の境界散乱特性 $H_s(\omega)$

3.1 周波数分散性と周波数帯域

媒質が損失を有する場合、電波に関する諸特性は周波数分散が生じることが知られているが、パルス型地中レーダの送

信波は、周波数が十分高い帯域において局在化している性質を利用し、近似を行なう。

全周波数領域において周波数分散を考慮した伝達関数モデルを $H_0(\omega)$ 、入力を $U(\omega)$ 、出力を $S(\omega)$ とすれば、これらの関係はつぎのようにあらわされる。

$$S(\omega) = H_0(\omega)U(\omega) \quad (3)$$

$$= H_0(\omega)\Pi_{\omega_a}^{\omega_b}(\omega)U(\omega) \quad (4)$$

ここで、

$$\Pi_{\omega_a}^{\omega_b}(\omega) = \begin{cases} 1, & (\omega_a \leq |\omega| \leq \omega_b) \\ 0, & (else) \end{cases} \quad (5)$$

であり、 ω_a および ω_b は入力 $U(\omega)$ の帯域をあらわす。

つぎに、 $H_0(\omega)$ とは異なる簡易的な伝達関数モデルを $H(\omega)$ としたとき、 $H(\omega) \neq H_0(\omega)$ であっても、 $H(\omega)\Pi_{\omega_a}^{\omega_b}(\omega) \simeq H_0(\omega)\Pi_{\omega_a}^{\omega_b}(\omega)$ を満足すれば、(4) 式はつぎのように近似できる。

$$S(\omega) \simeq H(\omega)\Pi_{\omega_a}^{\omega_b}(\omega)U(\omega) \quad (6)$$

$$\simeq H(\omega)U(\omega) \quad (7)$$

さらに、媒質の誘電率を ε 、導電率を σ として、 $\sigma/\varepsilon \ll \omega$ の領域では、平面波に対する電波速度および減衰定数の周波数依存性は小さいことが知られており^{12), 13)}、また 10[MHz] ~ 10[GHz] の周波数帯では周波数分散の影響は実用上小さいと言われている¹⁴⁾。

したがって、(8) 式であらわされる周波数領域において、(6) 式の意味での伝達関数のモデルの導出を行なう。

$$\sigma/\varepsilon \ll \omega_a \leq \omega \leq \omega_b \quad (8)$$

3.2 送受信器特性 $H_a(\omega)$ と地中伝搬特性 $H_t(\omega)$

Fig. 3 に示すような極座標系 (r, θ, φ) の原点にアンテナがおかれている場合、波長の二倍以上離れた位置の電磁界は放射界が支配的になり、半径方向の成分がなく、局所的に平面波であることが知られている^{12), 13)}。送信器への入力を $U(\omega)$ としたとき、電界のフェーザ表現 $E(r, \theta, \varphi)$ は (9) 式のようにあらわされる。

$$E(r, \theta, \varphi) = \frac{U(\omega)}{Z_T(\omega)} D(\theta, \varphi) \frac{e^{-jk^*r}}{r} \quad (9)$$

ここで、 $Z_T(\omega)$ はアンテナの入力インピーダンスを含んだ送信器のインピーダンスに相当する周波数特性、 $D(\theta, \varphi)$ は放射指向特性、 k^* は複素波数である。放射指向特性 $D(\theta, \varphi)$ は次式に示すように規格化されているものとする。

$$0 \leq D(\theta, \varphi) \leq 1 \quad (10)$$

また、媒質の誘電率、透磁率および導電率を ε, μ および σ とし、角周波数を ω とすれば、 k^* はつぎのようにあらわされる。

$$k^{*2} = \omega^2 \varepsilon^* \mu \quad (11)$$

ただし、

$$\varepsilon^* = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (12)$$

である。

(8) 式を満足する周波数領域では、複素波数 $k^*(\omega)$ は (13) 式のように近似できる。

$$k^*(\omega) \simeq \omega \sqrt{\varepsilon \mu} - j \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \omega \frac{1}{v} - j \alpha \quad (13)$$

α は減衰パラメータと呼ばれる。さて、電界のフェーザ表現はフーリエ変換に対応していることを考慮し、送受信器特性 $H_a(\omega)$ と地中伝搬特性 $H_t(\omega)$ はそれぞれ、つぎのようにあらわされる。

$$H_a(\omega) = \frac{D(\theta_T, \varphi_T) D(\theta_R, \varphi_R)}{Z_T(\omega) Z_R(\omega)} \quad (14)$$

$$H_t(\omega) = \frac{e^{-2\alpha \cdot v\tau}}{v\tau} e^{-j\omega\tau} \quad (15)$$

