トロイダル型無段変速機の ゲインスケジュール型非線形サーボ制御装置の設計†

川 邊 武 俊*・城 新一郎*・ミシエル メンスレ*

Gain-scheduled Non-linear Servo Controller for Toroidal Continuously Variable Transmission†

Taketoshi KAWABE*, Shinichiro JOE* and Michel MENSLE*

For less energy consumption, toroidal continuously variable transmission (TCVT) is used for automobile power train systems. In order to compensate non-linearity and time variant properties of TCVT, gain scheduled non-linear servo controller has been designed, and its effectiveness has been verified through computer simulation results and test results using actual TCVT.

Key Words: Toroidal continuously variable transmission, non-linear servo controller, gain-scheduling, non-linear observer, sliding mode

1. はじめに

自動車の燃費・排気性能の向上は、環境問題に関連があることから、いまや社会的な要請となっている。無段変速機(以下 CVT と略す)とは、連続的に変速比を可変できる変速機のことであるが、自動車に CVT を用いるとエンジンを高効率な動作点で運転することが可能となり、燃費性能が向上する。自動車用 CVT としては、ベルト型 CVT とトロイダル型 CVT(以下 TCVT と略す)の 2 種類がある。ここでとりあげる TCVT はベルト型に比べ大トルクを伝達できる特徴があり¹⁾、高出力なエンジンや大型の乗用車に適している。

自動車において変速比の変化は加速度の発生に大きく影響し、変速比が目標値に対しオーバーシュートあるいはアンダーシュートすると、乗員に違和感を与えることがある。また、所定の燃費性能を達成するには、変速比は精度よく制御されることが望ましい。このため CVT の変速比はサーボ系により制御されるのが一般的である³⁾。

ところが、TCVT の動特性には独特の時変性と非線形性がある。そこで、TCVT の動特性の特殊な構造を利用した簡便な制御系設計法と、厳密線形化法を基にした制御系設計法とを提案する。提案する設計方法によれば、制御装置はゲインスケジュールされた非線形オブザーバ、オブザーバにより推定された物理的な状態量を線形な空間に写像する変数変換器、指令値に対し線形な変速比の応答を実現するための sliding

mode 補償器などから構成される。実機への実装のためには、設計された制御系を若干の修正することが必要であるが、修正の後でも、提案する変速制御系は実用上十分な性能を示すことを計算機シミュレーションと実機実験により示す。

以下、第 2 章では、TCVT をモデル化し状態方程式を導く、第 3 章に低次元化オブザーバおよび完全次元オブザーバの設計方法を示す、第 4 章に sliding mode 補償器の設計法を述べ、制御系の安定性について触れる。第 5 章に実装に関連した制御則の修正箇所を整理し、第 6 章に計算機シミュレーション結果、第 7 章に実機による実験結果を示す。第 8 章に結果をまとめる。

2. TCVT のモデル化

TCVT の構造を Fig.1 に示す²⁾。トロイダル型の出力ディスク(図中“Output disk”)と入力ディスク(図中“Input disk”)はそれぞれ車輪とエンジンに結合されている。入力ディスクと出力ディスクの間にパワーローラ(図中“Power roller”)が挟まれており、パワーローラは二つのディスクの回転を伝達する。パワーローラの回転面と両ディスク軸の角度(傾転角という)が変化することにより、変速比が変化する。パワーローラはトラニオン(図中“Trunnion”)に支えられており、トラニオンの変位により傾点角が変化する。傾転角はプリセスカム(図中“Precess cam”)を介して機械的にトラニオンを駆動する油圧系にフィードバックされる。この機械的なフィードバックにより傾転角のダイナミクスは安定化されている。

TCVT の動特性はつぎのような時変な非線形系として表わすことができる。

† SICE 第 2 回制御部門大会で一部発表 (2002・5)

* 日産自動車(株) 横須賀市夏島 1

* Nissan Motor Co., Ltd.

(Received November 7, 2002)

(Revised June 17, 2003)

Fig. 1 Construction of a toroidal CVT

$$\dot{\phi} = f(\phi, t)(y + d_y) \quad (1)$$

$$\dot{y} = -a_1\phi - a_2y + bu \quad (2)$$

$$\dot{u} = v \quad (3)$$

ここで t は時刻, ϕ は傾転角, y はトラニオン変位, d_y はパワーローラ変位に相当する外乱, u はステップモータの回転角, u と ϕ はそれぞれステップモータ回転角と傾転角, v はステップモータ角速度である. 入力角速度としているので, ステップモータは積分器とみなすことができる. a_1, a_2, b は機械的な形状や油圧などから決まり, 定数とみなすことができる.

