柔軟ビーム磁気浮上系の受動性にもとづく非線系制御†

清水 年 美*・佐々木 実*

Passivity Based Controller for a Magnetic Levitation System for a Flexible Beam†

Toshimi SHIMIZU* and Minoru SASAKI*

This paper presents a nonlinear control of a magnetic levitation system for a flexible beam. There are few papers treated magnetic levitation systems for flexible objects. In most of these researches controllers are designed without explicit consideration of dynamics of flexible objects or are designed based on mode-decomposed dynamics of flexible objects in which high order modes are truncated. And also non-linear dynamics is approximated into linear models in a neighborhood of an equilibrium point. These linear finite order controllers cannot compensate large levitation gap and cause spillover phenomenon. In this paper, the dynamics of the flexible object are fully addressed and the results are valid for large deviations from equilibrium. The magnetic levitation system is divided into two subsystems: an electrical subsystem and a mechanical subsystem. The controller for each subsystem is designed independently based on passivity. The resulting controller does not need current feedback for the electrical subsystem while using position, velocity and deflection rate feedback for the mechanical subsystem. It ensures asymptotic stability of trajectory tracking and suppression of elastic vibrations. To illustrate the validity of our controller, some numerical simulations are carried out.

Key Words: magnetic levitation, flexible beam, passivity, nonlinear control, PDS control

1. はじめに

磁気浮上技術に関する研究は磁気浮上鉄道、磁気軸受等の分野で広く行なわれており、すでに実用段階にある技術である。近年では柔軟物体に対する磁気浮上が搬送システムや塗装システムで要求されてきている。柔軟物体を浮上させる場合、その弾性振動の影響により、剛体を浮上させる場合よりも不安定になりやすい。柔軟物体に対する磁気浮上に関する研究はあまり多くなく、自動車の製造ラインで用いられる薄鋼板の搬送系を対象としたものが中心に報告されている^{1), 2)}。しかし、これらの研究では薄鋼板に生じる弾性振動を陽に考慮してコントローラ設計が行なわれておらず、理論的な根拠が乏しい。一方で、押野谷らは薄鋼板を1次元の分布定数系としてモデル化し、得られたモデルをもとにして線形最適制御を適用³⁾し、佐々木らは柔軟ビームに対する磁気浮上系を考え、柔軟ビームのダイナミクスを陽に考慮して外乱オブザーバとLQG制御を適用した⁴⁾。これらの研究では柔軟物体に対する磁気浮上系のダイナミクスは、平衡点近傍で線形近似され、さらに弾性振動についてはモード展開を行ない、

高次モードを打ち切ることによって有限次元化されている。このようなモデルを用いてコントローラ設計を行なった場合、非線形の影響により安定範囲を大きく取れないばかりでなく、高次モードを打ち切ったことによるスピルオーバーが発生し、制御性能を劣化させるものと考えられる。

一方、同じ柔軟物体を扱った制御系として、フレキシブルマニピュレータの制御に関する研究が数多く行なわれている^{5), 6)}。近年におけるこれらの研究では、系が有する受動性に注目したコントローラが提案され、その有効性が確認されている。これらの研究では、柔軟物体のダイナミクスをモード展開し、高次項の打ち切りによる有限次元化を行わないため、理論的にはスピルオーバーが生じない。また、フレキシブルマニピュレータのような高い非線形を有するような系であっても、受動性にもとづくコントローラ設計を行なうことにより、PD制御のような非常にシンプルなコントローラが得られることが知られている⁷⁾。そこで、本研究においても柔軟ビーム磁気浮上系が有する受動性に注目し、これにもとづくコントローラを設計する。本研究では、柔軟ビーム磁気浮上系のモデル化において、線形近似、モード展開、有限次元化を行なう必要がなく、無限自由度の非線形モデルから直接コントローラを導出できる設計法を示す。これにより、非線形かつスピルオーバーの生じないコントローラを得ることができるものと期待できる。さらに、柔軟ビーム磁気浮上系は電気系サブシステムと機械系サブシステムに分割され、

† 第3回 SICE システムインテグレーション部門講演会で発表 (2002・12)

* 岐阜大学工学部 岐阜市柳戸 1-1

* Faculty of Engineering, Gifu University, 1-1 Yanagido Gifu
(Received December 9, 2002)
(Revised October 23, 2003)

2つのサブシステムは電磁力と磁束の静的な関係で結合されることを示す。これより、電気系サブシステムを機械系サブシステムを駆動するためのアクチュエータとみなし、それぞれのサブシステムに対して独立にコントローラ設計を行なった。この結果、位置、速度、およびたわみ速度フィードバックからなるコントローラが導出され、系を漸近安定化することが示された。また、数値シミュレーションにより得られたコントローラの有効性を示す。

2. モデリング

本研究では Fig. 1 に示すような、柔軟ビーム磁気浮上系を考える。柔軟ビームの長さを l 、線密度を ρ 、曲げ剛性を EI 、質量を $m = \rho l$ とする。電磁石に印加する電圧を u 、電磁石を流れる電流を $\dot{q}_e$ 、電磁石のインダクタンスと抵抗をそれぞれ L 、 R_e とする。

Fig. 1 Magnetic levitation system for a flexible beam

2.1 座標系の設定と柔軟ビームの運動の記述

柔軟ビーム磁気浮上系では、柔軟ビームの運動は垂直軸方向の並進運動と弾性振動が組み合わさったものとして記述できる。そこで、柔軟ビームの運動を、どこかに固定された座標系に対する運動と、柔軟ビームとともに運動を行なう動座標系に対する運動に分解して記述する。このために、以下の2つの座標系を設定する。

基準座標系 Σ_0 電磁石下端面に設定される、運動を行わない固定座標系。座標系原点は電磁石下端面に設定され、 x_0 軸は水平方向に、 y_0 軸は電磁石の中心を通り鉛直上向きを正として設定される。

ビーム座標系 Σ_1 柔軟ビームの向かって左端に設定される、柔軟ビームとともに運動を行なう動座標系。座標系原点は柔軟ビームの中立軸上に設定され、 x_1 軸は変形前の柔軟ビームの中立軸に沿って、 y_1 軸は鉛直上向きを正として設定される。