ここで、 (θ_T, φ_T) は送信器に対する方向を、 (θ_R, φ_R) は受信器に対する方向を、 $Z_R(\omega)$ はアンテナ特性を含む受信器の周波数特性を、それぞれあらわし、 τ は伝搬時間であり、つぎの関係がある。

$$\tau = \frac{2r}{v} \quad (16)$$

なお、送受信器の放射指向特性は等しいとした。

3.3 埋設物の境界散乱特性 $H_s(\omega)$

送信波は局所的に平面波であり、埋設物境界も局所的に平面であると仮定すると、Fig. 4 に示す二媒質境界の反射に対応させて、反射係数を求めることができる。入射角を ψ として、境界面と電界が平行な TE 波に対する反射係数を $\gamma_{TE}^*(\omega)$ 、磁界が平行な TM 波に対する反射係数を $\gamma_{TM}^*(\omega)$ とすると、それぞれつぎのようにあらわされる。

$$\gamma_{TE}^*(\omega) = \frac{\cos \psi - \sqrt{n^2(\omega) - \sin^2 \psi}}{\cos \psi + \sqrt{n^2(\omega) - \sin^2 \psi}} \quad (17)$$

$$\gamma_{TM}^*(\omega) = \frac{n^2(\omega) \cos \psi - \sqrt{n^2(\omega) - \sin^2 \psi}}{n^2(\omega) \cos \psi + \sqrt{n^2(\omega) - \sin^2 \psi}} \quad (18)$$

ここで、

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 - j(\sigma_2/\omega)}{\varepsilon_1 - j(\sigma_1/\omega)}} \quad (19)$$

である。なお、添字 1, 2 により二つの媒質を区別している。

$\gamma_{TE}(\omega)$ と $\gamma_{TM}(\omega)$ はどちらも周波数分散性を有するが、角周波数 ω が (8) 式を満たす領域では、定数とみなすことができる。角周波数の符号に注意すれば、埋設物の境界散乱特性 $H_s(\gamma)$ は次式のようにあらわされる。

$$H_s(\omega) = \gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \gamma_i \quad (20)$$

ただし、

$$\operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -1 & (\omega < 0) \\ 0 & (\omega = 0) \\ 1 & (\omega > 0) \end{cases} \quad (21)$$

である。ここで、 γ_r, γ_i は埋設物および地中の電気特性と入射角、偏波により定まる定数である。

対象物の大きさが有限である場合や形状が曲面である場合、周波数分散性が生じることが考えられるが、(8) 式を満足す

る周波数領域では、周波数分散性の影響は小さく、結局は、(20)式のようにあらわせると考えられる。言い換えると、埋設物境界での反射係数は角周波数に関して共役偶関数であるが、(20)式はそれを周波数領域を限定し、定数成分で近似していることになる¹⁵⁾。

3.4 マイクロ波地中レーダの伝達関数

マイクロ波地中レーダの伝達関数 $H(\omega)$ は、(14)、(15)、(20)式より、(22)式のようにあらわされる。

$$H(\omega) = \{\gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \gamma_i\} \frac{D(\theta_T, \varphi_T) D(\theta_R, \varphi_R)}{Z_T(\omega) Z_R(\omega)} \times \frac{e^{-\alpha \cdot v\tau}}{v\tau} e^{-j\omega\tau} \quad (22)$$

4. 相互相関包絡線法

モデルとの一致度として、前節で得られた伝達関数および送信波から推定される反射波と観測された反射波との二乗誤差に基づくモデル適応度を導入する。

相互相関包絡線法とは、送信波と観測反射波形の規格化相互相関関数の包絡線関数により、モデル適応度を求める方法である。本節では、規格化相互相関関数の包絡線関数がモデル適応度と同値になることを示し、モデル適応度を利用して伝搬時間を推定する方法を述べる。

さらに、観測点位置と伝搬速度から、埋設物の代表点位置と伝搬速度を同時に推定する方法を解説する。

4.1 数式の定義

二乗ノルム $\|f(t)\|^2$ 、内積 $\langle f(t), g(t) \rangle$ 、フーリエ変換 $\mathcal{F}[f(t)]$ 、ヒルベルト変換 $\mathcal{H}[f(t)]$ および相関関数 $\phi_{fg}(\tau)$ をそれぞれつぎのように定義する。

$$\|f(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (23)$$

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{g(t)} dt \quad (24)$$

$$\mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (25)$$

$$\mathcal{H}[f(t)] = \mathcal{F}^{-1}[-j \operatorname{sgn}(\omega) \mathcal{F}[f(t)]] \quad (26)$$

$$\phi_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) \overline{g(t)} dt \quad (27)$$

ここで、 $\overline{f(t)}$ は $f(t)$ の複素共役をあらわす。

また、時間領域、周波数領域の信号の記号には、それぞれ小文字、大文字を用いて区別する。

4.2 観測送信波形 $\tilde{U}(\omega)$ と伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$

マイクロ波地中レーダに関して伝達関数 $H(\omega)$ は(22)式のように求められた。伝達関数を解析するためには入力 $U(\omega)$ 、送信器の周波数特性 $Z_T(\omega)$ 、受信器の周波数特性 $Z_R(\omega)$ 、放射指向特性 $D(\theta, \varphi)$ 、減衰パラメータ α を精密に同定する必要がある。しかしながら、マイクロ波回路は高周波回路であること、アンテナ特性、放射指向特性および減衰パラメータは地中の電気特性に依存していることから、これらを正確に同定することは容易ではない。