$f(\phi, t)$ は ϕ の非線形関数であり, つぎのような時変性を持つ.

$$f(\phi, t) = h(\phi)\omega_o(t) \quad (4)$$

$$h(\phi) = \frac{\cos(\theta - \phi)\{1 + \eta - \cos(2\theta - \phi)\}}{(1 + \eta)R_0 \sin(\theta)} \quad (5)$$

ここで ω_o は出力ディスクの回転数, θ, η, R_0 はTCVTの機械的な設計によって定まる定数である. TCVTは $f(\phi, t) > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, b < 0$ となるように設計されている. 出力

Fig. 2 Block diagram of toroidal CVT dynamics

ディスクと駆動輪は固定のギヤで直結されている. ω_o は車速に比例して変化するので, 車速が 5 [km/h] から 200 [km/h] まで変化すると, ω_o は 40 倍の変化幅を持つことになる. このため, 制御系は ω_o の変化に対応する必要がある.

TCVT の変速比 g_{cvt} は ϕ の非線形関数として

$$g_{cvt} = G(\phi), \quad G(\phi) = \frac{1 + \eta - \cos(2\theta - \phi)}{1 + \eta - \cos(\phi)} \quad (6)$$

と表わされる. TCVT の変速比は入力ディスクの回転数と出力ディスクの回転数から検出でき, ϕ は $\phi = G^{-1}(g_{cvt})$ の関係から検出できる. (1)~(3) 式を状態方程式になおすと

$$\dot{x} = A(\phi, t)x + Bv + B_d d_y \quad (7)$$

$$\phi = Cx$$

$$x^T = [\phi \quad y \quad u]$$

を得る. ただし

$$A(\phi, t) = \begin{bmatrix} 0 & f(\phi, t) & 0 \\ -a_1 & -a_2 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} f(\phi, t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (8)$$

である. TCVT の動特性は Fig. 2 のようにブロック図表現できる.

プラントは第 1 章に述べたように, 時変性と非線形性を有するが, 時変性と非線形性は共に (1) 式だけに現れ, しかも状態量の中では ϕ にだけ関係する. プラントのこの特殊な構造を利用して次章においてオブザーバを設計する.

3. オブザーバの設計

簡便な低次元化オブザーバと, 厳密線形化法に基づいた全状態オブザーバの設計法を定式化する. 全状態オブザーバではプラントの時変性に起因する補正項が現れる.

3.1 低次元化オブザーバの設計

一般的な線形時不変系の低次元化オブザーバの設計法の手順に沿ってゲインスケジュール型のオブザーバを考える. ϕ は検出可能なので, 推定する状態を $w = [y \quad u]^T$ とおくと (7) 式から

$$\dot{w} = A_{22}w + A_{21}\phi + B_2v$$

を得る. ただし A を

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$A_{11} = 0, \quad A_{12} = [f(\phi, t) \ 0]$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} -a_2 & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B を $B = [B_1^T \ B_2^T]^T$ $B_1 = 0$, $B_2 = [0 \ 1]^T$ と分解した。
オブザーバ

$$\dot{\hat{w}} = A_{22}\hat{w} + A_{21}\phi + B_2v + H(t)(\dot{\phi} - \hat{\phi}) \quad (10)$$

を考える。プラントが時変系なので、オブザーバゲイン H は時変とする。ここで $\hat{w}$ は w の推定値、 $\hat{\phi}$ は ϕ の推定値である。ただし $\dot{\phi} = A_{12}w$ より

$$\dot{\hat{\phi}} = A_{12}\hat{w} \quad (11)$$

と定義する。(10) 式の入力 $\dot{\phi}$ を含んでいる。 $\dot{\phi}$ は直接観測できないので、擬似微分を用い ϕ から $\dot{\phi}$ を計算することが考えられる。しかし擬似微分を用いて計算した $\dot{\phi}$ の値は遅れており正確でない。そのため、(10) 式において $\dot{\phi}$ を ϕ の擬似微分値で代用すると、プラントとオブザーバとの初期値が一致しており、モデル化誤差がなく、外乱が生じていない状態(このような状態を以下、理想状態と呼ぶ)でも状態量の推定に誤差が発生する問題がある。第6章の計算機シミュレーションで示すように、この誤差は TCVT では無視できない。この問題を回避するため以下の方法を考える。