柔軟ビームは電磁力により y_0 方向のみの並進運動を行ない、 x_0 軸方向の並進運動、および各軸周りの回転運動を行なわないと仮定する。また、柔軟ビームはベルヌーイ・オイラーの仮定が満たされる、両端自由はりとしてモデル化する。さらに、柔軟ビームの弾性振動は垂直軸方向の並進運動に比べて小さいとする。

ビーム座標系 Σ_1 の原点から距離 x_1 だけ離れた柔軟ビーム上の点を P とし、点 P における柔軟ビームの弾性変位を

$w(x_1, t)$ で表わす。このとき、ビーム座標系 Σ_1 で観測した柔軟ビーム上の点 P の位置ベクトル 1p_P は次式で与えられる。

$${}^1p_P = \begin{bmatrix} x_1 & w(x_1, t) \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

また、基準座標系 Σ_0 で観測した、ビーム座標系 Σ_1 への回転行列 0R_1 と原点位置ベクトル 0p_1 はそれぞれ次式で与えられる。

$${}^0R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^0p_1 = \begin{bmatrix} -\frac{l}{2} \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

したがって、基準座標系 Σ_0 で観測した柔軟ビーム上の点 P の位置ベクトル 0p_P は次式で与えられる。

$${}^0p_P = {}^0R_1 {}^1p_P + {}^0p_1 \quad (3)$$

基準座標系 Σ_0 で観測した点 P の速度は (3) 式を時間微分すれば以下のように得られる。

$${}^0\dot{p}_P = \begin{bmatrix} 0 & \dot{y}_0 + \dot{w}(x_1, t) \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

2.2 基準座標系で観測した柔軟ビームのエネルギー

柔軟ビーム磁気浮上系の支配方程式を Hamilton の原理にもとづいて導出するため、柔軟ビーム磁気浮上系が有するエネルギーを導出する。まず、基準座標系 Σ_0 で観測した柔軟ビームの運動エネルギー K_b は、基準座標系 Σ_0 で観測した柔軟ビーム上の点 P の速度 (4) を用いて以下のように書ける。

$$\begin{aligned} K_b &= \int_0^l \frac{1}{2} \rho {}^0\dot{p}_P^T {}^0\dot{p}_P dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho \{\dot{y}_0 + \dot{w}(x_1, t)\}^2 dx_1 \end{aligned} \quad (5)$$

また、柔軟ビームの弾性ひずみエネルギー V_b は次式で与えられる。

$$V_b = \int_0^l \frac{1}{2} EI \left\{ \frac{\partial^2 w(x_1, t)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 \quad (6)$$

柔軟ビームの重力に関するポテンシャルエネルギー V_g は、 g を重力加速度ベクトル、

$$g = \begin{bmatrix} 0 & g \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

とし、後に述べる電磁石のインダクタンス L が $y_0 + w \rightarrow c_2$ のとき $L \rightarrow \infty$ となることを考慮して、 $y_0 + w = c_2$ のときにポテンシャルエネルギーが 0 となるよう、次式のように与える。

$$V_g = - \int_0^l \rho g \{c_2 - y_0 - w(x_1, t)\} dx_1 \quad (8)$$

ここで、 c_2 は電磁石のギャップ定数で、 $g > 0$ は重力加速度定数である。

2.3 電気系のエネルギー

柔軟ビーム磁気浮上系では柔軟ビーム上の各点 P に対して電磁力が働くため、柔軟ビーム表面を通過する磁束は x_1 軸方向の分布を持つものと考えられる。電磁力の分布は有限要素法や境界要素法を用いて計算される^{8), 9)}が、本研究では

電磁力は柔軟ビームの中心に集中荷重として作用すると仮定し、電磁力 f が

$$f = \frac{1}{2} \frac{c_1}{\{c_2 - y_0 - w(l/2, t)\}^2} \dot{q}_e^2 \quad (9)$$

と表わされるものとする。そこで、上式との対応を考えて、磁束も柔軟ビームの中心のみを通過すると仮定して、 x_1 軸方向の磁束の分布を

$$\hat{\phi}(y_0, w) = \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) \dot{q}_e \quad (10)$$

と仮定する。ここで、 $\delta(\cdot)$ はデルタ関数である。このような仮定を設けることで、集中荷重として作用する電磁力を上手く表わすことができ、さらにコントローラの導出が行ないやすくなる。以上の議論より、本研究では柔軟ビーム磁気浮上系の電気系のエネルギー T_e は次式で与えられるものと仮定する。

$$\begin{aligned} T_e(y_0, w, \dot{q}_e, x_1) &= \int_0^l \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \dot{q}_e^2 \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \dot{q}_e^2 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 c_1 はインダクタンス定数であり、漏れインダクタンスは小さいとして無視した。また、 $w_h(t) = w(l/2, t)$ である。

コイルの入力電圧 u によって電気系に蓄えられる仮想エネルギー δW_1 は、仮想仕事の原理より、

$$\delta W_1 = u \delta q_e \quad (12)$$

と表わされる。また、コイルの内部抵抗により消費される仮想エネルギー δW_2 は負の仮想仕事となり、次式で与えられる。

$$\delta W_2 = -R_e \dot{q}_e \delta q_e \quad (13)$$

これらより、入力電圧 u とコイルの内部抵抗 R_e による仮想仕事 δW は次式で与えられる。

$$\delta W = \delta W_1 + \delta W_2 = u \delta q_e - R_e \dot{q}_e \delta q_e \quad (14)$$

2.4 運動方程式の導出

Hamilton の原理より柔軟ビーム磁気浮上系が行なう運動は、汎関数

$$I = \int_{t_1}^{t_2} (K_b + T_e - V_g - V_b + W) dt \quad (15)$$

が停留値となるような方程式、すなわち、

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2} \delta (K_b + T_e - V_g - V_b + W) dt = 0 \quad (16)$$