そこで、まず、空気中で送信波形を測定した波形を観測送信波 $\tilde{U}(\omega)$ と定義し、観測送信波形を入力、観測反射波を出力と考えた場合の伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$ を定義する。また、アンテナのインピーダンスは周辺環境により変化することが知られているので、空気中における送信器、受信器の周波数特性をそれぞれ、 $Z_{T0}(\omega)$ 、 $Z_{R0}(\omega)$ とし、探査実験が行なわれる環境における周波数特性をそれぞれ、 $Z_T(\omega)$ 、 $Z_R(\omega)$ とすれば、観測反射波形 $S(\omega)$ は(28)式のようにあらわされる。

$$S(\omega) = \tilde{H}(\omega) \tilde{U}(\omega) \quad (28)$$

ただし、

$$\tilde{H}(\omega) = \{\gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \gamma_i\} Z(\omega) \frac{e^{-\alpha \cdot v\tau}}{v\tau} \times D(\theta_T, \varphi_T) D(\theta_R, \varphi_R) e^{-j\omega\tau} \quad (29)$$

$$Z(\omega) = \frac{Z_{T0}(\omega) Z_{R0}(\omega)}{Z_T(\omega) Z_R(\omega)} \quad (30)$$

$$\tilde{U}(\omega) = \frac{U(\omega)}{Z_{T0}(\omega) Z_{R0}(\omega)} \quad (31)$$

である。

4.2.1 送受信器の周波数特性

空気中における送信器・受信器の周波数特性および探査実験環境における送信器・受信器の周波数特性をそれぞれ同定するのは容易ではないが、(8)式に示されるような狭帯域の周波数に関しては(32)式と近似できる。

$$Z(\omega) = \frac{Z_{T0}(\omega) Z_{R0}(\omega)}{Z_T(\omega) Z_R(\omega)} = \zeta_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \zeta_i \quad (32)$$

なお、実際に使用した波形が近似するために十分、高周波かつ狭帯域であるかということに関しては、観測送信波を同定する際に検討する。

4.2.2 観測送信波形 $\tilde{U}(\omega)$

空気中において距離 r_0 だけ離してアンテナを向かい合せたときの観測波 $S_{r0}(\omega)$ は(33)式のようにあらわされる。

$$S_{r0}(\omega) = \frac{1}{r_0} e^{j\omega r_0 / V_0} \frac{U(\omega)}{Z_{T0}(\omega) Z_{R0}(\omega)} \quad (33)$$

ここで、 $r_0 = V_0 \tau$ の関係を利用した。(33)式より、空気中におけるアンテナインピーダンスを含む送受信器の周波数特性が考慮されている観測送信波形は(35)式のようにあらわされる。

$$\tilde{U}(\omega) = \frac{U(\omega)}{Z_{T0}(\omega) Z_{R0}(\omega)} \quad (34)$$

$$= r_0 e^{j\omega r_0 / V_0} S_{r0}(\omega) \quad (35)$$

つまり、観測送信波形とは自由空間において発信した送信波形を観測した波形であることがわかる。

4.2.3 伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$

レーダの観測点位置と埋設物の位置・形状が定まれば、境界散乱特性と距離および向きによる減衰は定数値となる。そこで、 $\{\Gamma_r, \Gamma_i\}$ を(36)式のようにおくと、この値は未知ではあるが定数であることがわかる。

$$\begin{cases} \Gamma_r &= \{\gamma_r \zeta_r - \gamma_i \zeta_i\} D(\theta_T, \varphi_T) D(\theta_R, \varphi_R) \frac{e^{-\alpha \cdot v\tau}}{v\tau} \\ \Gamma_i &= \{\gamma_r \zeta_i + \gamma_i \zeta_r\} D(\theta_T, \varphi_T) D(\theta_R, \varphi_R) \frac{e^{-\alpha \cdot v\tau}}{v\tau} \end{cases} \quad (36)$$

したがって、(37) 式の関係を利用して、(29) 式で定義される伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$ は (38) 式のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} & \{\gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \gamma_i\} \{\zeta_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \zeta_i\} \\ &= \{\gamma_r \zeta_r - \gamma_i \zeta_i\} - j \operatorname{sgn}(\omega) \{\gamma_r \zeta_i + \gamma_i \zeta_r\} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\tilde{H}(\omega) = \{\Gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \Gamma_i\} e^{-j\omega\tau} \quad (38)$$

別の観点から (38) 式をとらえると、入力波形および出力波形がともに実数値であることから、伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$ は共役偶関数でなければならない。一般に共役偶関数は多項式の形式で表現されるので、伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$ は、(39) 式のようにむだ時間と多項式の積の形に展開される。したがって、(38) 式で表わされる伝達関数は、(8) 式を満足する周波数帯域に限り、(39) 式が多項式を定数項で近似したものであると考えることもできる¹⁵⁾。

$$\tilde{H}(\omega) = e^{-j\omega\tau} \sum_{l=0}^{\infty} \{\gamma_{rl} - j \operatorname{sgn}(\omega) \gamma_{il}\} |\omega|^l \quad (39)$$