つぎの変数変換を導入する。

$$q = \hat{w} - H(t)\phi \quad (12)$$

(12) 式の両辺を時間微分し (10) 式へ代入すると (10) 式は

$$\dot{q} = A_{obs}q + D\phi + B_2v \quad (13)$$

$$A_{obs} = A_{22} - H(t)A_{12} \quad (14)$$

$$D = A_{21} + A_{22}H(t) - H(t)A_{12}H(t) - \dot{H}(t) \quad (15)$$

と変形される。ただし $H = [h_1 \ h_2]^T$, $\dot{H} = [\dot{h}_1 \ \dot{h}_2]^T$ と定義する。 $\hat{w}$ は

$$\hat{w} = q + H(t)\phi \quad (16)$$

と得られる。推定誤差 $e_w = w - \hat{w}$ はつぎのように表わされる。

$$\dot{e}_w = A_{obs}e_w \quad (17)$$

$$A_{obs} = \begin{bmatrix} -a_2 - f(\phi, t)h_1(t) & b \\ -f(\phi, t)h_2(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

さて、理想状態において推定誤差が発生しないためには、(17) 式が成り立ち、 A_{obs} が安定であることが必要である。(17) 式が成り立つためには、(15) 式において、 $\dot{H}$ が正確に H の時間微分値となっていることが必要である。

そこでまず、つぎのローパスフィルタにより H および $\dot{H}$ を発生し、 $\dot{H}$ を正確に H の時間微分値とする。

$$\dot{h}_1(t) = -\omega_{lpf}h_1(t) + \omega_{lpf}\bar{h}_1(t) \quad (19)$$

$$\dot{h}_2(t) = -\omega_{lpf}h_2(t) + \omega_{lpf}\bar{h}_2(t) \quad (20)$$

ここで $\omega_{lpf} > 0$ は設計者が選ぶローパスフィルタの遮断周波数である。

つぎに (17) 式の安定性について考察する。 $\bar{h}_1$ および $\bar{h}_2$ は設計パラメータ a_{11} と a_{21} を導入しつぎのように設定する。

$$\bar{h}_1(t) = \frac{a_2 - a_{11}}{f(\phi, t)} \quad (21)$$

$$\bar{h}_2(t) = -\frac{a_{21}}{f(\phi, t)} \quad (22)$$

ここで $f(\phi, t) > 0$ であることを使った。 $\bar{h}_1$, $\bar{h}_2$ の周波数帯域は有限であると仮定すると(注1), $\omega_{lpf} \rightarrow \infty$ の極限において $h_1 = \bar{h}_1$, $h_2 = \bar{h}_2$ となり、 A_{obs} は時不変な行列 $\bar{A}_{obs}$ となる。ただし

$$\bar{A}_{obs} = \begin{bmatrix} a_{11} & b \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

である。設計パラメータ a_{11} および a_{21} により $\bar{A}_{obs}$ の固有値は任意に配置することができる。 a_{11} および a_{21} は $\bar{A}_{obs}$ の固有値が安定になるように選ぶ。

もちろん実際には ω_{lpf} はある有限な値をとるので、 A_{obs} は $\bar{A}_{obs}$ と一致せず、 $\bar{A}_{obs}$ の固有値から直ちに (17) 式の系の安定性を保証することは出来ない。そこで A_{obs} のパラメータ変動に関する (17) 式のロバスト安定性を考える。

h_1 , h_2 を (18) 式に代入すると (17) 式は

$$\dot{e}_w = [\bar{A}_{obs} + \Delta(t)] e_w \quad (24)$$

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} \delta_1(t) & 0 \\ \delta_2(t) & 0 \end{bmatrix}$$

と書き換えることができる。ただし $\delta_1 = -f\dot{h}_1/\omega_{lpf}$, $\delta_2 = -f\dot{h}_2/\omega_{lpf}$ である。(24) 式の系はつぎの内部安定な系

$$\dot{\eta} = \bar{A}_{obs}\eta + w \quad (25)$$

$$z = m\eta$$

および静的時変要素

$$w = \Delta(t) \frac{1}{m} z \quad (26)$$

からなる閉ループ系に書き直すことができる。ここで m はスカラー定数で (25) 式の系がノルム条件

$$\|m(sI - \bar{A}_{obs})^{-1}\|_{\infty} < 1 \quad (27)$$

を満たすためのスケールリングパラメータ、 z は (25) 式の系から出力され (26) 式の時変要素へ入力される信号、 w は (26) 式の時変要素から出力され (25) 式の系へ入力される信号、 η は (25) 式の系の状態量、 s はラプラス演算子である。(24) 式の系が Δ の変動に対しロバスト安定であるための十分条件は

$$\sup_{t \in R} \sigma_{\max}(\Delta(t))/m \leq 1 \quad (28)$$

(注1) $\bar{h}_1 = (a_2 - a_{11})/(\omega_o h(\phi))$ である。 $\omega_o (> 0)$ と、 ϕ とは上下に有界であり、かつ有限な周波数帯域を持つと考えられる。さらに $h(\phi)$ は動作領域内で正の値をとる滑らかな関数であるから妥当な仮定と考えられる。 $\bar{h}_2$ についても同様である。