を満たす方程式で与えられる。ここで、 δW は (14) 式で定義された仮想仕事である。

(16) 式の変分を計算すると、柔軟ビーム磁気浮上系の支配方程式

$$m \ddot{y}_0 + mg - \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e^2 = 0 \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \rho \{\ddot{y}_0 + \ddot{w}(x_1, t)\} + \rho g + EI \frac{\partial^4 w(x_1, t)}{\partial x_1^4} \\ - \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w)^2} \dot{q}_e^2 \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \ddot{q}_e + \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) \\ + R_e \dot{q}_e = u \end{aligned} \quad (19)$$

と境界条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x_1^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x_1^2} = 0, \\ \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x_1^3} = 0, \quad \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial x_1^3} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

を得る。(17) から (19) 式はそれぞれ柔軟ビームの剛体モードの運動方程式、弾性方程式、および電気系の回路方程式であり、(20) 式の第 1 式から第 4 式はそれぞれ、 $x_1 = l$ における曲げモーメントの境界条件、 $x_1 = 0$ における曲げモーメントの境界条件、 $x_1 = l$ におけるせん断力の境界条件、 $x_1 = 0$ におけるせん断力の境界条件である。また、柔軟ビームの剛体モードの運動方程式と弾性方程式は基準座標系 Σ_0 で観測したときの方程式であり、さらに、剛体モードと弾性モードに分解されているので、 $w(x_1, t)$ には 0 次モードが含まれないことに注意する。

3. 受動性解析

柔軟ビーム磁気浮上系に対する受動性解析を行なうために、前節で得られた支配方程式を Lagrange 関数を用いて表わし、柔軟ビーム磁気浮上系を電気系サブシステムと機械系サブシステムに分割し、柔軟ビーム磁気浮上系がこれらのサブシステムのフィードバック結合として表わされることを示す。さらに、それぞれのサブシステムが受動系であることを示す。

3.1 Lagrange 関数による支配方程式の表現

柔軟ビーム磁気浮上系の Lagrange 関数 L_a は次式で与えられる。

$$L_a = K_b(\dot{y}_0, \dot{w}) + T_e(y_0, w, \dot{q}_e) - V_g(y_0, w) - V_b(w'') \quad (21)$$

柔軟ビーム磁気浮上系の Lagrange 関数は位置に関する積分として表わされる。また、積分を外した Lagrange 関数 $\tilde{L}_a$ を定義しておく。

$$\begin{aligned} \tilde{L}_a &= \tilde{K}_b(\dot{y}_0, \dot{w}) + \tilde{T}_e(y_0, w, \dot{q}_e) - \tilde{V}_g(y_0, w) - \tilde{V}_b(w'') \\ &= \frac{1}{2} \rho (\dot{y}_0 + \dot{w})^2 + \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \dot{q}_e^2 \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) \\ &\quad + \rho g (c_2 - y_0 - w) - \frac{1}{2} EI (w'')^2 \end{aligned} \quad (22)$$

$\tilde{K}_b$, $\tilde{T}_e$, $\tilde{V}_g$, $\tilde{V}_b$ はそれぞれ、積分を外した、柔軟ビームの運動エネルギー、電気系のエネルギー、重力によるポテンシャルエネルギー、弾性ひずみエネルギーである。2.4 節で求められた柔軟ビーム磁気浮上系に対する支配方程式を Lagrange 関数を用いて記述すると以下ようになる。ただし、境界条件は

省略する.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_a}{\partial \dot{y}_0} \right) - \frac{\partial L_a}{\partial y_0} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_a}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial \tilde{L}_a}{\partial w} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{\partial \tilde{L}_a}{\partial w''} \right) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_a}{\partial \dot{q}_e} \right) = u - R_e \dot{q}_e \quad (25)$$

ここで, 弾性モードの運動方程式のみ積分を外した Lagrange 関数で与えられることに注意する.

3.2 サブシステムへの分割

Lagrange 関数を

$$L_a = L_e + L_m \quad (26)$$

と表わす. ここで,

$$L_e = T_e(y_0, w, q_e) \quad (27)$$

$$L_m = K_b(\dot{y}_0, \dot{w}) - V_g(y_0, w) - V_b(w'') \quad (28)$$

であり, L_e は電気系サブシステムの Lagrange 関数, L_m は機械系サブシステムの Lagrange 関数を表わす. このとき支配方程式 (23)~(25) は以下のように書き直すことができる.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \right) - \frac{\partial L_m}{\partial y_0} - \frac{\partial L_e}{\partial y_0} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial w} - \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial w} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial w''} \right) = 0 \quad (30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \right) - \frac{\partial L_e}{\partial q_e} = u - R_e \dot{q}_e \quad (31)$$

ここで, $\tilde{L}_m$, $\tilde{L}_e$ はそれぞれ積分を外した機械系の Lagrange 関数と電気系の Lagrange 関数である. このとき, 電気系サブシステムに対して以下の命題が成り立つ.

[命題1] 電気系サブシステム (31) は入力を $\bar{u}$, 出力を $\bar{q}$ とするとき, 受動的な写像

$$S_1: \bar{u} \mapsto \bar{q} \quad (32)$$

を定義する. ここで,

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u \\ -\dot{y}_0 - \dot{w}_h \end{bmatrix}, \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ f_{\text{mag}} \end{bmatrix} \quad (33)$$

であり, f_{mag} は柔軟ビームの中心に作用する電磁力

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} \dot{q}_e^2 \quad (34)$$

ある.

