交流制御系のための電気機械式補償装置とその特性†

仁 田 工 吉・沖 津 泰・鈴 木 茂 行

徳島大学工学部 徳島市南常三島町 2-1

(昭和 43 年 3 月 1 日受付)

Electromechanical Compensating Device and It's Characteristics in AC Control System

Kokich NITTA, Hiroshi OKITSU and Takayuki SUZUKI

(Faculty of Engineering, Tokushima University, Tokushima)

(Received March 1, 1968)

The control systems are classified into two large groups, that is, DC control systems and AC control systems. On the other hand, the compensating circuits adopted to these control systems are grouped into three classes, the phase lead, the phase lag, and the phase lag-lead circuit.

In general, these compensating circuits consist of several resistors and capacitors, but the rotating machines are used for this purpose in our seminar for the past ten years. One of the compensating devices to the DC control system consists of a resistor and a separately excited DC motor, and the other consists of a separately excited DC generator and a potentiometer.

On the above mentioned DC compensating devices, various papers on their principles and dynamic characteristics by us. were published some years ago describing.

And so, in this paper the principle, the characteristics, and it's analysis of the AC compensating device, which consist of a two-phase servomotor and a two-phase rate generator were described.

The merits of this device are as follows;

- 1) Because of the large time constant of the two-phase servomotor, it can be used as the phase shifter for super-low frequency, and the time constant of the two-phase servomotor can be increased by adding the other moment of inertia.
- 2) In the compensating circuit using resistors and capacitors, the phase of carrier signal varies according to it, but there is no phase shift of the carrier signal in this compensating device.
- 3) If we use large output two-phase rate generator, we can pick up the large power signal out of it, without the amplifier.

1. 緒 言

制御系の特性を改善するための補償回路としては、従来から種々のものが提案されており¹⁾、これらは、進相補償回路、遅相補償回路、位相進み遅れ補償回路の3つに大別される。

また、普通に用いられる制御系は、その取り扱う信

号波形により、つぎの2つに分けることができる。

a) 直流制御系

b) 交流制御系

直流制御系用の補償装置としては、抵抗およびコンデンサを組合わせた簡単な位相調整回路が一般に広く知られているが、当教室では直流電動機や直流発電機などの回転機を利用した補償装置を開発検討し、すでに発表してきた^{2), 3)}。

つぎに、交流制御系に用いられる補償回路としては、

† 電気学会連合大会(昭 38・4)、電気四学会連合大会四国支部(昭 42・10)で一部発表

Fig. 1 AC control system compensator using DC compensating circuit

まず第1に、交流制御信号をそのままの形で補償回路に入れる交流補償方式があり、その具体的な回路としてはブリッジT回路やパラレルT回路などがある。第2の方法は、Fig. 1に示したように低周波信号によって変調された変調制御信号をまず復調し、直流制御系に使用する補償回路で位相調整した後、ふたたびこれを変調する同期整流方式である。

しかし、以上のような方法では、超低周波領域（たとえば0.1[Hz]以下）での補償を考えた場合に、大容量のコンデンサが必要となり、さらに正確な補償が望まれる場合には、可変容量のコンデンサを用いることが望ましい。また、大きな信号電力を取り扱う場合には抵抗やコンデンサの電流容量の大きなものが必要となり、変調器も大出力のものが要求される。このような要求に答えるために、当教室では2相サーボモータと2相サーボゼネレータを組合わせた電気機械式変・復調器による交流制御系用補償装置を約十年前に考案し⁴⁾、その特性に検討を加えてきた。そこで、本論文では上記の原理を用いた交流制御系用進相補償装置の解析と詳細な特性の実測を試みたので、以下に報告するしだいである。

2. 2相サーボモータと2相サーボゼネレータを組合わせた補償装置の原理とその伝達関数

Fig. 2のような原理図で、2相サーボモータと2相サーボゼネレータを使用した進相装置について考えてみる。これは同期整流方式の補償装置に属するもので、2相サーボモータは復調器として2相サーボゼネレータ