と表わされる¹¹⁾。ただし $\sigma_{\max}(\Delta(t))$ は $\Delta(t)$ の最大特異値を表わす。簡単な計算から $\sigma_{\max}(\Delta(t)) = \sqrt{\delta_1(t)^2 + \delta_2(t)^2}$ と表わせる。いま

$$\frac{\dot{h}_1(t)}{\omega_{lpf}} = \frac{p}{p + \omega_{lpf}} \bar{h}_1(t) \quad (29)$$

である。ここで p は微分演算子である。 $\bar{h}_1$ は有限な周波数帯域を持つ信号と仮定したので、 ω_{lpf} を大きく取れば $|\dot{h}_1/\omega_{lpf}|$ を任意に小さくできることが (29) 式の右辺からわかる。 f は有界な信号であるから $|\delta_1| = |f\dot{h}_1/\omega_{lpf}|$ も任意に小さく出来る。 $|\delta_2|$ についても同様である。したがって、 ω_{lpf} を十分大きく取れば (28) 式を満たすことができ、(17) 式の系が安定であるための十分条件が満たされる。

ただし (28) 式はロバスト安定性の十分条件であるから、(28) 式をもとに ω_{lpf} を設計すると、 ω_{lpf} は必要以上に大きく設定される可能性がある。 ω_{lpf} の値が必要以上に大きいと、コントローラの離散時間化が困難になったり、 $\dot{H}$ にノイズの影響が顕著に現れ、オブザーバの推定精度が劣化することが懸念される。そこで実際には ω_{lpf} の値は計算機シミュレーションや実機による実験結果から決定した。 $\omega_{lpf} = 30[\text{rad/sec}]$ と設定したところ、実際の動作条件下で (13) 式のオブザーバから期待した性能を得ることができた。(10) 式のオブザーバに対する (13) 式のオブザーバの優位性は 6 章の計算機シミュレーションに示す。

3.2 全状態オブザーバの設計

(1) 式はつぎのように書き直すことができる。

$$\frac{1}{\omega_o(t)h(\phi)}\dot{\phi} = y + d_y \quad (30)$$

(30) 式を利用し、(1)~(3) 式に対して、つぎの変数変換を考える。

$$\chi_1 = \frac{1}{\omega_o(t)}g(\phi), \quad (31)$$

$$\chi_2 = y \quad (32)$$

$$\chi_3 = u. \quad (33)$$

ここで $g(\phi)$ は

$$\frac{dg(\phi)}{d\phi} = \frac{1}{h(\phi)} \quad (34)$$

を満たす関数である。 $d_y = 0$ とおき、(31)~(33) 式を使つて、(1)~(3) 式はつぎのように書き直すことができる。

$$\dot{\chi} = \tilde{A}\chi + \tilde{p}(\phi) + \tilde{B}v \quad (35)$$

$$\chi_1 = \tilde{C}\chi$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a_2 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{p}(\phi) = \begin{bmatrix} \frac{\dot{\omega}_o}{\omega_o^2}g(\phi) \\ -a_1\phi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ここで、 $\chi = [\chi_1 \ \chi_2 \ \chi_3]^T$ である。ただし、(31) 式より

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_1 &= -\frac{\dot{\omega}_o}{\omega_o^2}g(\phi) + \frac{1}{\omega_o} \frac{\partial g(\phi)}{\partial \phi} \dot{\phi} \\ &= -\frac{\dot{\omega}_o}{\omega_o^2}g(\phi) + \frac{1}{\omega_o h(\phi)} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (36)$$

であることを利用した。(36) 式の右辺第 1 項は、制御対象の

時変性により現れる項である。 ω_o と ϕ は検出可能であるので、 χ_1 は検出可能である。 $(\tilde{A}, \tilde{C})$ は可観測対であることを確かめることができる。(35) 式のオブザーバは、つぎのように構成すればよい。

$$\dot{\hat{\chi}} = \tilde{A}\hat{\chi} + \tilde{p}(\phi) + \tilde{B}v - H_\chi(\tilde{C}\hat{\chi} - \chi_1) \quad (37)$$

ここで H_χ は $\tilde{A} - H_\chi\tilde{C}$ を安定化するオブザーバゲインである。推定誤差を $e_\chi = \hat{\chi} - \chi$ とすると

$$\dot{e}_\chi = (\tilde{A} - H_\chi\tilde{C})e_\chi \quad (38)$$

となり、 e_χ が漸近的に収束することが示される。

4. 制御系の設計

Fig.3 に示す制御系構成を考える。状態量は前節のオブザーバで推定可能と仮定し、状態フィードバック補償器を設計する。エンジンや車速制御系など、車載されるほかの制御系との整合性をとるために、制御量は変速比 g_{cvt} とする。コントローラの複雑化を最小にとどめるため、sliding mode 理論^{4)~6)}を応用する。ステップモータの積分特性は、外乱や目標値追従誤差の除去に効果があると考えられる。そこで、補償器は積分特性を持たない構成とする。