(証明) 電気系サブシステムの Lagrange 関数 L_e を電気系サブシステム (31) に沿って時間微分する. まず, w が x_1 と t の関数であることに注意して, L_e を時間微分すると,

$$\frac{dL_e}{dt} = \frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e + \frac{\partial L_e}{\partial y_0} \dot{y}_0 + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial w} \dot{w} dx_1 \quad (35)$$

を得る. ここで,

$$\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \right) \dot{q}_e \quad (36)$$

を (35) 式に代入し, (31) 式を用いて整理すると,

$$\begin{aligned} \frac{dL_e}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right) - (u - R_e \dot{q}_e) \dot{q}_e + \frac{\partial L_e}{\partial y_0} \dot{y}_0 \\ &\quad + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial w} \dot{w} dx_1 \end{aligned} \quad (37)$$

となる. 上式第3項目は以下のように変形できる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_e}{\partial y_0} \dot{y}_0 &= \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\partial}{\partial y_0} \left\{ \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \dot{q}_e^2 \delta \left(x_1 - \frac{l}{2} \right) \dot{y}_0 \right\} dx_1 \\ &= f_{\text{mag}} \dot{y}_0 \end{aligned} \quad (38)$$

となる. 同様に第4項目は以下のように変形できる.

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial w} \dot{w} dx_1 &= \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\partial}{\partial w} \left\{ \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w} \dot{q}_e^2 \delta \left(x_1 - \frac{l}{2} \right) \dot{w} \right\} dx_1 \\ &= f_{\text{mag}} \dot{w}_h \end{aligned} \quad (39)$$

(37) 式に (38), (39) 式を代入すると電気系サブシステムの Lagrange 関数の時間微分は以下の式となる.

$$\begin{aligned} \frac{dL_e}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right) - u \dot{q}_e + f_{\text{mag}} (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) \\ &\quad + R_e \dot{q}_e^2 \end{aligned} \quad (40)$$

ここで, (33) 式で定義された入力 $\bar{u}$ と出力 $\bar{q}$ を用いれば, (40) 式は以下のように書き直される.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right) - \frac{dL_e}{dt} = \bar{u}^T \bar{q} - \bar{q}^T R \bar{q} \quad (41)$$

ここで,

$$R = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

である. (41) 式の左辺の括弧の中は電気系の全エネルギーに等しく, これを H_e とおくと

$$\frac{dH_e}{dt} = \bar{u}^T \bar{q} - \bar{q}^T R \bar{q} \quad (43)$$

を得る. 上式を時刻 0 から T まで積分すれば,

$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{dH_e}{dt} dt &= H_e(T) - H_e(0) \\ &= \int_0^T \bar{u}^T \bar{q} dt - \int_0^T \bar{q}^T R \bar{q} dt \\ &\leq \int_0^T \bar{u}^T \bar{q} dt \end{aligned} \quad (44)$$

を得る. これは電気系サブシステムが入力を $\bar{u}$, 出力を $\bar{q}$ とする受動系であることを示している. $\square$

また, 機械系サブシステムに対して以下の命題が成り立つ.

[命題2] 機械系サブシステム (29), (30) は入力を f_{mag} , 出力を $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$ とするとき, 受動的な写像

$$S_2: f_{\text{mag}} \rightarrow \dot{y}_0 + \dot{w}_h \quad (45)$$

を定義する.

(証明) 機械系サブシステムの Lagrange 関数 L_m を機械系サブシステム (29), (30) に沿って時間微分する。まず, L_m を時間微分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dL_m}{dt} &= \frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \ddot{y}_0 + \frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \dot{y}_0 + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \ddot{w} dx_1 \\ &\quad + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} dx_1 + \int_0^l \frac{\partial L_m}{\partial \dot{w}''} \ddot{w}'' dx_1 \end{aligned} \quad (46)$$

ここで,

$$\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \ddot{y}_0 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \dot{y}_0 \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \right) \dot{y}_0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \ddot{w} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \right) \dot{w} \quad (48)$$

を (46) 式に代入し, (29), (30) 式を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dL_m}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \dot{y}_0 \right) - \frac{\partial L_e}{\partial \dot{y}_0} \dot{y}_0 \\ &\quad - \int_0^l \left\{ \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}''} \right) \right\} \dot{w} dx_1 \\ &\quad + \int_0^l \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} \right) dx_1 + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}''} \ddot{w}'' dx_1 \end{aligned} \quad (49)$$

ここで, (49) 式の第3項目から第5項目を部分積分し, 境界条件と (39) 式を用いて整理すれば,

$$\begin{aligned} &\int_0^l \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} \right) dx_1 + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}''} \ddot{w}'' dx_1 \\ &\quad - \int_0^l \left\{ \frac{\partial \tilde{L}_e}{\partial \dot{w}} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}''} \right) \right\} \dot{w} dx_1 \\ &= \int_0^l \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} \right) dx_1 - f_{\text{mag}} \dot{w}_h \end{aligned} \quad (50)$$

を得る。また, (38) を用いると (49) 式は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_m}{\partial \dot{y}_0} \dot{y}_0 + \int_0^l \frac{\partial \tilde{L}_m}{\partial \dot{w}} \dot{w} dx_1 - L_m \right) \\ &= f_{\text{mag}} (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) \end{aligned} \quad (51)$$

上式左辺の括弧の中は機械系サブシステムの全エネルギーであるから, これを H_m とおくと,

$$\frac{dH_m}{dt} = f_{\text{mag}} (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) \quad (52)$$

を得る。上式の両辺を時刻 0 から T で積分すれば,

$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{dH_m}{dt} dt &= H_m(T) - H_m(0) \\ &= \int_0^T f_{\text{mag}} (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) dt \end{aligned} \quad (53)$$

を得る。これは機械系サブシステムが入力を f_{mag} , 出力を $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$ とする受動系であることを示している。□

これらより, 電気系サブシステムと機械系サブシステムはともに受動系であり, 全体の系は2つのサブシステムを電磁力 f_{mag} と柔軟ビームの中心の速度 $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$ を用いて, Fig. 2 のようにフィードバック結合したシステム見なすこと

Fig. 2 Decomposition the magnetic levitation system for a flexible beam into the subsystems

ができる。ここで, 機械系サブシステムに注目すると, その受動性により, 電磁力 f_{mag} を用いて柔軟ビーム中心の速度 $\dot{y}_0 + \dot{w}_h$ を制御することは容易であると結論付けられる。一方電気系サブシステムでは, 入力電圧 u から電磁石の電流 q_e までの受動性が成り立たないため, 入力電圧 u によって電磁石の電流 q_e を制御するには工夫が必要である。