Fig. 2 Compensating circuit using the AC two phase servomotor and the AC rate generator

タは変調器として動作することになる。この場合、入力信号電圧 e_i は

$$e_i = E_i \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t \quad (1)$$

で表わされ、このときの2相サーボゼネレータの出力電圧 e_g は

$$e_g = E_g \sin (\omega_1 t - \theta) \cdot \sin \omega_2 t \quad (2)$$

で表わされる。ここで、

E_i : 入力電圧の最大値 [V]

ω_1 : 低周波信号電圧の角周波数, $\omega_1 = 2\pi f_1$ [rad/s]

f_1 : 低周波信号電圧の周波数 [Hz]

ω_2 : 搬送波の角周波数, $\omega_2 = 2\pi f_2$ [rad/s]

f_2 : 搬送波の周波数 [Hz]

E_g : 2相サーボゼネレータの出力電圧の最大値 [V]

θ : 入力信号波に対する出力信号波の位相遅れ角 [rad]

である。Fig. 2の回路を参照すればわかるように、この e_g を逆極性として e_i に加えることにより、出力電圧 e_0 を得ているから、

$$\begin{aligned} e_0 &= e_i - e_g \\ &= E_i \sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t - E_g \sin (\omega_1 t - \theta) \cdot \sin \omega_2 t \\ &= \sqrt{E_i^2 + E_g^2 - 2E_i E_g \cos \theta} \\ &\quad \times \sin \left(\omega_1 t + \tan^{-1} \frac{E_g \sin \theta}{E_i - E_g \cos \theta} \right) \cdot \sin \omega_2 t \quad (3) \end{aligned}$$

となる。上式より、出力波形は入力信号より $\tan^{-1} \{E_g \sin \theta / (E_i - E_g \cos \theta)\}$ だけ進み、その出力の最大値は $E_i^2 + E_g^2 - 2E_i E_g \cos \theta$ となることがわかる。

つぎに、この進相装置の伝達関数を求めるために、そのブロック線図について考えてみる。2相サーボモータの伝達関数は、普通つぎの近似式で示される。

$$\frac{E_g(s)}{E_i} = \frac{K_1}{\tau_b s + 1} \quad (4)$$

ここで、 K_1 : 入力電圧対2相サーボゼネレータの出力電圧のゲイン定数。ただし、モータ自身の場合は $K_m = K_e / (f + K_n)$ とする。

τ_b : $J / (f + K_n)$, 時定数

K_n : $-\partial T / \partial n$ [g·cm/rad/s]

K_e : $\partial T / \partial e_i$ [g·cm/V]

N : 回転速度 [rpm or rad/s]

f : 摩擦係数 [g·cm/rad/s]

J : 慣性モーメント [g·cm·s²]

したがって、この装置のブロック線図を描くと

Fig. 3 (a) のようになる。同図において、

$$E_0(s) = E_i(s) - E_g(s) \quad (5)$$

であるから、(4)、(5)式より、入出力間の伝達関数を求めると次式のようなになる。

Fig. 3

$$\frac{E_0}{E_i}(s) = (1 - K_1) \frac{1 + \frac{\tau_b}{1 - K_1} s}{1 + \tau_b s} \quad (6)$$

しかるに、このままでは出力 $E_0(s)$ の大きさおよび位相差は時定数 τ_b を変えるか、 K_1 を変えるかしか任意の値に変えることはできないから、Fig. 3 (b) のように入力電圧 e_i と 2 相サーボゼネレータの発生電圧 e_g の大きさを増幅器あるいはポテンシオメータを通して可変にし、出力の大きさが任意の値に変えられるようにする。このときの伝達関数は、

$$\frac{E_0}{E_i}(s) = (K_3 - K_1 K_2) \frac{1 + \frac{K_3}{K_3 - K_1 K_2} \tau_b s}{1 + \tau_b s} \quad (7)$$

