フィードバック補償オンオフ制御装置の調整条件†

米 沢 洋・五郎丸 剛 志・石 橋 剛

九州工業大学 北九州市戸畑区仙水町 1

(昭和 42 年 12 月 4 日受付)

A Setting Condition of the On-Off Controller with the Feedback Compensator

YOO YONEZAWA, Tsuyoshi GORŌMARU and Katashi ISHIBASHI

(Kyūshū Institute of Technology, Kitakyūshū)

(Received December 18, 1967)

In recent years the behaviour of on-off control system with feedback compensation has been improved, and some setting conditions of the on-off controller have been proposed. However one of the defects by these setting conditions in practice is that the offset cannot be reduced to zero.

In order to get time optimal response and zero offset when the set point is largely changed stepwise a new setting condition of the feedback compensated on-off controller which has the first order lag and dead time element is proposed.

As a result of the analog computer study on the responses of the on-off control system, it is found that the proposed setting condition is especially effective to the large step change of the set point

1. は し が き

通常のオンオフ・フィードバック制御系の欠点である定常応答を改善するための一手法として、フィードバック補償オンオフ制御が考えられ、わが国においてもいくつかの研究^{1~4)}によってその有用性が確認され、さらに、このフィードバック補償オンオフ制御の調整条件も報告^{5~6)}された。これらの調整条件について種々の見地から検討された結果、制御対象に含まれるむだ時間に対する制御効果は著しいが、その反面、オンオフ要素のヒステリシス幅の影響は無視できないこと、また定常制御偏差をなくすることができないことなどが明らかになった^{7~8)}。

本研究では、Fig. 1 に示すようなむだ時間を含む 1 次遅れ特性の制御対象を制御するフィードバック補償オンオフ制御装置のパラメータを決定する一方法について論ずる。ここでは比較的大きく突変される設定値に対し、制御量が最短時間応答を行ない、しかも定常制御偏差がゼロになるように制御装置のパラメータを調整することを目的とする。

Fig. 1 The block diagram of feedback compensated on-off control system

記 号

- A : オンオフ要素の出力
- $d(t)$: 制御系に作用する外乱
- $D(s) = \mathcal{L}[d(t)]$
- $2h$: オンオフ要素のヒステリシス幅
- K_p : 制御対象の比例ゲイン
- K_f : 補償要素の比例ゲイン
- L : 制御対象のむだ時間
- P : 制御系の定常振動周期
- s : ラプラス変換演算子
- t : 時間
- t_n : 定常時でのオンオフ要素のオン時間

† 第 6 回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭42・10・15)

- t_f : 定常時でのオンオフ要素のオフ時間
 t_s : 設定値変更以後オンオフ要素が最初に切替わる時刻
 T_p : 制御対象の時定数
 T_1, T_2 : 補償要素の時定数
 $U(t)$: 補償要素の出力
 U_{da} : 補償要素の出力の定常複振幅
 $U(s) = \mathcal{L}[U(t)]$
 $v(t)$: 設定値
 $V(s) = \mathcal{L}[v(t)]$
 V_0 : $t < 0$ における設定値
 V_n : $t \geq 0$ における設定値
 $x(t)$: 制御量
 x_{av} : 制御量の定常時における平均値
 x_{da} : 制御量の定常複振幅
 $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$
 $y(t) = \pm A$: 操作量
 $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$
 $\tau = t_n/P$: デューティサイクル

2. 調整条件

調整条件を求めるにさいし、つぎの仮定をおく。

- (i) 定常状態における制御量の振動振幅は、設定値変更前後とも制御可能範囲に比較して十分小
 (ii) Fig. 2 において $t_s > L$

Fig. 2 Optimum response of $x(t)$ for step change of $v(t)$

- (iii) オンオフ要素のヒステリシス幅は比較的小
 なお、フィードバック補償要素の伝達関数 $H(s)$ がつぎの式で表わされる場合について考察する。

$$H(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = -\frac{K_f}{T_1 s + 1} - \frac{K_f}{T_2 s + 1} \quad (1)$$