4.3 モデル適応度 $O(\tau)$

伝達関数 $\tilde{H}(\omega)$ は、 $\{\tau, \Gamma_r, \Gamma_i\}$ の三つのパラメータで表現できる。したがって、伝達関数を推定する問題は、観測送信波形 $\tilde{U}(\omega)$ と観測反射波形 $S(\omega)$ より三つのパラメータを推定する問題に帰着される。モデルを仮定して推定した反射波形と観測反射波形との二乗誤差 $I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i)$ を (41) 式により定義し、この二乗誤差を最小化することにより、それぞれのパラメータを推定することを考える。

$$I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i) = \|S(\omega) - \tilde{H}(\omega) \tilde{U}(\omega)\|^2 \quad (40)$$

$$= \|S(\omega) - \{\Gamma_r - j \operatorname{sgn}(\omega) \Gamma_i\} e^{-j\omega\tau} \tilde{U}(\omega)\|^2 \quad (41)$$

さて、伝搬時間 τ が仮に与えられたとすると二乗誤差 $I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i)$ を最小にする $\{\hat{\Gamma}_r(\tau), \hat{\Gamma}_i(\tau)\}$ は最小自乗法により一意に決められる。そこで、伝搬時間 τ において、モデルを仮定して推定された反射波形と観測反射波形の一致度を示す指標としてモデル適応度 $O(\tau)$ を次式のように定義する。

$$O^2(\tau) = 1 - \frac{I(\tau, \hat{\Gamma}_r(\tau), \hat{\Gamma}_i(\tau))}{\|S(\omega)\|^2} \quad (42)$$

(42) 式で二乗誤差を観測送信波形の二乗ノルムで規格化しているので、モデル適応度 $O(\tau)$ は 0 から 1 の値をとり、1 に近づくほどモデルとの一致度が高い、つまり、対応する位置に埋設物がある信頼度が高いことを表わす。このことにより、反射強度や減衰の影響を補正せずにモデル適応度の値を比較できる。

4.4 モデル適応度と規格化相互相関関数の包絡線関数

モデル適応度を定義とおりに計算するためには多くの計算を必要とする。しかしながら、つぎの命題を利用することにより、モデル適応度 $O(\tau)$ は観測送信波形と観測反射波形の

規格化相互相関関数の包絡線関数として簡単に計算することができる。

[命題 1] モデル適応度 $O(\tau)$ は観測送信波形と観測反射波形の規格化相互相関関数の包絡線関数である。

(証明) 二乗誤差 $I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i)$ を Plancherel の定理を利用して、時間領域で表現し、時間領域での観測送信波 $\tilde{u}(t)$ のヒルベルト変換を $\tilde{u}_h(t)$ とおけば、二乗誤差はつぎのように変形できる。

$$I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i) = \|s(t) - \Gamma_r \tilde{u}(t - \tau) - \Gamma_i \tilde{u}_h(t - \tau)\|^2 \quad (43)$$

$$\begin{aligned} &= \|s(t)\|^2 + \Gamma_r^2 \|\tilde{u}(t)\|^2 + \Gamma_i^2 \|\tilde{u}_h(t)\|^2 \\ &\quad - 2\Gamma_r \phi_{s\tilde{u}}(\tau) - 2\Gamma_i \phi_{s\tilde{u}_h}(\tau) \\ &\quad - 2\Gamma_r \Gamma_i \langle \tilde{u}(t), \tilde{u}_h(t) \rangle \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} &= \|s(t)\|^2 + \Gamma_r^2 \|\tilde{u}(t)\|^2 + \Gamma_i^2 \|\tilde{u}(t)\|^2 \\ &\quad - 2\Gamma_r \phi_{s\tilde{u}}(\tau) + 2\Gamma_i \mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)] \end{aligned} \quad (45)$$

ここで、以下に示すヒルベルト変換の関係式を利用した。

$$\|\tilde{u}_h(t)\|^2 = \|\tilde{u}(t)\|^2 \quad (46)$$

$$\langle \tilde{u}(t), \tilde{u}_h(t) \rangle = 0 \quad (47)$$

$$\phi_{s\tilde{u}_h}(\tau) = -\mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)] \quad (48)$$

(45) 式の二乗誤差を利用して、伝搬時間 τ の場合に最小二乗法により推定される $\{\hat{\Gamma}_r(\tau), \hat{\Gamma}_i(\tau)\}$ は、(49)、(50) 式のようにあらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i)}{\partial \Gamma_r} &= 2\Gamma_r \|\tilde{u}(t)\|^2 - 2\phi_{s\tilde{u}}(\tau) = 0 \\ \Rightarrow \hat{\Gamma}_r(\tau) &= \frac{\phi_{s\tilde{u}}(\tau)}{\|\tilde{u}(t)\|^2} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(\tau, \Gamma_r, \Gamma_i)}{\partial \Gamma_i} &= 2\Gamma_i \|\tilde{u}(t)\|^2 + 2\mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)] = 0 \\ \Rightarrow \hat{\Gamma}_i(\tau) &= -\frac{\mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)]}{\|\tilde{u}(t)\|^2} \end{aligned} \quad (50)$$