であらわされる。ただし、

K_2, K_3 : 増幅器あるいはポテンシオメータのゲイン定数

したがって、入出力電圧間の位相差が任意に変化できることがわかる。ただし、(6) 式において $K_1 > 1$ 、(7) 式において $K_3 > K_1 K_2$ の条件の場合は逆応答になるので、正規の応答範囲で動作させるためには、 $K_1 < 1$ 、 $K_3 < K_1 K_2$ の条件が満足されなければならない。

つぎに、入力に対する出力の位相差を調整するパラメータとしては、2 相サーボモータの時定数 τ_b を変えることも考えられるが、この場合は 2 相サーボモータの回転子に別の慣性モーメントを付加することによってその目的が果たされる。また、大容量の制御系では増幅器などはそう入できないので、ゲイン定数 K_1 を 2 相サーボゼネレータの基準界磁巻線の印加電圧を

変えることにより変化させて位相を変えることも可能となる。

3. 2 相サーボモータと 2 相サーボゼネレータを組合わせた補償装置の動特性の実測とその検討

3.1 供試用 2 相サーボモータの特性

まず、ここで述べる電気機械式補償装置に使用した下記のような定格を有する 2 相サーボモータの動特性について簡単に検討する。

定格電圧: 100 [V]

定格回転速度: 3 000 [rpm]

周波数: 60 [Hz]

さて、Fig. 4 のような結線で、2 相サーボモータの動特性を入力電圧を変化させて過渡応答法および周波数応答法で実測する。まず、過渡応答法により時定数とゲイン定数を実測し、その結果を入力電圧に対してグラフに示したのが、Fig. 5 である。また、周波数応答法の結果をボード線図に示したのが Fig. 6 であ

Fig. 4 AC two-phase servomotor with AC rate generator

- (1) indicial response
- (2) frequency response
- (3) calculated value

Fig. 5 Time constant and gain constant of the two-phase servomotor

input voltage [V] {(1) 13.4, (2) 26.0, (3) 39.0, (4) 58.9, (5) 81.6}

Fig. 6 Frequency response curves of the AC two phase motor

input voltage [V] {(1) 120, (2) 100, (3) 80, (4) 60, (5) 40, (6) 20}

Fig. 7 Speed-torque curves

Fig. 8 The relation between input voltage and speed

り、実測結果より求めた時定数とゲイン定数を Fig. 5 に破線で示してある。以上の結果より、時定数は入力

Fig. 9 Speed vs frictional coefficient curve

電圧の増加にしたがって減少し、過渡応答法より求めた時定数と周波数応答法より求めた時定数との間にはかなり相違が認められる。また、ゲイン定数も、入力電圧の増加にともない減少していることがわかる。その原因は主として、2相サーボモータの速度-トルク特性曲線が Fig. 7 に示すように直線ではなく、入力電圧対回転速度特性曲線も Fig. 8 に示すように飽和現象が存在するためであると考えられる。この供試機の摩擦係数も Fig. 9 のようになり、回転速度が低い部分ではかなり変動していることがうかがえる。したがって、静特性より伝達関数を決定する場合には、その非線形性を十分考慮して計算しなければならないが、その方法については他の文献にゆずることとする⁵⁾。

したがって、前述の補償装置の動特性を実測する場合には、出力波形のひずみを少なくするためにできるだけ線形範囲で実測し、静特性からの計算にあたっては、入力電圧の大きさや動作条件を十分考慮して、ゲイン定数および時定数を定めなければならない。

3.2 補償装置の動特性の実測とその検討

つぎにこの装置の動特性について述べる。供試2相サーボモータは前述のものをを用い、実測に当たっては出力 (e_0) の波形ができるだけひずまないように、Fig. 8 に示した2相サーボモータの入力電圧と2相サーボジェネレータの発生電圧 (回転速度) の線形性を考慮して、入力電圧が 40 V を起えないように注意した。まず、Fig. 2 の結線図で時定数 τ_b に直接影響を与える慣性モーメント (J) をパラメータとして、周波数応答法で実測したオシログラフの一例が Fig. 10 に示してある。その結果をボード線図に表示したのが Fig. 11 である。この図について考えてみると、(7) 式の諸定数がすべて一定ならば、位相進み角の最大値はほぼ一定に保たれるはずであるが、2相サーボモータにおいては前述したように $K_1(K_m)$ および τ_b の値は非線形性の特性があり、さらに、今の場合は供試2相サーボモータの容量に比し付加慣性モーメントがかなり大きいため、摩擦係数の影響が大きくなり、 K_1 の値が変わり位相進み角の最大値が慣性モーメントの増