2.1 過渡状態

Fig. 2 に示すように、 $t=0$ で設定値を V_0 から V_n に突変する。 $t=t_s (>0)$ でオンオフ要素が最初の切換を行なうためには、

$$x(t_s) + U(t_s) = V_n + h \quad (2)$$

でなければならない。ところで、制御量が最短時間で新しい設定値に到達するためには少なくとも、

$$x(t_s + L) \geq V_n \quad (3)$$

であることが必要である。しかし、不等号の場合はとうぜん制御量に行きすぎが生じ、好ましくないから等号の場合についてのみ考察する。Fig. 1 に示す制御対象の伝達特性から (3) 式は、

$$V_0 e^{-t_s/T_p} + AK_p (1 - e^{-t_s/T_p}) = V_n$$

となり、これより最初の切換時点の式、

$$t_s = -T_p \ln \left(\frac{1 - V_n/AK_p}{1 - V_0/AK_p} \right) \quad (4)$$

が得られる。

$t < 0$ では制御量と補償要素の出力の振動成分は設定値変更量 $|V_n - V_0|$ に比較して十分小さいから無視すれば (2) 式は、

$$\begin{aligned}
 & V_0 e^{-(t_s-L)/T_p} + AK_p (1 - e^{-(t_s-L)/T_p}) \\
 & + (V_0 \cdot K_f/K_p - AK_f) (e^{-t_s/T_1} - e^{-t_s/T_2}) \\
 & = V_n + h
 \end{aligned}$$

と書き改められるから、これに (4) 式を代入すると第 1 回目の最適切換条件式 (5) を得る。

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{V_n}{AK_p} \right) (1 - e^{L/T_p}) - \frac{h}{AK_p} - \frac{K_f}{K_p} \cdot \left(1 - \frac{V_0}{AK_p} \right) \\
 & \times \left\{ \left(\frac{1 - V_n/AK_p}{1 - V_0/AK_p} \right)^{T_p/T_1} - \left(\frac{1 - V_n/AK_p}{1 - V_0/AK_p} \right)^{T_p/T_2} \right\} = 0
 \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 定常状態

補償要素からの出力の定常複振幅 U_{da} は、

$$\begin{aligned}
 U_{da} = 2AK_f \left\{ \frac{2 - e^{-\tau P/T_1} - e^{-(1-\tau)P/T_1}}{1 - e^{-P/T_1}} \right. \\
 \left. - \frac{2 - e^{-\tau P/T_2} - e^{-(1-\tau)P/T_2}}{1 - e^{-P/T_2}} \right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

で与えられる⁹⁾。定常状態では仮定 (i) により、制御量の振動成分は制御可能範囲に比較して十分小さいから、オンオフ要素の切換は補償要素の出力信号にほとんど依存することになる。すなわち、(6) 式の複振幅は $2h$ に等しくなければならないから、

$$\begin{aligned}
 & \frac{K_f}{K_p} \left\{ \frac{2 - e^{-\tau P/T_1} - e^{-(1-\tau)P/T_1}}{1 - e^{-P/T_1}} \right. \\
 & \left. - \frac{2 - e^{-\tau P/T_2} - e^{-(1-\tau)P/T_2}}{1 - e^{-P/T_2}} \right\} = \frac{h}{AK_p} \quad (7)
 \end{aligned}$$

が成立する。他方、制御量の複振幅 x_{da} は次式⁹⁾で与えられる。

$$x_{da} = 2AK_f \left\{ \frac{2 - e^{-\tau P/T_p} - e^{-(1-\tau)P/T_p}}{1 - e^{-P/T_p}} - 1 \right\} \quad (8)$$

この関係を Fig. 3 に示す。また、定常時での制御量の時間平均値は $x_{av} = (1/P) \int_{iP}^{(i+1)P} x dt$ ($i=0, 1, 2, \dots$)

