4輪車自動駐車システムの開発—理論と実験—

ダオ ミン クアン*・劉 康 志*・大 形 明 弘*

Development of Auto-Parking System for 4-Wheeled Automobiles: Theory and Experiments

Dao MINH QUAN*, Kang-Zhi LIU* and Akihiro OGATA*

The control of position and orientation angle of 4-wheeled cars is the central part in the development of automatic parking systems which is going to play an important role in ITS. There have been many approaches to this problem from a viewpoint of application of nonholonomic control theory. But there are still some practical problems such as steering angle limitation that need to be addressed. In this paper, a method is proposed to deal with the steering control with a steering angle limitation. The basic idea is to construct a circle family and let the car approach the circle family that leads to the destination asymptotically. Both theoretical and experimental results are described.

Key Words: 4-wheeled car, auto-parking system, steering angle limitation, circle family

1. はじめに

自動車技術とIT技術の進歩につれて、自動車の車間距離制御、隊列走行制御、ABSなど自動運転システムは現実になりつつある。しかし、その中で難しいといわれている自動駐車制御にはまださまざまな問題が残っている。自動駐車制御技術は将来ITS(知能化交通システム)においては重要な要素技術の一つである。

近年、4輪車の自動駐車制御問題は非ホロノミックシステムの一例としてよく取り上げられている。非ホロノミックシステムの制御について、文献^{3)~5)}では不変多様体を用いた方法を提案した。⁶⁾では正準系への変換をせずに、バックステッピング法でシステムを安定化する。⁷⁾では可変拘束制御を提案した。しかし、これらの研究で提案された方法では実用上避けることのできない操舵角の限界、駐車空間の制限などの問題を解決できていないため、まだ実用化に至っていない。

完全自動化した駐車システムを実現するには、操舵角と駐車空間の制約を陽に考慮でき、かつ簡単な方法が必要である。そこで、本研究では車両の操舵角の制限を考慮した、比較的簡単な駐車制御方法を提案する。制御則の基本方針は文献^{3)~6)}と同じように車両の方向角 θ をある目標値 θ^* の集合^(注1)へ収束させることである。ただしこれらの文献と違い、 θ^* を求めていくのではなく、文献⁸⁾で導入された

Fig. 1 Rear drive 4-wheel car model

円周族の接線方向を目標値 θ^* としている。また、本方法では車両を前進後進に適切に切り替えることで、操舵角とスペースの制約の範囲内で駐車することができる。

本稿の前半では制御則について述べ、後半では自動駐車システムの実験結果を示す。なお、以下では $\text{sgn}(x)$ で変数 x の符号を表わす。

2. 制御モデル

本研究の制御モデルはFig. 1に示される後輪駆動4輪車モデルである。車輪に横滑りが生じないと仮定すると車両の運動学モデル^(注2)はつぎのように与えられる。

$$\dot{x} = \cos \theta v \quad (1)$$

(注2) このモデルにおける速度 v は車両方向に沿った速度である。後輪駆動の場合 v は後輪速度と同じで、前輪駆動の場合 v は前輪速度かける $\cos \phi$ となる。またこのモデルを4輪車に適用するとき、内外輪の速度の差ならびに操舵角の差を考慮する必要がある。

* 千葉大学工学部学部 自然科学研究科

* Faculty of Engineering, University of Chiba, 1-33 Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba

(注1) 文献^{3)~5)}では不変多様体と呼ぶ、文献⁶⁾では仮想入力と呼ぶ

$$\dot{y} = \sin \theta v \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{l} \tan \phi v \quad (3)$$

ここで, l は前後輪の車軸間の距離, (x, y) は後輪車軸の中央座標, θ は x 軸に対する車両の方向角を表わす. また, ϕ は操舵角, v は車両の進行速度を表わす. 本稿では, 操舵角 ϕ の関数

$$\eta = \tan \phi$$

と進行速度 v を入力として扱う. 通常, 非ホロミックシステムの研究では操舵角速度 $\dot{\phi}$ を入力として扱うが, 操舵角の制限を考慮することができない. よって, 本稿では操舵角を直接制御入力として捉える.

ここで, 状態ベクトル z と制御入力 u をそれぞれ

$$z = (x, y, \theta)^T, \quad u = (v, \eta)^T$$

とくと, 状態方程式はつぎのように書ける.

$$\dot{z} = g(z)u, \quad g(z) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1/l \end{bmatrix} \quad (4)$$

制御の目的は状態 z を原点

$$z = (x, y, \theta)^T = (0, 0, 0)^T$$

へ収束させ, すなわち z を安定化することである.