Fig. 10 Oscilloscope waveforms of the input and output wave-form ($f=2$ [Hz], $J=0$)

加とともに減少している。この模様をさらに具体的に検討するために、慣性モーメントの増加とともに時定数 τ_b およびゲイン定数 K_1 がどのように変化するかを実測より求めてみると Fig. 12 のような結果が得られる。これから、付加慣性モーメントが零の場合の $K_1 = 0.386$ に比較して、慣性モーメントを結合した場合の K_1 の値が半分以下となり、摩擦抵抗が非常に増加していることがわかる。

ここで、付加慣性モーメントがない場合の実測値と計算値とを比較してみる。時定数 τ_b は Fig. 5 より 0.061 s であり、また、 $K_1 = 0.386$, $K_2 = 0.680$, $K_3 = 0.551$ なる動作条件を (7) 式に代入すると、

$$0.289 \frac{1+0.116s}{1+0.061s} \quad (8)$$

が得られる。これをボード線図に描くと Fig. 13 のようになり、実測結果とほぼよく似た結果が得られる。したがって、付加慣性モーメントが零の場合にはほぼ (7) 式でこの進相装置の伝達関数を表示することがで

additional moment of inertia [$\text{g}\cdot\text{cm}^2$] {(1) $J=0$, (2) $J=560$, (3) $J=1960$, (4) $J=4380$, (5) $J=8740$ }

Fig. 11 Frequency response curves of the compensating circuit (phase lead circuit) with additional moment of inertia ($K_2=0.680$, $K_3=0.557$)

Fig. 12 Time constant and gain constant of the tested motor with the additional moment of inertia

Fig. 13 Comparison between measuring result and computing result on the frequency response of phase lead circuit ($J=0$)

きる。しかし、慣性モーメントが付加された場合には、単純に時定数が慣性モーメントに比例して増加するとは考えられず、したがって、(7)式における K_1 と τ_b の設定にかなりの困難をともなう。この原因としては、前述したように付加慣性モーメントによる摩擦トルクの増加および速度-トルク曲線の変化が考えられ、これによって2相サーボモータの利得定数が大幅に変化し、そのうえ、時定数の値も付加慣性モーメントの大きさに比例しなくなる。

以上述べた実測結果は進相角の大きさは無視して、 K_2 , K_3 の値を一定とし、慣性モーメントのみを変化した場合であるが、Fig. 14 は慣性は付加せず、 K_2 , K_3 の値を変えて周波数応答法でその動特性を実測した結果を示してある。これより、 K_2 , K_3 を変えること

Fig. 14 Frequency response curves of phase lead circuit for $K_2=1$, $K_3=1$ and $K_2=0.243$, $K_3=0.571$

によって任意の位相特性が得られることがわかる。また、入力変調波の位相を大きく進ませることを主眼として、 $K_2=0.810$, $K_3=0.150$ としてその位相特性を実測すると、Fig. 15 のようになり、十分大きな進み角が得られることが理解される。

$K_2=0.810$ $K_3=0.150$

additional moment of inertia [$\text{g} \cdot \text{cm}^2$] {(1) 560, (2) 1960, (3) 4370, (4) 8740}

Fig. 15 Frequency response curves of phase lead circuit with additional moment of inertia (with intention of large phase lead angle)