で与えられ⁹⁾、

Fig. 3 Relation between P and x_{da}

$$x_{av} = AK_p(2\tau - 1)$$

となるから定常制御偏差がゼロとなるためには、

$$\tau = 0.5(1 + V_n/AK_p) \quad (9)$$

でなければならない。

2.3 調整条件の誘導

上述した過渡状態と定常状態におけるそれぞれの条件式を満足するようにオンオフ制御装置の調整パラメータを決定する。

まず、(9)式から新しい設定値に対する定常制御偏差がゼロとなるための τ を求め、この τ に対して制御量の複振幅が十分小さくするような P の値を(8)式より求める。この τ と P に対して定常状態における切換条件式(7)を満足し、かつ最短時間応答のための最初の切換条件式(5)をも同時に満足するような K_f, T_1 および T_2 を求める。 $T_2 = T_p$ と仮定して得られた計算結果例をFig. 4に示す。

Fig. 4 Optimum values of adjustable parameters ($h/AK_p = 0.05, P/T_p = 0.1$)

3. アナコムによる計算結果および検討

Fig. 1の制御系をアナログ計算機で構成し、上述の調整条件を適用して得られた結果をFig. 5およびTable 1に示す。ただしここでは $h/AK_p = 0.05, P/T_p = 0.1$ としてある。これらによれば、ほとんど希望どおりの応答が得られていることがわかる。ただ、制御量にわずかの行きすぎが見うけられ、むだ時間が大きいときに顕著である。これは $t = t_s$ 以後におけるオンオフ要素の過渡的切換による。

Fig. 5 Step responses of controlled variable

L/T_p	desired value		obtained value		
	P/T_p	τ	P/T_p	τ	offset/ AK_p
0.1	0.1	0.875	0.096	0.882	-0.014
0.2	0.1	0.875	0.098	0.882	-0.014
0.5	0.1	0.875	0.114	0.879	-0.008
1.0	0.1	0.875	0.120	0.879	-0.008

Table 1 Estimation of results of analog computation

周期 P の値が希望値と多少異なる理由としては、調整条件の誘導にさいして、制御量の振動成分がオンオフ要素の切換にはなんら関与しないと仮定したためと考えられる。 P の値が大きくなると、制御量が新しい設定値に到達した後の応答が良好でない。逆に、 P の値が小さいときには制御量に生じた行きすぎがなかなか回復しない傾向がある。オンオフ要素のヒステリシス幅が大きくなると、一般に制御量の定常振動振幅が大きくなるが、これを押さえるために K_f の値を大きくすると、Fig. 2の t_s 以前でもオンオフ要素の切換が生じ、最短時間応答を得ることができない。

制御装置の調整パラメータのどれか1つの値を計算値から $\pm 10\%$ だけ異なった値に調整した場合の応答を Fig. 6 および Table 2 に示す。ただし $h/AK_p = 0.05$, $P/T_p = 0.1$ かつ $L/T_p = 0.5$ の場合である。これらによれば, K_f あるいは T_2 の値を大きくすると, 応答はいずれもアンダシュート, T_1 を小さくするとオーバーシュートを生ずる傾向を有している。しかし, その傾向はあまり著しくなく, したがって制御装置のパラメータを多少不完全な値に調整しても, その影響はあまり大きくないことがわかる。

Fig. 6 Effects on adjustable parameter deviation on step response

parameter	optimum value	deviation [%]	P/T_p	τ	offset/ AK_p
K_f/K_p	0.8488	10	0.108	0.884	-0.018
		-10	0.121	0.875	0
T_1/T_p	0.1560	10	0.123	0.876	-0.002
		-10	0.099	0.876	-0.002
T_2/T_p	1.0000	10	0.114	0.879	-0.008
		-10	0.117	0.880	-0.010

Table 2 Effects of adjustable parameter deviation on step response

4. あとがき

本論文では, Fig. 1 のような制御系で比較的大きな設定値変更に対して最短時間応答, 定常制御偏差ゼロを目的としたオンオフ制御装置の調整条件を得る一方法について述べた。アナログ計算機の計算結果より, ほぼ希望ど通りの応答が得られることが判明した。本方法の特徴は, 最短時間応答を得るために新, 旧両設定値を考慮した点であるが, 定常振動周期が大きい場合, およびオンオフ要素のヒステリシス幅が大きい場合には適用困難な欠点を有する。