(49)、(50) 式を (45) 式および (42) 式に代入し、 $\|S(\omega)\|^2 = \|s(t)\|^2$ の関係を利用すれば、次式を得る。

$$O^2(\tau) = \frac{\{\phi_{s\tilde{u}}(\tau)\}^2 + \{\mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)]\}^2}{\|s(t)\|^2 \|\tilde{u}(t)\|^2} \quad (51)$$

(51) 式の右辺は $s(t)$ と $\tilde{u}(t)$ の規格化相互相関関数の二乗包絡線関数である。したがって、両辺の平方根をとると次式を得る。

$$O(\tau) = \frac{\sqrt{\{\phi_{s\tilde{u}}(\tau)\}^2 + \{\mathcal{H}[\phi_{s\tilde{u}}(\tau)]\}^2}}{\|s(t)\| \|\tilde{u}(t)\|} \quad (52)$$

■ 観測反射波形 $s(t)$ がモデルを仮定して推定される反射波形と完全に一致している場合、モデル適応度 $O(\tau)$ は観測送信波形 $\tilde{u}(t)$ の規格化自己相関関数の包絡線関数になる。ところで、媒質および対象物の (11) 式中の導電率 σ の項を無視して、モデルを仮定すれば (38) 式の Γ_i は 0 となる。この導電率の項を無視したモデルでは、観測反射波形 $s(t)$ が完全にモデルと一致している場合、モデル適応度 $O(\tau)$ は観測

送信波形 $\tilde{u}(t)$ の規格化自己相関関数になる．一般に，パルス型レーダに用いられている送信波形の自己相関関数は原点で最大となるが単峰でなく，振動した形となる．一方，自己相関関数の包絡線関数は単峰である．モデル適応度が単峰であれば伝搬時間の推定を容易に行なうことができるため，減衰パラメータを十分無視できる場合においても，(38) 式のモデルを採用することはモデル適応度の峰単性を保証するという意味で重要である．

これまでの議論により，モデル適応度は反射物体に対応する伝搬時間に頂点を有する単峰である性質があることがわかった．したがって，それぞれの観測点での観測反射波からモデル適応度を求め，モデル適応度が極大となる時間を検出することで，伝搬時間を得ることができる．

4.5 埋設物位置・伝搬速度の推定

マイクロ波は空間を広がりながら伝搬するため，点対象物を仮定した場合でも，複数の観測点から点対象物からの反射波が得られ，その伝搬時間は観測点の位置により，それぞれ異なる．このような性質を利用して，埋設物位置と伝搬速度を同時に同定する方法を提案する．

まず，Fig. 5 に示すような点対象物 (x_p, z_p) を，観測点位置 ξ において送受信アンテナ間距離 2Δ のアンテナで観測した場合の伝搬時間 τ は (53) 式の関係がある．

$$v\tau = \sqrt{(x_p - \xi + \Delta)^2 + z_p^2} + \sqrt{(x_p - \xi - \Delta)^2 + z_p^2} \quad (53)$$

実際の計測を想定した場合，観測点位置 ξ とアンテナ間距離 2Δ は既知であり，伝搬時間 τ はモデル適応度より推定されるが，伝搬速度 v および点対象物の位置 (x_p, z_p) は未知である．しかしながら，アンテナを走査させながら観測することにより，点対象物に関して複数の観測点における伝搬時間が得られる．そこで， M 個の観測点で伝搬時間が得られたとして，(54) 式に示す評価関数を最小にすることで，伝搬速度 v および点対象物の位置 (x_p, z_p) を推定することができる．

$$J = \frac{1}{J_0} \sum_{i=1}^M O_i(\tau_i) \left[v\tau_i - \sqrt{(x_p - \xi_i + \Delta)^2 + z_p^2} - \sqrt{(x_p - \xi_i - \Delta)^2 + z_p^2} \right]^2 \quad (54)$$

ただし，

$$J_0 = \sum_{i=1}^M O_i(\tau_i) \quad (55)$$

である．ここで，添字 i は観測点の番号を示している．

評価関数 J はモデル適応度を重みとした最小自乗法の評価関数の形式をしているが，未知パラメータに関して非線形であるため，線形最小自乗法ではパラメータを求めることはできない．そこで，初期値を与えて繰り返し計算によりパラメータ推定をする方法として知られている Levenberg-Marquardt 法¹⁶⁾を用いてパラメータの推定を行なう．

このように伝搬速度と点対象物の位置を同時に推定すること

Fig. 5 Propagation pass measured at $(\xi, 0)$ with bistatic radar for point object at (x_p, z_p)