4. コントローラ設計

文献¹⁰⁾では剛体球磁気浮上系に対し, 電気系サブシステムを磁束 ϕ を用いて表わすことで, 入力電圧 u から磁束 ϕ までの受動性が示され, この結果より電気系と機械系サブシステムのコントローラを独立に設計できることを示した。このことより, 柔軟ビーム磁気浮上系に対しても電気系サブシステムを磁束を用いて表わすことで, 電気系が入力電圧から磁束までの受動性を有することを示す。この結果よりそれぞれのサブシステムに対して独立にコントローラを設計する。

4.1 支配方程式を磁束を用いて表現

(10) 式より柔軟ビームの磁束 ϕ は次式で与えられる。

$$\phi = \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} q_e \quad (54)$$

また, 電磁力は (34) 式で与えられるので, 電磁力は磁束 ϕ を用いて

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \phi^2 \quad (55)$$

と書ける。磁束を時間微分すると,

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_h} \dot{q}_e \\ &\quad + \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_h)^2} (\dot{y}_0 + \dot{w}_h) q_e \end{aligned} \quad (56)$$

を得るので, 系の支配方程式は

$$\dot{\phi} = -R_e \frac{c_2 - y_0 - w_h}{c_1} \phi + u \quad (57)$$

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \phi^2 \quad (58)$$

$$m\ddot{y}_0 + mg - f_{\text{mag}} = 0 \quad (59)$$

$$\rho(\ddot{y}_0 + \ddot{w}) + \rho g + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - f_{\text{mag}} \delta \left(x_1 - \frac{l}{2} \right) = 0 \quad (60)$$

と書き直すことができる。このとき, 得られた電気系のサブシステムに対して以下の命題が成立する。

[命題3] 磁束を用いて表わした電気系サブシステム (57) は入力を電磁石への印加電圧 u , 出力を磁束 ϕ とする出力強受動的な写像

$$S'_1 : u \mapsto \phi \quad (61)$$

を定義する。

(証明) 電気系サブシステムのストレージ関数の候補を

$$H_\phi = \frac{1}{2}\phi^2 \quad (62)$$

とする。これを電気系サブシステムに沿って時間微分すれば、

$$\dot{H}_\phi = \phi\dot{\phi} = -\frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0 - w_h)\phi^2 + \phi u \quad (63)$$

となる。ここで、 $\alpha = R_e/c_1$ とおくと、 $|y_0| \gg |w_h|$ を仮定しているので $c_2 - y_0 - w_h > 0$ となり、

$$\begin{aligned} \dot{H}_\phi &= -\alpha(c_2 - y_0 - w_h)\phi^2 + \phi u \\ &\leq -\alpha\phi^2 + \phi u \end{aligned} \quad (64)$$

を得る。上式を時刻 0 から T で時間積分すれば、

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{H}_\phi dt &= H_\phi(T) - H_\phi(0) \\ &\leq -\alpha \int_0^T \phi^2 dt + \int_0^T \phi u dt \end{aligned} \quad (65)$$

を得る。したがって、

$$\int_0^T \phi u dt \geq \alpha \int_0^T \phi^2 dt + H_\phi(T) - H_\phi(0) \quad (66)$$

を得る。これは写像 $S'_1: u \mapsto \phi$ がエネルギー供給率を $w(\phi, u) = \phi u - \alpha\phi^2$ とする出力強受動性を有することを示している。□

この結果より、電気系サブシステムと機械系サブシステムに対して独立に安定なコントローラを設計することで系全体を安定化するコントローラを得ることができると期待される。

4.2 電気系サブシステムのコントローラ

電気系サブシステムに対するコントローラは、文献¹⁰⁾で示した方法を用いて導出する。すなわち、

- (1) 目標の電磁力 $f_{\text{mag},d}$ に追従するような目標磁束 ϕ_d を計算し、
- (2) 目標磁束を実現するような電磁石への入力電圧 u を決定する。

このとき、電気系サブシステムの閉ループ系が受動系となるようにコントローラを設計する。このためにまず、電気系サブシステムの閉ループ系の目標のストレージ関数を

$$H_d = \frac{1}{2}\tilde{\phi}^2 \quad (67)$$

とする。 $\tilde{\phi} = \phi - \phi_d$ は磁束誤差で、 ϕ_d は機械系サブシステムを安定させるために必要な電磁力を発生させる目標磁束である。いま、電磁石への印加電圧 u を

$$u = \dot{\phi}_d + \frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0 - w_h)\phi_d + v \quad (68)$$

とおくと、電気系サブシステムの閉ループ系は

$$\dot{\tilde{\phi}} = -\frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0 - w_h)\tilde{\phi} + v \quad (69)$$

となる。ここで、 v は新しい入力である。いま、電気系サブシステムの閉ループ系の目標ストレージ関数 (67) を電気系サブシステムの閉ループ系 (69) に沿って時間微分すると、次式を得る。

$$\dot{H}_d = \tilde{\phi}\dot{\tilde{\phi}} = -\frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0 - w_h)\tilde{\phi}^2 + \tilde{\phi}v \quad (70)$$

ここで、 $\alpha = R_e/c_1 > 0$ とすると、 $c_2 - y_0 - w_h > 0$ であるので次式を得る。

$$\dot{H}_d \leq -\alpha\tilde{\phi}^2 + \tilde{\phi}v \quad (71)$$

上式を 0 から T で時間積分すれば、消散不等式

$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{dH_d}{dt} dt &= H_d(\phi(T)) - H_d(\phi(0)) \\ &\leq -\alpha \int_0^T \tilde{\phi}^2 dt + \int_0^T \tilde{\phi}v dt \end{aligned} \quad (72)$$

を得る。これは、電気系サブシステムの閉ループ系の写像 $v \mapsto \tilde{\phi}$ が出力強受動性であることを示している。また、(71) 式において $v \equiv 0$ とおくと、

$$\dot{H}_d = -\alpha\tilde{\phi}^2 \leq 0 \quad (73)$$

となり、 H_d が電気系サブシステムの閉ループ系 (69) の Lyapunov 関数となる。したがって、 $t \rightarrow \infty$ のときに $\tilde{\phi} \rightarrow 0$ も同時に示される。