つねにご指導・ご鞭撻をいただいている京都大学榎木義一教授に深甚な謝意を表明する。

引用文献

- 1) 榎木, 米沢: Existing Conditions for Self-Oscillation in an Improved On-Off Control System, 京都大学工学部紀要 XXV-4, 359/370 (1963)
- 2) 山口, 伊沢: オンオフ制御系の改善, 計測と制御, 3-7, 512/519 (1964)
- 3) 山口: オンオフ制御装置の設計法, 計測と制御, 3-7, 519/528 (1964)
- 4) 古谷, 山口: 補償のあるオンオフ制御系におけるリミットサイクル, 計測自動制御学会論文集, 1-4, 339/348 (1965)
- 5) 榎木, 米沢, 和田: 局部フィードバックをもつ空気式オンオフ制御装置(統報), 第6回自動制御連合講演会前刷, 195/196 (1963)
- 6) 山口, 伊沢: オンオフ制御装置の提案, 日本機械学会第42通常総会学術講演会前刷集, 133, 101/104 (1965)
- 7) 米沢, 五郎丸: フィードバック補償オンオフ制御の実験的研究, 計測自動制御学会論文集, 3-2, 142/148 (1967)
- 8) 米沢, 五郎丸, 中塚: あるオンオフ制御系の調整条件の検討, 制御工学, 11-10, 516/522 (1967)
- 9) 米沢: オンオフ制御, 計測と制御, 4-7, 471/480 (1965)

討 論

〔伊沢 計介〕(東京工業大学)

1. Fig. 4 で示されている K_f/K_p および T_1/T_p の値はいずれも V_0, V_n の関数であるが, 本論文に示された調整方法を実際に適用するさい非常にめんどろではないのか。異なった V_0 あるいは V_n の値に対し, Fig. 4 の曲線および制御量の応答はどのように変化するか。

2. 設定値変更に対する応答だけを議論してあるが, 外乱に対する応答はどうか。

〔筆者〕

1. 後述の関連質問と合わせて検討する。

2. 外乱に対する応答を調べるため現在まで報告された調整条件と比較してみることにする。 $h/AK_p = 0.05$, $L/T_p = 0.4$ という制御系に有限時間幅の階段状外乱を与えたさい, 得られた結果を Fig. A-1 に示す。

Fig. A.1 Effects of stepwise disturbance on controlled variable

それぞれ、(A) は榎木、米沢、和田⁵⁾、(B) は山口、伊沢⁶⁾、(C) は $V_0/AK_p = -0.5$, $V_n/AK_p = 0.75$, $P/T_p = 0.1$ とした本論文の調整条件による定常応答中に外乱を与えた場合の応答である。本論文の調整パラメータでは振動周期がかなり小さな値であるにもかかわらず、外乱に対して設定値に回復するまでの時間は、他の調整条件と比較してもあまり長くを要しないことがわかる。

〔久保 敦〕 (島津製作所)

1. 立ち上がり時間がむだ時間とコンパラブル、ないしそれより小さくなったとき、調整条件はどう変化するか。

2. プロセスが高次 (2 次) でたとえば、

$$\frac{K_p e^{-Ls}}{(T_p s + 1)(0.1 T_p s + 1)}$$

のようなとき、調整条件は定性的にどう変化するか。

〔筆者〕

1. 本論文では比較的大きな設定値変更量に対する最短時間応答の調整条件を求めているので、ご質問のように仮定 (ii) よりはずれた場合には適用困難である。しかし、無理に適用させようとした場合、最初のオンオフ要素の切換時点 t_s がむだ時間 L に等しいか、またはそれより小さくなり、これを満足するような調整パラメータでは制御量が新しい設定値に到達した後の応答が悪くなる。