により，点対象物の位置を固定し伝搬速度のみを推定する場合に比べて，推定精度が改善されることが期待される．

5. 観測送信波形の同定

前節で述べたように相互相関包絡線法を用いるためには，観測送信波形を同定する必要がある．そのため，Fig. 6 に示すように電波暗室内で送信アンテナと受信アンテナを 4274[mm] の距離をおいて対向させ，送信波形を観測した．アンテナには次章で述べる探査実験に使用する中心周波数 900[MHz] のアンテナ (GSSI 社製 3101D) を用いた．実験により観測した波形を (35) 式に基づき，距離による減衰および遅れを補正した結果を Fig. 7 の実線に示す．雑音などの影響を取り除くために，実験的に得られた波形に対して，(56) 式であらわされるモデルに最小自乗法を適用し，パラメータ A_0, a, ω_0, b を同定した．

$$\tilde{u}(t) = A_0 e^{-at^2} \cos(\omega_0 t + b) \quad (56)$$

推定された近似曲線を Fig. 7 の破線に示す．また，推定されたパラメータの値を Table 1 に示す．なお，(56) 式のモデルはパラメータに関して非線形であるため，Levenberg-Marquardt 法¹⁶⁾を用いてパラメータの推定を行なった．

推定された曲線の規格化自己相関関数とその包絡線関数を Fig. 8 に示す．4.4 節で述べたとおり，規格化自己相関関数は複数の山と谷を有するが，その包絡線は単峰であることが確認できる．

送信波形の狭帯域性を確認するために，Fig. 9 に近似曲線のパワースペクトルを示す．図中の破線は，パワースペクトルのピーク値が半値となる周波数をあらわし，周波数はそれぞれ，660[MHz], 1140[MHz] である．湿った土における電気特性 (比誘電率: 23.5, 導電率: 0.1) より^{14), 17)}， $\sigma/\epsilon = 76$ [MHz] であるので，(8) 式の条件は満足されている．電磁波に関する諸特性の周波数分散の一例として，湿った土における平面波の伝搬速度と減衰定数にもとづく単位長さ当たりの減衰率を Fig. 10 に示す．周波数分散は生じているものの，図中破線で示す半値幅の帯域においては，伝搬速度および減衰率のどちらも十分定数と近似できることが確認される．

ここで，求められた近似曲線を観測送信波 $\tilde{u}(t)$ として，解析に用いることにする．

Fig. 6 Experimental set up for identification of transmitting wave

Fig. 7 Experimental result for identification of transmitting wave

Fig. 8 Normalized auto correlation function of transmitting wave and its envelope

Table 1 Fitted parameters for measured transmitting wave

A_0	28.73
a	1.610×10^{18}
ω_0	5.654×10^9 [rad/s] (899.8 [MHz])
b	1.831 [rad] (104.9 [deg])

6. 埋設物の探索実験

Fig. 11 に示すように、排水性を考慮し底面に穴をあけたプラスチック製の容器内に砂利をひいたあとに土を満たしフィールドを作成した。このフィールドの中に長さ 500 [mm] で $\phi 101.6$, $\phi 190.7$, $\phi 318.0$ [mm] の直径の異なる三種類の鉄管を、それぞれ上端が深さ 300 [mm] となるように埋設し、鉄管の探索実験を行なった。観測にはデジタル式地下レーダ装置 (GSSI 社製 SIR-2000) と観測送信波同定に用いた中心周波数 900 [MHz] (GSSI 社製 3101D) を使用した。なお、使用したアンテナは Fig. 5 の 2Δ の値は 150 [mm] となっている。また、比誘電率を 23.5 と仮定した場合、波長は約 70 [mm] であるので、電磁波を局所的に平面波と仮定できるだけ十分遠い (深い) 位置に鉄管が埋設されていることが確認される。アンテナを x 軸の -500 [mm] から 500 [mm] まで 2 [mm] 間隔で走査し、501 点の観測点から反射波形を観測した。

それぞれの直径の鉄管に対して、Fig. 12 に原点において

Fig. 9 Power spectrum of transmitting wave; dashed lines represent half power bandwidth

Fig. 10 Velocity and attenuation ratio of plane wave in lossy medium when $\epsilon = 23.5$, $\sigma = 0.1$, supposing medium is wet soil; dashed lines represent half power bandwidth

Fig. 11 Experimental field for steel pipe detection

観測された反射波形および相互相関包絡線法により求められたモデル適応度を、それぞれ示す。三種類の鉄管に共通して反射波形に 10 [ns] 付近に埋設物に対応する波形が確認されるが、正側にも負側にもピークが複数生じているため伝搬時間をひとつに定めることは難しい。一方、相互相関包絡線法により求められたモデル適応度は、埋設物に対応する 10 [ns] 付近に単峰のピークが見られ、ピークとなる時間により伝搬時間の得ることが可能であることがわかる。