Fig. 3 Proposed control system for the toroidal CVT

4.1 状態量の変換

状態量 ϕ, y, u と制御量 g_{cvt} との関係は非線形である。目標値に対し線形時不変な g_{cvt} の応答を実現することを考える。そのため、 x を状態量と考える代わりに $x_{cvt} = [g_{cvt} \ \dot{g}_{cvt} \ \ddot{g}_{cvt}]^T$ を状態量と考え、フィードバック制御を考える。この妥当性を示すには、 x から x_{cvt} への変数変換が大域的微分同相写像であることを示せばよい。一般的には大域的微分同相写像はつぎのように定義される。

【定義】 状態量 $x \in R^n$ から状態量 $z \in R^n$ への変数変換 $z = \Phi(x)$ はつぎの二つの条件を満たすとき R^n 上の大域的微分同相写像である⁹⁾。

i) すべての $x \in R^n$ において $\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$ となる逆変換 $\Phi^{-1}(z)$ が存在する。

ii) $\Phi(x)$ および $\Phi^{-1}(z)$ は無限回偏微分可能 (滑らか) である。□

大域的微分同相写像の一般的な定義では、i) で x の全空間に

わたり逆変換が存在することを要求している。一方 TCVT の問題では, i) に代えつぎの i') が成り立てば変数変換は妥当であると考えられる。

i') TCVT の全動作領域において $\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x$ となる逆変換 $\Phi^{-1}(z)$ が存在する。

《定理1》 x から x_{cvt} への変数変換は i') および ii) を満たす。

(証明) TCVT の動作領域は $0.6 < \phi < 1.8$ [rad] と設計されている。この動作領域内において x から x_{cvt} への写像が滑らかかつ 1 対 1 対応で, かつ Jacobian $\partial x / \partial x_{cvt}$ が正則であることを示せばよい⁸⁾。

$x_\phi = [\phi \ \dot{\phi} \ \ddot{\phi}]^T$ を介して x と x_{cvt} が 1 対 1 対応であることを示す。(6) 式より,

$$g_{cvt} = G(\phi) \quad (39)$$

$$\dot{g}_{cvt} = \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \dot{\phi} \quad (40)$$

$$\ddot{g}_{cvt} = \frac{\partial^2 G(\phi)}{\partial \phi^2} \dot{\phi}^2 + \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \ddot{\phi} \quad (41)$$

を得る。(39) 式より $0.6 < \phi < 1.8$ [rad] において g_{cvt} と ϕ は 1 対 1 対応である。 $\partial G(\phi) / \partial \phi$ は ϕ に対して 1 意に値が決まるから, このことと (40) 式より, $[g_{cvt} \ \dot{g}_{cvt}]^T$ と $[\phi \ \dot{\phi}]^T$ は 1 対 1 対応である。さらに $\partial^2 G(\phi) / \partial \phi^2$ は ϕ に対して 1 意に値が決まるから (41) 式より $[g_{cvt} \ \dot{g}_{cvt} \ \ddot{g}_{cvt}]^T$ と $[\phi \ \dot{\phi} \ \ddot{\phi}]^T$ は 1 対 1 対応である。また, x_ϕ から x_{cvt} への写像は明らかに滑らかである。

つぎに $x_\phi = [\phi \ \dot{\phi} \ \ddot{\phi}]^T$ と $x = [\phi \ y \ u]^T$ の関係を考える。

$$\dot{\phi} = \omega_o h(\phi) y \quad (42)$$

$$\ddot{\phi} = -\omega_o h(\phi)(bu - a_1 \phi) + (\omega_o h(\phi) + \omega_o^2 \frac{\partial h(\phi)}{\partial \phi} h(\phi) y - a_2 \omega_o h(\phi)) y \quad (43)$$

である。TCVT が動作中は $\omega_o \neq 0$ と考えることができる。 $h(\phi)$ は ϕ に対し一意に決まるから (42) 式より $[\phi \ \dot{\phi}]^T$ と $[\phi \ y]^T$ とは 1 対 1 対応である。さらに $\partial h(\phi) / \partial \phi$ は ϕ に対して一意に決まるから (43) 式より $[\phi \ \dot{\phi} \ \ddot{\phi}]^T$ と $[\phi \ y \ u]^T$ とは 1 対 1 対応である。よって $x = [\phi \ y \ u]$ と $x_{cvt} = [g_{cvt} \ \dot{g}_{cvt} \ \ddot{g}_{cvt}]$ とは 1 対 1 対応である。また, x から x_ϕ への写像は明らかに滑らかである。