2. (二次遅れ) + (むだ時間) はつぎのような式で (一次遅れ) + (むだ時間) に等価的に近似できる。

$$\frac{K_p e^{-Ls}}{(T_p s + 1)(0.1 T_p s + 1)} \div \frac{K_p e^{-(L+L_e)s}}{T_e s + 1}$$

このとき、相対的むだ時間は、

$$\frac{L+L_e}{T_e} = 0.98 \frac{L}{T_p} + 0.09$$

となり³⁾、一般にパラメータ調整値は多少大きくなる。

〔田原康雄〕 (島津製作所)

新・旧両設定値を考慮してある点、たいへん興味深

く拝見した。また調整パラメータが $\pm 10\%$ 変化したときの影響について検討してあることについても実用的には意味があると思う。これに関してつぎの点についてご教示願いたい。

設定値急変量について、通常の制御系では広範囲に変化させる必要があるが、このとき調整パラメータも大幅に変化させる必要があるかどうか。本来パラメータは被制御系が一定であれば設定値によって変化するのは望ましくないと思う。調整パラメータを一定とすると設定値による制御性能の影響はどうか。

〔筆者〕

新、旧両設定値を含んだ本論文の調整条件では調整パラメータの値は数値計算によらなければならない。異なった V_0 あるいは V_n に対する調整パラメータの数値計算例を Fig. A.2 および Fig. A.3 に示す。これより調整パラメータの値は新・旧両設定値によって変化し、特に新しい設定値の大きさによって著しく影響されることがわかる。これは決して望ましいことではないが構造簡単、保守容易なオンオフ制御装置によって本文に示されたような最適応答が得られるのであるから、たとえ前もって数値計算を必要としても、なおかつ大きなメリットがあると考えるのが妥当ではないだろうか。

調整パラメータを固定しておいて、種々の値の V_n に対するステップ応答を Fig. A.4 に示す。ここでは調整パラメータは $h/AK_p = 0.05$, $L/T_p = 0.6$, $P/T_p = 0.1$, $V_0/AK_p = -0.5$, しかも $V_n/AK_p = 0.75$ のときの値を適用した。 V_n の値が小さくなると、制御量が設定値に到達する以前にオンオフ要素の切換の影響が

Fig. A.2 Optimum values of adjustable parameters for various set points

Fig. A-3 Optimum values of adjustable parameters for various set points

あらわれ、最短時間応答を得ることができなくなる。

なお、最短時間応答に対するむだ時間の変化の影響を調べるため、 $h/AK_p = 0.05$ 、 $P/T_p = 0.1$ でしかも $L/T_p = 0.5$ の場合の調整パラメータを固定して L を種々の値にしたとき、得られたステップ応答を Fig. A-5 に示す。 $L/T_p < 0.5$ なる範囲、すなわち $t_s > L$ なる仮定が成立する範囲では制御量はオーバーシュートを生ずるが、短時間で定常状態におちつく。逆に、 $L/T_p > 0.5$ なる範囲で $t_s \leq L$ となった場合にはアンダシュートを生じ、しかも定常状態におちつくまでにかなり長い時間を要する。

〔北川 栄〕（茨城大学工学部）

仮定が定性的であって定量的でないのが多少気にかかる。仮定がどれほど実際に成立するのか、仮定と実際上のくるといかにほどまで許容されるのかに疑問が残る。

小さな電気炉でも使って実験しておく、この理論がはるかに強力になると思う。

以上のような考え方はどこまで行ってもきりはないと思うが、実験すると案外なことを知ることは多く経験している。計算機と違い、手をくうと思うがやってみる価値はないだろうか。

〔筆者〕

もっともなご意見であると思う。実験については目下検討中である。

仮定が成立する変数および定数の領域を定量的に求めるのは糸の本質上かなり困難であるが、アナコム演算結果では $P/T_p < 0.15$ 、 $h/AK_p < 0.1$ であれば良好な制御成績が得られることが判明している。 L/T_p と V_n/AK_p の影響については Fig. A-2 および Fig. A-3 を参照していただきたい。

Fig. A-4 Effects of set point deviation on step response

Fig. A-5 Effects of dead time deviation on step response