3.3 非線形性の検討

以上述べたのは Fig. 8 に示した 2 相サーボモータの入力電圧と 2 相サーボジェネレータの発生電圧（回転速度）が線形範囲内にある場合であるが、ここでは、飽和現象を考慮に入れた出力波形 (e_0) のひずみについて検討してみる。この場合、搬送波自身はひずまないから信号波（変調波）について考えてみる。さて、入力電圧の信号波の周波数が高くなると、2 相サーボジェネレータの出力波形 (e_g) に含まれる高周波成分は、2 相サーボモータの伝達関数が 1 次遅れ形であることから基本波に比して急激に減衰され、その波形 (e_g) は正弦波に近づいてくる。実測結果からもその信号周波数が 0.1 [Hz] 以下において e_g にひずみがあらわれているので、ここでは、この場合について検討してみる。

Fig. 8 の特性を Fig. 16 (a) に示すように折線で近

Fig. 16 (a) Broken line approximation of the saturation curve. (b) Wave-form of the input signal. (c) Wave-form of the output signal

似すると、超低周波入力電圧が印加された場合の e_g は Fig. 16 (c) に示すように波形にひずみが生じる。ここで、上述の e_g を数式で表示してみるとつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} 0 < \varphi < \varphi_1, & e_g = a_1 e_i + b_1, \quad a_1 = E_{g1}/E_{i1}, \quad b_1 = 0, \\ \varphi_1 < \varphi < \varphi_{l+1}, & e_g = a_{l+1} e_i + b_{l+1}, \\ a_{l+1} = \frac{E_{g(l+1)} - E_{gl}}{E_{i(l+1)} - E_{il}}, & b_{l+1} = \frac{E_{i(l+1)} E_{gl} - E_{il} E_{g(l+1)}}{E_{i(l+1)} - E_{il}} \\ l = 1, 2, \dots (n-1) \\ \varphi_n < \varphi < \frac{\pi}{2}, & e_g = E_{gn} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし、 $\varphi_l = \sin^{-1} E_{il}/E_i$, $e_i = E_i \sin \varphi$, $\varphi = \omega_1 t$ 。ここで、 e_g の高調波成分を求めるために、(9) 式をフーリエ級数に展開すると次式ようになる。

$$e_g = a_1 \sin \varphi + \sum_{m=1}^{\infty} a_{2m+1} \sin(2m+1)\varphi \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_1 = \frac{4}{\pi} & \left[a_1 E_i \frac{\varphi_1}{2} - \frac{\sin 2\varphi_1}{4} \right] \\ & + \sum_{l=1}^{n-1} a_{l+1} E_i \left\{ \frac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{2} + \frac{\sin(\varphi_l - \varphi_{l+1}) \cos(\varphi_l + \varphi_{l+1})}{2} \right. \\ & \left. - \sum_{l=1}^{n-1} 2b_{l+1} \sin \frac{\varphi_l + \varphi_{l+1}}{2} \sin \frac{\varphi_l - \varphi_{l+1}}{2} + E_{gn} \cos \varphi_n \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_{2m+1} = \frac{4}{\pi} & \left[a_1 E_i \left\{ \frac{\sin 2m\varphi_1}{4m} - \frac{\sin 2(m+1)\varphi_1}{4(m+1)} \right\} \right. \\ & + \sum_{l=1}^{n-1} a_{l+1} E_i \left\{ \frac{\sin m(\varphi_{l+1} - \varphi_l) \cos m(\varphi_{l+1} + \varphi_l)}{2m} \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin(m+1)(\varphi_l - \varphi_{l+1}) \cos(m+1)(\varphi_l + \varphi_{l+1})}{2(m+1)} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{l=1}^{n-1} \frac{2b_{l+1}}{2m+1} \sin \frac{(2m+1)(\varphi_l - \varphi_{l+1})}{2} \\
& \times \sin \frac{(2m+1)(\varphi_l - \varphi_{l+1})}{2} \\
& + E_{gn} \frac{1}{2m+1} \cos (2m+1)\varphi_n \quad (12)
\end{aligned}$$