観測点位置 x を横軸に、伝搬時間 τ を下方を正の方向とした縦軸にそれぞれとり、各観測点で得られた伝搬時間を付した図を Fig. 13 に示す。なお、ノイズの影響を考え、モデル適応度が 0.15 以上の極大値に関してプロットした。埋設物に対応する位置に極大値が付置されているのが確認される。いずれの観測点においても 2 [ns] 付近に極大値があらわれているが、これは大気と地面との境界の影響であると考え

Fig. 12 Signal measured at $\xi=0.0$ and model fitness $O(\tau)$

られる。

つぎに、観測に関する領域における地中の平均的な伝搬速度は一定であると仮定し、埋設物の上端を代表点とし、代表点位置を推定する。大気と地面との境界の影響ではないと考えられる 7.5[ns] 以上の伝搬時間に対して、(54) 式の評価関数を Levenberg-Marquardt 法により最小化することにより、埋設物位置 (x, z) および伝搬速度 v を推定した。評価関数の最小化にさいして、必要となるパラメータの初期値は、伝搬速度に関しては文献¹⁷⁾より地中の比誘電率を 23.5 とした場合の (2) 式により求められる伝搬速度とし、埋設物位置に関しては埋設物付近の伝搬時間の中のもっとも地上に近い伝搬時間に対応する位置とした。推定されたパラメータおよび

Fig. 13 Point diagrams of measurement point and propagation time

Fig. 14 Point diagrams around steel pipes and fitted curves

そのときの評価関数 J の値を Table 2 に示し、Fig. 14 に埋設物付近の伝搬時間を黒点で、推定されたパラメータから (53) 式から計算される伝搬時間を実線であらわす。なお、図中右側の縦軸は推定された伝搬速度から伝搬距離に換算したスケールを示している^(注*)。最小化された評価関数の値および Fig. 14 より観測値が (53) 式の関係と十分一致していることがわかる。また、埋設物の代表点位置に関しての誤差は、水平方向で最大 36[mm]、垂直方向で最大 51[mm] となっており、精度よく位置が推定されていることを確認した。

一方、地中埋設物の検出実験では伝搬速度の真値が未知であることから、伝搬時間および伝搬速度を真値と比較することは難しいが、垂直方向の位置の精度から類推して、

(注*) 深さではなく伝搬距離であることに注意されたい

Fig. 15 Experimental set up for identification of propagation velocity and position of steel pipe in air

Table 2 Top position of steel pipes, propagation velocity of microwave in soil and specific dielectric constant of soil identified by proposed method

Obj.	x [mm]	z [mm]	v [mm/ns]	ϵ	J_{min} [mm ²]
101.6	25	321	69.29	18.74	0.024
190.7	36	351	71.43	17.64	0.028
318.0	10	327	64.09	21.91	0.027

Table 3 Propagation times measured at $x = 0$ [mm]

Obj.	Estimated time [ns]	Error [%]
101.6	5.42	9.97
190.7	5.53	8.14
318.0	5.57	7.48

Table 4 Top position of steel pipes, propagation velocity of microwave in air and specific dielectric constant of air identified by proposed method

Obj.	x [mm]	z [mm]	v [mm/ns]	ϵ	J_{min} [mm ²]
101.6	33	866	323.5	0.86	0.00013
190.7	23	809	294.2	1.04	0.00013
318.0	23	850	308.8	0.94	0.00017

伝搬時間および伝搬速度は十分な精度で推定されていると考えられる。提案手法の伝搬時間および伝搬速度推定の精度を検討するために、Fig. 15 に示すようにレーダと鉄管との距離が 900[mm] となるように配置し、伝搬速度が既知 ($v=300$ [mm/ns], $\epsilon=1.0$) である空気中において地中での検出実験と同様に三種類の直径の鉄管の推定実験を行ない、相互相関包絡線法による解析を同様に行なった。伝搬時間の推定結果を Table 3 に、代表点位置および伝搬速度の推定結果を Table 4 に、それぞれ示す。伝搬時間は最大 9.97%、伝搬速度は最大 7.8% の誤差で伝搬速度が推定されていることがわかり、十分な精度を有していることが確認された。

7. 結 論

高周波における狭帯域を仮定することにより、マイクロ波地中レーダにより埋設物を観測する際の伝達関数を解析した。観測送信波形を入力と考えることにより、伝達関数は反射係数に対応する定数成分と伝搬によるむだ時間の積であらわされることを示した。また、得られた伝達関数と観測反射波形から推定される反射波形と観測反射波形との二乗誤差に基づく、モデル適応度を新しく提案した。このモデル適応度は伝搬時間の関数としてあらわされ、伝達関数モデルとの一致度をあらわすため、モデル適応度が大きな伝搬時間に対応する位置に埋設物が存在する。観測送信波形の自己相関関数の包

絡線関数が単峰であれば、モデル適応度は埋設物に対応する伝搬時間を頂点とした単峰になることを示した。この性質を利用することで、反射波形が伝搬時間付近で紡錘形に振動した波形をしていたため、これまで難しかった伝搬時間の推定が可能となった。