つぎに目標磁束 ϕ_d を決定する。いま、電磁力 f_{mag} は目標磁束 ϕ_d を使って以下のように書ける。

$$f_{\text{mag}} = \frac{1}{2c_1} \{ \phi_d^2 + \tilde{\phi}(\tilde{\phi} + 2\phi_d) \} \quad (74)$$

ここで、 $t \rightarrow \infty$ のとき $\tilde{\phi} \rightarrow 0$ となることより、目標磁束 ϕ_d を

$$f_{\text{mag},d} = \frac{1}{2c_1} \phi_d^2 \quad (75)$$

の解として決定する。ここで、 $f_{\text{mag},d}$ は柔軟ビームの質量中心を目標軌道に追従させ、なおかつ柔軟ビームの振動を抑制するような電磁力の目標値である。これより、 ϕ_d とその時間微分は以下ようになる。

$$\phi_d = \sqrt{2c_1 f_{\text{mag},d}}, \quad \dot{\phi}_d = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2c_1}}{\sqrt{f_{\text{mag},d}}} \dot{f}_{\text{mag},d} \quad (76)$$

ただし、負の解は用いない。これを電気系サブシステムのコントローラ (68) に代入すると、

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2c_1}{f_{\text{mag},d}}} \dot{f}_{\text{mag},d} \\ &\quad + R_e(c_2 - y_0 - w_h) \sqrt{\frac{2f_{\text{mag},d}}{c_1}} + v \end{aligned} \quad (77)$$

となる。

4.3 機械系サブシステムのコントローラ

機械系サブシステムのコントローラでは、目標軌道に追従させ、かつ、弾性振動を抑制するような電磁力 $f_{\text{mag},d}$ を決定する。まずはじめに、柔軟ビーム磁気浮上系の平衡点について議論しておく。ここで、平衡状態とは柔軟ビームが浮上して静止しており、さらに重力によりたわんだ状態を示す。機械系サブシステムは以下のように書き直すことができる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ \dot{w} \\ \ddot{w} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{y}_0 \\ -mg + f_{\text{mag}} \\ \dot{w} \\ -\rho g - EI \partial^4 w / \partial x_1^4 + f_{\text{mag}} \delta(x_1 - l/2) \end{bmatrix} \quad (78)$$

したがって、平衡状態は上式の右辺を 0 として、

$$\begin{aligned} \dot{y}_0 &= 0, & f_{\text{mag}} &= mg, \\ \dot{w} &= 0, & EI \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} &= mg \delta(x_1 - l/2) - \rho g \end{aligned} \quad (79)$$

となる。ここで、(79) 式の第 4 式を満たすたわみを w^0 とおけば、系の平衡点は

$$\begin{cases} y_0 = \text{任意} \\ \dot{y}_0 = 0 \\ w = w^0 \\ \dot{w} = 0 \end{cases} \quad (80)$$

となる。 y_0 は任意の値を取ることができ、無限個の平衡点が存在することに注意する。

機械系サブシステムのコントローラは経験的に次式で表わされるものを考える。

$$\begin{aligned} f_{\text{mag}} &= m\ddot{y}_{0r} + mg - K_d s \\ &\quad - \gamma K_d \int_0^l \dot{w} \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) dx_1 \\ &= m\ddot{y}_{0r} + mg - K_d s - \gamma K_d \dot{w}_h(t) \end{aligned} \quad (81)$$

ここで、

$$s = \dot{y}_0 - \dot{y}_{0d} + \lambda_1 (y_0 - y_{0*}) = \dot{\tilde{y}}_0 + \lambda_1 \tilde{y}_0 \quad (82)$$

$$\dot{y}_{0r} = \dot{y}_{0d} - \lambda_1 (y_0 - y_{0d}) \quad (83)$$

であり、 $\gamma, K_d, \lambda_1 > 0$ はゲイン、 y_{0d} は目標軌道、 $\tilde{y}_0 = y_0 - y_{0d}$ は軌道誤差である。コントローラ (81) を用いて機械系サブシステムの閉ループ系を求めると、

$$m\dot{s} + K_d s + \gamma K_d \dot{w}_h(t) = 0 \quad (84)$$

を得る。このとき、以下の命題が成立する。

[命題 4] 得られたコントローラ (81) は機械系サブシステムを漸近安定化し、 $t \rightarrow \infty$ の極限で

$$\begin{aligned} y_0 - y_{0d} &= 0, & \dot{y}_0 - \dot{y}_{0d} &= 0, \\ w - w^0 &= 0, & \dot{w} &= 0 \end{aligned} \quad (85)$$

となる。

(証明) リアプノフ関数の候補として、関数

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} m s^2 + \gamma \int_0^l \frac{1}{2} \rho \dot{w}^2 dx_1 \\ &\quad + \gamma \int_0^l \frac{1}{2} EI \left\{ \frac{\partial^2 (w - w^0)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 \end{aligned} \quad (86)$$

を考える。ここで、各項はすべて正であるので、関数 V が 0 となるのは、

- (1) $\tilde{y}_0 = 0$ のときかつ、
- (2) $\dot{\tilde{y}}_0 = 0$ のときかつ、
- (3) $\dot{w} = 0$ のときかつ、

(4) $\tilde{w} = w - w^0 = 0$ のときのみ

である。したがって、関数 V は目標値で唯一の最小値 $V = 0$ を取る正定値関数となり、リアプノフ関数の候補としてふさわしい。(86) 式を機械系サブシステムに沿って時間微分すると、以下ようになる。

$$\dot{V} = m s \dot{s} + \gamma \int_0^l \rho \dot{w} \ddot{w} dx_1 + \gamma \int_0^l EI \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 \dot{\tilde{w}}}{\partial x_1^2} dx_1 \quad (87)$$