よって, x から x_{cvt} への写像は滑らかで 1 対 1 対応である。また (39)~(43) 式より,

$$\left| \frac{\partial x_{cvt}}{\partial x} \right| = \left(\frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \right)^3 h^2(\phi) \omega_o^2 b \quad (44)$$

と表わされる。制御対象である TCVT の設計値は, $0.6 < \phi < 1.8$ [rad], $\theta = 1.1$ [rad], $\eta = 0.65$ [rad] である。これらの値を用いて $\partial G(\phi) / \partial \phi \neq 0$, $h(\phi) \neq 0$ を確かめることができる。また, あきらかに $b \neq 0$, $\omega_o \neq 0$ であるから, $|\partial x_{cvt} / \partial x| \neq 0$ となる。

よって, 以上から x から x_{cvt} への写像は i') および ii) を満たす。□

4.2 Sliding Mode 補償器の設計

つぎのような制御誤差 σ を考える。

$$\sigma = \ddot{g}_{cvt} + 2\zeta\omega \dot{g}_{cvt} + \omega^2(g_{cvt} - \bar{g}_{cvt}) \quad (45)$$

ここで $\bar{g}_{cvt}$ は g_{cvt} の目標値, $\zeta > 0$, $\omega > 0$ は応答性を決める設計パラメータである。制御則を

$$v = -K \operatorname{sgn} \sigma \quad (46)$$

とし, スイッチングゲイン K を十分大きくとると, 有限時間で $\sigma = 0$ に sliding mode が発生する^{4)~6)}。このとき, g_{cvt} は $\bar{g}_{cvt}$ に自然振動数 ω , 減衰率 ζ の 2 次遅れの動特性で追従する。ただし $\operatorname{sgn} \sigma$ は

$$\operatorname{sgn} \sigma = \begin{cases} 1 & (\sigma > 0) \\ -1 & (\sigma < 0) \end{cases} \quad (47)$$

を表わす。

$\ddot{g}_{cvt}$ と $\dot{g}_{cvt}$ の検出は実際には困難なので, 前節で示したオブザーバによる推定値を用いることとし, 実際の制御則は

$$v = -K \operatorname{sgn} \hat{\sigma} \quad (48)$$

を用いる。ここで,

$$\hat{\sigma} = \hat{\ddot{g}}_{cvt} + 2\zeta\omega \hat{\dot{g}}_{cvt} + \omega^2(g_{cvt} - \bar{g}_{cvt}) \quad (49)$$

ただし, $\hat{\ddot{g}}_{cvt}$ や $\hat{\dot{g}}_{cvt}$ は, (40), (41), (42), (43) 式の u および y をオブザーバから得られる推定値に置換して計算する。

いま, 制御対象は時変性を持つ非線形系であるから, 安定な状態フィードバック則と安定なオブザーバを組み合わせても閉ループ系が安定であるとは限らない。全状態オブザーバ (37) を補償器 (48) と組み合わせた併合系において, $x_{cvt} = [\bar{g}_{cvt} \ 0 \ 0]^T$ は安定な平衡点であることを示すことができる (付録参照)。安定性を含めた制御系の性能は最終的には計算機シミュレーションと実機実験で検証する。

5. 制御装置の実装

実際の制御装置へ簡単に実装するため, 以上に提案したオブザーバや制御則に若干の変更を加える。以下に変更点を整理する。以下のような変更を加えても変速制御系が十分な性能を示すことは, 計算機シミュレーションと実機実験によって明らかにする。

5.1 ω_o の近似計算

操作量 v を導出するには $\hat{\ddot{g}}_{cvt}$ が必要であるが, $\ddot{g}_{cvt}$ を展開すると, 展開項の中に $\ddot{\phi}$ が現れる。 $\ddot{\phi}$ は (43) 式のように表わされるので, $\ddot{g}_{cvt}$ を推定するには結局 ω_o が必要である。また, (37) 式の全状態オブザーバにおいても $\hat{p}(\phi)$ の第 1 行に ω_o が現れる。 ω_o を実用的かつ安価なセンサーで正確に検出することは現状では困難である。ところが, ω_o は出力ディスクの回転速度であり, 出力ディスクは車輪に直結している。このため ω_o は車体の加速度に比例する量である。車体加速度は TCVT の状態量に比べ変化は緩慢であると考えられることができる。そこで, 実装する制御装置では適当なハイパスフィルタを用い