さらに、モデル適応度の計算方法として、観測送信波形と観測反射波形の規格化相互相関関数の包絡線関数に等しいことを証明し、この関係を利用してモデル適応度を求める相互相関包絡線法を新しく提案した。

相互相関包絡線法により得られる伝搬時間と観測点位置を用いて、対象物の代表点位置とマイクロ波伝搬速度を同時に推定する方法を提案した。一連の提案手法を利用することで、埋設物の位置を直接推定することができる。埋設物の位置が直接的に推定されるため、これまでの画像再構成法では難しかった位置推定精度の定量的な評価も可能となった。

提案手法を、大きさの異なる三種類の鉄管の検出実験に適用したところ、鉄管の上端位置を精度よく同定することができた。また、空気中での鉄管の検出実験により、提案手法による伝搬時間および伝搬速度同定の有効性も確認された。今後は、管状の埋設物ばかりではなく、さまざまな形状の埋設物の検出が課題となる。

なお、本研究を行なうに当たり、JST（科学技術事業振興団）の助成を受けた。

参 考 文 献

- 1) 鈴木, 田中, 高山, 大山, 小林: 送信波形の広がり考慮するマイクロ波地中レーダ画像の鮮鋭化, 第 40 回計測自動制御学会学術講演予稿集, 201 B-2 (2001)
- 2) Greg Turner: Subsurface radar propagation deconvolution, Geophysics, 59-2, 215/223 (1994)
- 3) 荒井, 鈴木: 地中探査レーダ (その 2)-コンプレッション型, 信学会 宇宙航行エレ 研究会 SANE 83-8, 25/32 (1983)
- 4) 田中, 高山, 大山, 小林: マイクロ波地中レーダのための伝達関数モデルの検討, 第 18 回センシングフォーラム資料, 113/118 (2001)
- 5) 許, 川中, 中山, 高木: 地中探査レーダにおける深度方向ブロック化マイグレーション法, 第 24 回画像コンファレンス論文集, 395/398 (1993)
- 6) 日本リモートセンシング学会: パソコンによるリモートセンシング, 198/206 (1987)
- 7) 永島, 吉田, 増田, 小松: ゼロクロス合成開口法を用いた埋設管位置推定法, 電子情報通信学会論文誌 B-II, J76-B-II-7, 634/640 (1993)
- 8) 田中, 高山, 大山, 小林: 地中探査レーダのための逆投影ヒストグラム法による画像再構成, 計測自動制御学会論文集, 38-9, 739/746 (2002)
- 9) T. Sato, K. Takeda et al.: Automatic Data Processing Procedure for Ground Probing Radar, IEICE Trans. Commun., E77-B-6, 831/837 (1994)
- 10) H. Hayakawa, T. Nigawa et al.: Radar Imaging of Underground Objects in Inhomogeneous Soil using X-T-V Data Matrix, Proc. of 6th Int. GPR conference, 579/584 (1996)
- 11) 地中探査レーダ技術資料: 日本無線 (1993)
- 12) 得丸 仁: 基礎電磁波, 森北出版 (1992)
- 13) 虫明康人: アンテナ・電波伝搬, コロナ社 (1961)
- 14) 佐藤源之: 地中レーダによる地下イメージング, 電子情報通信学会論文誌, J85-C-7, 520/530 (2002)

- 15) M. Tanaka, J. Takayama, S. Ohyama and A. Kobayashi:
Propagation Time Estimation for Microwave Subsurface
Radar by Novel Cross-correlation and Envelope Method,
Proc. of SICE Annual Conference in Osaka, 1461/1464
(2002)
- 16) D.W. Marquardt: Journal of the Society for Industrial and
Applied Mathematics, 11, 431/441 (1963)
- 17) SIR SYSTEM-2 OPERATION MANUAL, Geophysical
Survey Systems, Inc.

=====

[著者紹介]

田中正行 (学生会員)

2000年, 東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻修士課程修了, 同年同大学院理工学研究科機械制御システム専攻博士課程入学, 現在に至る. 98年度本学会学術奨励賞研究奨励賞受賞.

高山潤也 (正会員)

1998年, 東京工業大学大学院修士課程修了. 同年日産自動車(株)入社. 2000年, 東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻助手, 現在に至る. 高度能動計測系としての信号場の理論とその応用などの研究に従事.

大山真司 (正会員)

1984年, 東京工業大学大学院修士課程修了. 同年(株)日立製作所日立研究所入社. 90年, 東京工業大学工学部助手, 現在, 同学大学院理工学研究科助教授. 計測工学, 計測システム構成論等の研究, 教育に従事. 86年度本学会論文賞受賞. IEEE, 電子情報通信学会の会員(博士(工学)).

小林 彬 (正会員)

1969年, 東京工業大学大学院博士課程修了. 同年東京工業大学助手. 87年同教授, 現在, 同学大学院理工学研究科教授. 計測用空間フィルタ, 感覚計測, 解領域法による信号処理, 信号場, 高SN比計測法などの研究に従事. 73, 80, 86年度本学会論文賞受賞. 96年本会フェロー(工学博士).

=====