上式第 3 項目は 2 回部分積分して境界条件を用い、 $\dot{\tilde{w}} = \dot{w}$ であることを用いて整理すると、以下ようになる。

$$\int_0^l EI \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 \dot{\tilde{w}}}{\partial x_1^2} dx_1 = \int_0^l EI \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial x_1^4} \dot{\tilde{w}} dx_1 \quad (88)$$

したがって、 $\dot{V}$ は以下のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s(-K_d s - \gamma K_d \dot{w}_h) \\ &\quad + \gamma \int_0^l (m \ddot{y}_{0r} - K_d s - \gamma K_d \dot{w}_h) \\ &\quad \times \delta\left(x_1 - \frac{l}{2}\right) \dot{w} dx_1 - \ddot{y}_0 \int_0^l \rho \dot{w} dx_1 \end{aligned} \quad (89)$$

いま、 $\dot{w}$ は柔軟ビームの中立軸に沿ったビーム座標系で観測されているので、

$$\int_0^l \rho \dot{w} dx_1 = 0 \quad (90)$$

である。したがって、次式を得る。

$$\dot{V} = -K_d (s + \gamma \dot{w}_h)^2 + \gamma m \ddot{y}_{0r} \dot{w}_h \quad (91)$$

ここで、 K_d, γ を適切に設定し、また柔軟ビームの質量 m があまり大きくなければ、上式は第 1 項目が支配的となり、

$$\dot{V} = -K_d (s + \gamma \dot{w}_h)^2 \leq 0 \quad (92)$$

とすることができる。 γ を任意に決めることができるので、上式で $\dot{V} = 0$ となるのは $s = 0, \dot{w}_h = 0$ のときとなる。ただし、このときでも w は任意の値を取ることができることに注意する。また、 $\dot{w}_h = 0$ の条件は柔軟ビームの中心のみの速度が 0 になることを示しており、柔軟ビームの全長にわたって 0 になることを示していない。ところが、柔軟ビームには、電磁力が柔軟ビームの中心に集中荷重として作用すると仮定しているので、奇数次のモードしか励起されないと考えることができる。したがって、柔軟ビームの中心の速度が 0 であれば、柔軟ビームの全長にわたって速度が 0 であると考えることができる。また、 $w \neq w^0$ のときには $\dot{w} = 0$ に留まることができないため、機械系サブシステムの最大不変集合は点 $(s, w, \dot{w}) = (0, w^0, 0)$ のみからなる。ゆえに LaSalle の定理を適用すれば、 $t \rightarrow \infty$ の極限で

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w = w^0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{w} = 0 \quad (93)$$

を得る。よって、閉ループ系の漸近安定が示された。□

以上の結果をまとめれば、電気系サブシステムに対するコントローラ (77) と、柔軟ビームの中心のたわみ速度フィードバックを用いた機械系サブシステムに対するコントローラ (81) を組み合わせることにより、目標軌道に追従し、なおかつ弾性振動を抑制することができる。

5. 数値シミュレーション

5.1 シミュレーション条件

シミュレーションでは、浮上対象物体となる柔軟ビームとして Table 1 に示すような物理パラメータを持つアルミニウム製の平棒を用いる。アルミニウムは強磁性体ではないため、実際には電磁石に吸引されることはないが、ここでは電磁石に吸引されるものとしてシミュレーションを行なう。

Table 1 Physical parameters of the flexible beam

paramter	value	unit
length	1.0	[m]
width	10×10^{-3}	[m]
height	2×10^{-3}	[m]
density	2.698×10^3	[Kg/m ³]
Young's modulus	7.03×10^{10}	[Pa]
mass	54.0×10^{-3}	[Kg]

制御対象となるプラントモデルは、柔軟ビームに対しては

$$w(x_1, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x_1) T_i(t) \quad (94)$$

としてモード展開を行ない、コイルの漏れインダクタンス L_0 を考慮した、次式で与えられるものを用いる。

$$\left(\frac{Q}{z_0 - y_0} + L_0 \right) \ddot{q}_e + \frac{Q}{(z_0 - y_0)^2} \dot{y}_0 \dot{q}_e + R_1 \dot{q}_e = u \quad (95)$$

$$m \ddot{y}_0 - \frac{k}{(x_0 - y_0)^2} \dot{q}_e^2 + mg = 0 \quad (96)$$

$$M_i \frac{d^2 T_i(t)}{dt^2} + K_i T_i(t) = f_{\text{mag}} X_i(l/2) \quad (97)$$

$i = 1, 2, \dots, 5$

柔軟ビームは5次モードまでを考慮してシミュレーションを行なう。パラメータ Q , k , x_0 , z_0 , R_1 , m , g , および L_0 は Table 2 で示す、実験装置を同定して得られたパラメータを用いる。 M_i , K_i , $X_i(l/2)$, および各モードの固有角振動数 ω_i と固有振動数 f_i については Table 1 に示された値をもとに計算した、Table 3 に示すものを用いる。

目標軌道は Fig. 3 に示す軌道を用いる。これは加加速度までが滑らかになるような時間に関する7次の多項式で表わされる。目標軌道は剛体モードの変位 y_0 が $-12[\text{mm}]$ から $-7[\text{mm}]$ まで $5[\text{mm}]$ の浮上量を $2[\text{sec}]$ で移動するものとする。位置と速度の初期値は $y_0(0) = -12[\text{mm}]$, $\dot{y}_0(0) = 0[\text{m/sec}]$ とし、電流の初期値は制御入力 of 初期値として $5[\text{V}]$ を $0.5[\text{msec}]$ 印加し、電流が一定値となったときの値とする。たわみの初期値は、柔軟ビームを支持台の上に置いたときに自然に生じるたわみとする。支持台は柔軟ビームの長さ比べて小さいため、1次モードのたわみが生じているものとみなすことができる。たわみ速度の初期値は、柔軟ビームの全長にわたって $0[\text{m/sec}]$ とする。シミュレーションは MATLAB/Simulink を用いて行ない、サンプリング時間を $1[\text{msec}]$ とし、ソルバには4次の Runge-Kutta を用いた。