$$\dot{\omega}_o(t) \simeq \frac{p}{p/\omega_{hpf} + 1} \omega_o(t) \quad (50)$$

と近似する．ここで ω_{hpf} は設計者が決める定数とする．

5.2 チャタリングの防止

(48) 式を離散時間系で用いると、チャタリングが発生することがある．そこで、チャタリングを防止するためつぎのように平滑化した制御入力を用いる⁶⁾．

$$v = -K \frac{\hat{\sigma}}{|\hat{\sigma}| + \sigma_0} \quad (51)$$

ここで $\sigma_0 > 0$ は平滑化のために導入された設計パラメータである．

6. 計算機シミュレーション

第5章の修正を行なった上での計算機シミュレーション結果を示す．

プラントのパラメータ a_1 , a_2 , b は連続時間同定法¹⁰⁾により同定した．ほかのパラメータはTCVTの設計値を用いた．用いたパラメータの値をつぎに示す．

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.07, & a_2 &= 23, & b &= -0.0006, \\ \eta &= 0.65, & \theta &= 1.1, & R_0 &= 0.04 \end{aligned} \quad (52)$$

オブザーバおよびコントローラのパラメータはつぎのように与えた．

$$\begin{aligned} \omega &= 20, & \zeta &= 1, & K &= 100, \\ \sigma_0 &= 2, & \omega_{lpf} &= 30, & \omega_{hpf} &= 30 \end{aligned} \quad (53)$$

まず、提案する(13)式の低次元化オブザーバと、擬似微分を用いた(10)式の低次元化オブザーバとを比較する．(23)式の極および(10)式のオブザーバ極は共に $s = -9$, -9 とした．外乱 $d_y = 0$ とし、オブザーバとプラントの初期値は一致させ、モデル化誤差は存在しないとした．オブザーバは連続時間系とした．(10)式のオブザーバでは $\dot{\phi}$ は

$$\dot{\phi}(t) = \frac{p}{p/30 + 1} \phi(t)$$

と ϕ を擬似微分して発生した． $\bar{g}_{cvt} = 0.6 + 0.1 \sin(4\pi t)$ としたときの推定誤差を Fig.4 に示す．提案するオブザーバ(図中では実線)では u および y に推定誤差は発生していないが、(10)式のオブザーバでは $\dot{\phi}$ の値が不正確であるため、推定誤差が発生することがわかる．実機では y は 0.1[mm] オーダーの量であり、ここで発生している y の推定誤差量はTCVTとしては無視できない量である．(10)式のオブザーバに対し提案する(13)式のオブザーバが有利であることがわかる．

オブザーバとして、(13)式の低次元化オブザーバと(37)式の完全次元オブザーバを提案したが、計算機シミュレーションや実験の結果に両者の性能差はほとんど見られなかった．そのため、以下では(13)式の低次元化オブザーバを用いた場合の結果のみを示す．

ステップ応答および外乱応答の結果を Fig.5 に示す．ステップモータの回転速度は、脱調を避けるため、一秒間に

Fig. 4 Comparison of estimation error between the proposed reduced order observer (solid line) and the observer of eq. (10) (dot line)

100 パルス分の回転速度に制限した．サンプリング周期は 0.02[sec] とした．

制御量の目標値応答性は十分である． ω_o の変化に対応してオブザーバゲイン h_1 および h_2 が変化していることがわかる．また、時刻 $t = 7$ [sec] 以降にステップ関数状の外乱 d_y (振幅 0.2[mm]) を発生させたが、 d_y の影響は急速に除去されることがわかる． $t = 1.5$ [sec] で目標値応答にごく僅かなオーバーシュートが見られるが、オーバーシュートは制御仕様以内に収まっている．オーバーシュートは、制御装置を離散時間化しているために発生していると考えられる．

7. 実機実験

Fig.6 にステップ応答の実験結果を示す． $\bar{g}_{cvt}$ の応答はシミュレーション結果と同じ傾向であり、オーバーシュートのほとんど無い正確な変速結果が得られている．僅かな定常偏差は、ノイズの影響を除去するために操作端に設けた不感帯のために生じた．定常偏差の量は制御仕様以内である．また、不感帯を設けた副次的な効果として、計算機シミュレーションでは見られた v の振動が抑制された．

Fig. 5 Computer simulation results of step response and disturbance response

8. ま と め

TCVT 動特性の時変性と非線形性に対応した変速比制御系の設計法を開発した。実用的な出力フィードバック形式の制御装置とするため、変速比と制御入力から状態量を推定するゲインスケジュール型の非線形オブザーバを設計した。オブザーバとして、低次元化オブザーバおよび完全次元オブザーバの設計法を明らかにした。このオブザーバによる状態量の推定値を微分同相写像により線形な空間に写像し、線形な空間中に sliding mode 制御の切替面を設定することにより、変速比の目標値応答を線形化した。提案した制御系では、目標値に対応する平衡点は一樣安定であることを示した。提案した制御則を容易に車載するための変更を加えた上で、その有効性を計算機シミュレーションと実機による実験で確認した。