3. 制御入力の設計と安定性の解析

本節の前半では, 操舵角に制限がないと仮定して制御入力を設計し, 後半では操舵角制限がある場合の対策を提案する. 制御則の基本方策は文献^{3)~6)}と同じように車両の方向 θ をある目標値 θ^* の集合へ収束させることである. 3.1 節では目標値 θ^* の集合について述べる. 3.2 節では車両の方向 θ が θ^* になったとき, その状態を維持するための入力に関する条件を導出する. 3.3 節では車両の位置から原点までの距離が常に減少するための条件を求める. 以上の結果に基づいて, 3.4 節では操舵角に制限がないと仮定して制御器を設計する. 3.5 節では操舵角の制限を考慮して, 制御入力を修正する. そして, システムを安定化できるための初期値に関する条件を求める. 最後に 3.6 節では車両の状態が 3.3 節と 3.5 節で求めた条件を満たさないときの方策について述べる.

3.1 円周族

Fig. 2 に示す円集合

$$\{(x, y) : x^2 + (y - r)^2 = r^2, r \in (0, \infty)\} \quad (5)$$

を円周族と呼ぶ. これらの円は半径 r をもち, 中心点が y 軸上にあり, 原点で x 軸と接する. θ^* を円軌道の接線方向角とし, δ を極座標系における点 (x, y) の角度とすると, 原点以外ではつぎの関係が成り立つ.

$$\theta^* = 2\delta \quad (6)$$

Fig. 2 Circle family

ただし, δ はつぎのように定義される.

$$\delta = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad (7)$$

Fig. 2 よりわかるように, 4 輪車が円周族に沿って動けば, 必ず原点に到達できる. そこで, θ^* を θ の目標値とする. 以下 θ^* の性質を調べておく.

δ の範囲を $[-\pi/2, \pi/2]$ とする. すなわち, 4 輪車を第 1, 4 象限に拘束するとする. このとき, Fig. 2 および

$$|\delta| \leq \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

より

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \operatorname{sgn}(x) \cos \delta \quad (9)$$

$$\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \operatorname{sgn}(x) \sin \delta \quad (10)$$

が成立つ. 車両を第 2, 3 象限に拘束する場合は同様に δ を定義できるので, 省略する. また, 方向角の誤差を

$$e = \theta - \theta^* \quad (11)$$

とくと, つぎの関係が成立つ.

$$\theta - \delta = e + \delta \quad (12)$$

ここで, $\dot{\delta}$ を求めておこう.

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{y}{x} \right) = \cos^2 \delta \frac{\dot{y}x - x\dot{y}}{x^2} \\ &= \frac{x^2}{x^2 + y^2} \frac{x \sin \theta v - y \cos \theta v}{x^2} \\ &= \frac{x \sin \theta v - y \cos \theta v}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

さらに, (9), (10) および (12) を用いると上式は

$$\dot{\delta} = \operatorname{sgn}(x) \frac{\sin(e + \delta)}{\sqrt{x^2 + y^2}} v \quad (13)$$

となる。

文献⁸⁾は以下の点において本稿と異なる。まず、文献⁸⁾では円周族に沿って車両の位置から原点までの円弧の長さや車両の方向と円周族の接線方向との角度誤差を収束させる。そのため、システムを線形化し、線形理論でシステムの安定性を考えている。そして、2輪車両を制御対象とするので、操舵角の制限がない。さらに、空間の制限を考慮していない。これに対し、本研究ではシステムを線形化せずに、不変多様体を用いて車両の位置から原点までの距離と車両の方向と円周族の接線方向との角度誤差を収束させる。さらに、4輪車の駐車システムを考えるので、操舵角の制限、空間の制限を考慮する。

3.2 拘束条件の導出

本稿の制御則は θ を θ^* へ収束させることによって状態の安定化を図るので、 $\theta = \theta^*$ 、すなわち $\theta - 2 \arctan(y/x) = 0$ になったとき、その状態を維持しなければならない。ここではシステム $\dot{z} = f(z) = g(z)u$ の状態を多様体 $h(z) = \theta - 2 \arctan(y/x) = 0$ に拘束する条件を求める。

システムの状態を多様体に拘束したとき、 $\dot{h}(z) \equiv 0$ が成り立つ。したがって条件

$$L_f h(z) = \frac{\partial h}{\partial z} f = \frac{\partial h}{\partial z} \dot{z} = \dot{h} = 0 \quad (14)$$