また、補償装置の出力波形 (e_0) の信号波は、

$$e_0 = e_i - e_g$$

$$\begin{aligned}
& = E_i \sin \varphi - \{a_1 \sin \varphi + \sum_{m=1}^{\infty} a_{2m+1} \sin (2m+1)\varphi\} \\
& = (E_i - a_1) \sin \varphi - \sum_{m=1}^{\infty} a_{2m+1} \sin (2m+1)\varphi \quad (13)
\end{aligned}$$

となる。ただし、この場合は入力信号波の周波数が十分に低い場合と考えて、入出力間の位相差は零としている。ここで、基本波の振幅 ($E_i - a_1$) が小さくなると、基本波の振幅に対する高調波の振幅の比が大きくなり、 e_0 はひずみが大きくなる。そこで、 e_0 のひずみを少なくするためには、 e_g を小さくすればよいことがわかるが、位相差を考慮に入れた場合は、 e_g を小さくすると、位相の進み角が小さくなる。したがって、特性としてひずみが少なく位相進み角の大きいものを希望するときは、入出力関係が飽和現象のない線形範囲で使うことが望ましい。

つぎに、供試機について Fig. 8 の飽和特性曲線を

Fig. 17 Input and output characteristics approximated by several broken lines

Fig. 18 Ratio of the amplitude between the fundamental and the harmonics

Fig. 17 のように折線で近似して e_g の高調波成分を計算し、基本波の振幅 (a_1) に対する各高調波の振幅 (a_{2m+1}) の比を求めると Fig. 18 に示すようになる。これより、入力電圧が増加すると各高調波分は増加しており、 e_0 のひずみを小さくするためには、入力電圧を 40 V 以下にすることが必要となる。

4. む す び

以上、2 相サーボモータと 2 相サーボゼネレータを使用した交流制御のための超低周波補償装置について、その進相特性を周波数応答法により実測し、解析・検討を加えたわけであるが、この装置は 2 相サーボモータの比較的大きな時定数を利用して (必要ならば、別の慣性モーメントを付加して)、超低周波領域においても位相調整の目的を十分果たすことが可能である。

従来の交流 RC 補償要素では、補償回路の設計に当たってその回路定数を十分正確に選ぶ必要があり、その選定が不適当であると特性に非対称性を生じ、さらには搬送波の周波数の変動に基づく非対称性により出力電圧にひずみを生ずるが、上述の補償装置は搬送周波数の変化によってその特性が変化せず、一方、変調-復調方式の補償装置に見られるようなドリフトの問題もないのが特長で、補償特性の設計に当たっても、後述するように自由度が大きい。しかし、回転機を用いた補償系であるため、装置への入力はこの補償系を駆動するに十分な入力レベルを必要とし、むしろ、大容量の 2 相サーボモータと 2 相サーボゼネレータを使用することにより、大きな信号電力を取扱う制御系の補償回路に適している。

つぎに、このような補償装置の設計について考えると、2 相サーボモータおよび 2 相サーボゼネレータ自身が前述のような非線形性を有するために、出力電圧のひずみを考慮に入れた動作条件を選定する必要があるが、(7) 式によりある程度の予備設計を考え、 K_2 、 K_3 の調整、付加慣性モーメントの変化あるいは 2 相サーボゼネレータの基準界磁巻線電圧の調整により容易に位相特性を調整できる利点がある。

終わりに、本実験研究にご助力くださった余喜多博 (四国電力(株)) 氏および高橋正明 (寿電機(株)) 氏に深謝するしだいです。

参 考 文 献

- 1) たとえば、K. A. Ivey : A-C Carrier Control Systems, p. 276, John Wiley & Sons, Inc. (1964)
- 2) 特許 第 251044 号
- 3) 仁田・沖津・近藤 : 直流電動機を使用した低周波位相調整装置とその特性, 計測自動制御学会論文集, 1-1 p. 56/62 (昭 40-3)
- 4) 特許 第 306361 号
- 5) たとえば、林・西村編 : 自動制御用電気機器 I, p. 228/252 (昭 39-朝倉書店)