また、(13) 式の低次元化オブザーバにおける ω_{lpf} の理論的最適値の導出は今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) Masaki Nakano, Haruyoshi Kumura, Jun Sugihara, Haruhito Mori and Noboru Maruyama: Development of

Fig. 6 Experimental results of step response.

a Large Torque Capacity Half-Toroidal CVT, SAE papers 2000-01-0825 (2000)

- 2) 忍足, 渡辺, 城所: トロイダル CVT のパワーローラ同期に関するパラメータスタディー, 自動車技術会 2002 年度秋季学術講演会前刷り集, 108-2 (2002)
- 3) 安達, 原, 越智, 金井: 2 自由度制御による無段変速機の変速比サーボ系設計, 計測自動制御学会論文集, 36-6, 527/533 (2000)
- 4) J.-J. E. Slotine and W. Li: Applied Nonlinear Control, Prentice Hall (1991)
- 5) V. I. Utkin: Sliding Mode in Control Optimization, Springer-Verlag (1992)
- 6) A. Zinober (Ed.): Variable Structure and Lyapunov Control, Lecture Notes in Control and Information Sciences 193, 1/20, Springer-Verlag (1994)
- 7) A. Isidori: Nonlinear Control Systems Third Edition, 514/515, Springer-Verlag (1995)
- 8) A. Isidori: Nonlinear Control Systems Third Edition, 479, Springer-Verlag (1995)
- 9) A. Isidori: Nonlinear Control Systems Third Edition, 11, Springer-Verlag (1995)
- 10) M. Mensler, S. Joe and T. Kawabe: Identification of Toroidal Continuously Variable Transmission Using Continuous Time System Identification Method, 平成 14 年電機学会電子・システム部門大会講演論文集 (CD ロム) (2002)
- 11) 井村順一: システム制御のための安定論, 8 章, コロナ社 (2000)

《付 録》

制御対象 (7) と、オブザーバ (37), 補償器 (48) からなる閉ループ系において, $x_{cvt} = [\bar{g}_{cvt} \ 0 \ 0]^T$ は一樣安定な平衡点である。証明の手順を以下に記す。

変数変換により, (7), (37), (48) 式の閉ループ系はつぎのように表わすことができる。

$$\dot{\tilde{x}}_{cvt} = \alpha(\tilde{x}_{cvt}, e_\chi, t) \quad (.1)$$

$$\dot{e}_\chi = (\tilde{A} - H_\chi \tilde{C})e_\chi \quad (.2)$$

ただし, $\tilde{x}_{cvt} = [g_{cvt} - \bar{g}_{cvt} \quad \dot{g}_{cvt} \quad \ddot{g}_{cvt}]^T$. ここで $\bar{g}_{cvt}$ は定数とする. x と x_{cvt} の微分同相性や (7) 式の形から以下は明らかである:

- $(\tilde{x}_{cvt}, e_\chi) = (0, 0)$ は (.1) の平衡点である. 関数 $\alpha(\tilde{g}_{cvt}, e_\chi, t)$ は $\tilde{g}_{cvt}$ と e_χ に関して局所的に, t に関しては一様に Lipschitz 連続である.
- $\dot{\tilde{x}}_{cvt} = \alpha(\tilde{x}_{cvt}, 0, t)$ の平衡点 $\tilde{x}_{cvt} = 0$ は, 漸近安定.
- $\dot{e}_\chi = (\tilde{A} - H_\chi \tilde{C})e_\chi$ の平衡点 $e_\chi = 0$ は安定.

よって, 文献⁷⁾の定理の系が適用でき, 一様安定性が証明できる.

[著 者 紹 介]

川 邊 武 俊 (正会員)

1984 年早稲田大学大学院理工学研究科物理学及応用物理学専攻修了. 同年現職の日産自動車(株)入社, 総合研究所電子情報研究所へ配属. 以後自動車の制御研究に従事. 92 年度, 93 年度東京大学大学院工学系研究科計数工学専攻大学院研究生. 日本機械学会, 電気学会, 日本フルードパワー学会, 自動車技術会, IEEE の会員. 工学博士.

城 新一郎 (正会員)

1998 年九州大学大学院工学研究科機械工学専攻修士課程終了. 同年日産自動車(株)入社. 以後, 総合研究所 電子情報研究所にて, 自動車の制御技術研究に従事. 日本機械学会会員.

Michel MENSLER

1999 年 Henri Poincare (ナンシー) 大学 CRAN (Research Center in Automatic Control of Nancy) 終了. 同年九州大学 post-doctoral 研究員. 2001 年日産自動車(株)入社. 工学博士.