Table 2 Identified plant parameters

Symbol	Identified value	Unit
Q	8.45×10^{-5}	[Hm]
L_0	1.19×10^{-1}	[H]
z_0	2.20×10^{-3}	[m]
x_0	2.20×10^{-3}	[m]
k	5.53×10^{-5}	[Nm ² /a ²]
R_1	4.57	[Ω]
m	63.7×10^{-3}	[Kg]
g	9.80665	[m/sec ²]

Table 3 Natural frequency of each mode of the flexible beam

mode	M_i	K_i	$X_i(l/2)$	ω_i	f_i
1st	0.05396	234.600	-1.2156	65.936	10.494
2nd	0.05396	1782.60	0.0000	181.76	28.927
3rd	0.05396	6850.80	1.4224	356.32	56.709
4th	0.05396	18720.3	0.0000	589.01	93.743
5th	0.05396	41774.8	-1.4139	879.88	140.04

Fig. 3 Desired trajectory

5.2 シミュレーション結果

Fig. 4 にシミュレーション結果を示す。(a), (b) 図はそれぞれ位置と速度の軌道、(d)~(h) 図は各モードのたわみである。シミュレーションに用いたゲインは $\lambda_1 = 1.2$, $K_d = 30.0$, $\gamma = 1.2$ であり、モデルパラメータは $c_1 = 6.00 \times 10^{-5}[\text{Hm}]$, $c_2 = 2.20 \times 10^{-3}[\text{m}]$, $R_1 = 4.75[\Omega]$, $m = 54.0 \times 10^{-3}[\text{Kg}]$ である。

(a), (b) 図より位置、速度軌道は若干の誤差を生じているが、目標軌道に追従していることがわかる。本研究ではコントローラの導出において、電気系サブシステムと機械系サブシステムを分離して、それぞれのサブシステムに対して独立にコントローラを設計している。このため、電磁石は機械系サブシステムを駆動するためのアクチュエータとみなすことができ、系全体の制御性能は電気系サブシステムに大きく依存する。本研究では電気系サブシステムのコントローラにはフィードバックを施していないため、アクチュエータとして見たときの電磁石の応答を調節することができない。このため、追従性能が劣化するものと思われる。

(d)~(h) 図より1次、3次、5次モードの振動が制御開始時に励起されていることが確認できる。これらは可制御なモードであり時間の経過とともに減衰していくことがわかる。これはたわみ速度フィードバックの効果によるものであると考えられる。一方、2次モードと4次モードは不可制御なモードであるため、理論的には振動は生じないが、シミュ

Fig. 4 Simulation result

レーション結果では2次モードと4次モードに振動が生じていることが確認できる。しかし、その振幅はほかのモードに比べて非常に小さいため、0と考えることができる。

以上のことより、得られたコントローラは柔軟ビーム磁気浮上系に対して有効であると結論付けることができる。

6. まとめ

本研究では柔軟ビーム磁気浮上系に対して、受動性をもとにした非線形コントローラの導出を行なった。柔軟ビーム磁気浮上系に対しては、電気系サブシステムと機械系サブシステムを分離し、それぞれのサブシステムに対して独立にコントローラを設計することで安定な閉ループ系を得ることができた。機械系サブシステムには、柔軟ビームの中心のたわみ速度をフィードバックすることで弾性振動を減衰させることができることを確認した。また、得られたコントローラは電流フィードバックを必要としない。得られたコントローラの

有効性を示すために、数値シミュレーションを行なった。その結果数値シミュレーションでは良い結果が得られ、本制御法の有効性が示された。

参考文献

- 1) 瀬戸, 大崎, 正田: 鋼板の磁気浮上制御, 第6回電磁力関連のダイナミクスシンポジウム講演論文集, 53/56 (1994)
- 2) 松本, 岡田: 薄平板の磁気浮上搬送, 第9回電磁力関連のダイナミクスシンポジウム講演論文集, 391/394 (1997)
- 3) 長谷川, 関原, 押野谷, 石橋: 磁気浮上鋼板の非接触位置決め制御 (電流フィードバックの適用), 第11回 MAGDA コンファレンス講演論文集, 197/200 (2002)
- 4) 佐々木, 小林, 堀: 外乱オブザーバを用いた柔軟物体の磁気浮上搬送, 第11回 MAGDA コンファレンス講演論文集, 220/225 (2002)
- 5) M. Sasaki, T. Ueda and W. J. Book: Passivity-Based Control of Rotational and Translational Timoshenko Arms, Proc. of the Fifth International Conference on Motion and Vibration Control (2000)
- 6) 松野, 村田: 先端負荷をもった2リンク柔軟アームのPDS制御, システム制御情報学会論文誌, 14-1, 26/32 (2001)
- 7) 大須賀, 松野: マニピュレータにおける受動性のロバスト性について, 日本ロボット学会誌, 19-1, 75/80 (2001)
- 8) T. Nakamura and M. B. Khamesee: Prototype Mechanism for Three-Dimensional Levitated Movement of a Small Magnet, IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, 2-1, 41/50 (1997)
- 9) 亀屋, 杉野, 押野谷, 石橋: 吸引式磁気浮上制御シミュレーション, 第9回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, 403/406 (1997)
- 10) T. Shimizu and M. Sasaki: A Non-linear Control of A Magnetic Levitation System Based on Passivity, Proc. of ICCAS, CD-ROM (2002)

[著者紹介]

清水 年美 (正会員)

1994年岐阜大学工学部機械工学科文部技官。2003年岐阜大学工学研究科博士後期課程修了。現在に至る。分布定数系の運動制御, ロボット工学の研究に従事。

佐々木 実 (正会員)

1985年東北大学工学部機械工学科博士課程修了。1995年東北大学工学部機械工学科助手。1988年宮城工業高等専門学校講師。1990年カリフォルニア大学ロサンゼルス校客員教授。1993年岐阜大学工学部機械工学科助教授。2003年岐阜大学工学部機械工学科教授。現在にいたる。分布定数系の制御, 柔軟系のインテリジェント運動制御に関する研究に従事。