が成立しなければならない。ここで、

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \left[\frac{2y}{x^2 + y^2}, -\frac{2x}{x^2 + y^2}, 1 \right]$$

を

$$L_f h(z) = \frac{\partial h}{\partial z} g(z)u$$

に代入して計算すると

$$\begin{aligned} L_f h(z) &= \left[\frac{2y}{x^2 + y^2} \cos \theta - \frac{2x}{x^2 + y^2} \sin \theta, \frac{1}{l} \right] \begin{bmatrix} v \\ v\eta \end{bmatrix} \\ &= \left(\frac{2y}{x^2 + y^2} \cos \theta - \frac{2x}{x^2 + y^2} \sin \theta + \frac{1}{l} \eta \right) v \end{aligned}$$

となる。さらに、(9)、(10)および(12)を用いると

$$L_f h(z) = \left(-\operatorname{sgn}(x) \frac{2 \sin(e + \delta)}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{l} \eta \right) v$$

と書ける。したがって、システム(4)を多様体 $h(z) = 0$ 、つまり $\theta = \theta^*$ に拘束するには、操舵角は以下の条件を満たさなければならないことがわかる。

[補題1] 4輪車の方向角 θ を円周族の接線方向 θ^* に拘束するために、操舵角は $\eta = \eta_{ref}$ でなければならない。ただし

$$\eta_{ref} \triangleq \operatorname{sgn}(x) \frac{2l \sin \delta}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (15)$$

である。

Fig. 3 parking setup

3.3 駐車問題の設定

ここで、駐車問題を設定する。Fig. 3の右図に注目されたい。点Aは車両のスタートする位置、点Oは目的地、矢印 $(\overrightarrow{AP}$ あるいは $\overrightarrow{AQ})$ は車両の方向 θ を表わす。通路の幅の範囲内で車両を目的地Oまで動かしたい。

AE, AFそれぞれがOAと $\beta/2$ ($\beta < \pi$)の角度をなすとする。このとき、EAFは駐車空間を二つの領域IとIIに分ける。 $\angle AOD = \delta$ なので、車両の方向が領域Iにあるとき、

$$|\theta - \delta| < \frac{\beta}{2}, \quad \beta < \pi$$

となり(図では $\angle PAN < \beta/2$)、また領域IIにあるとき

$$|\theta - \delta| \geq \frac{\beta}{2}$$

となる(図では $\angle NAQ > \beta/2$)。例として、車両を後進させて目的地へ動かすことを考える。車両の方向が領域Iにあった場合(実線矢印 $\overrightarrow{AP}$)はFig. 3の左図の実線のように車両の位置から目的地までの距離を常に減少させることができる。一方、車両の方向が領域IIにあった場合(点線矢印 $\overrightarrow{AQ}$)はFig. 3の左図の破線のように車両の位置から目的地までの距離が一時的に増加し、車両の軌道を膨らませるので、通路からはみ出る可能性がある。以降、車両の方向が領域Iにあると仮定して制御入力を設計する。なお、領域IIにあった場合については3.6節で述べる。

$|e + \delta|$ はつぎの性質をもち、フィードバック制御則の安定性を示すときに用いられる。

[補題2] 車両の進行速度 v は

$$\begin{cases} v = 0 & x = y = 0 \\ \operatorname{sgn}(x)v < 0 & x, y \neq 0 \end{cases}$$

を満たし、方向角誤差の絶対値 $|e|$ は減少関数であるとする。このとき、 $\beta < \pi$ について

$$|\theta(0) - \delta(0)| = |e(0) + \delta(0)| \leq \frac{\beta}{2}, \quad |\delta(0)| \leq \frac{\beta}{2}$$

が成り立てば、すべての時刻において

$$|\theta(t) - \delta(t)| = |e(t) + \delta(t)| \leq \frac{\beta}{2}, \quad t \geq 0$$

が成り立つ。

証明： 証明の中で以下の性質を用いる。 p, q を時間に関する一階連続微分可能関数とする。

- (1) $|q| < \pi \Rightarrow \operatorname{sgn}(\sin(q)) = \operatorname{sgn}(q)$
 (2) (a) $\operatorname{sgn}(p) = \operatorname{sgn}(q)$ ならば, $\operatorname{sgn}(p \sin(p+q)) = 1$.
 (b) $\operatorname{sgn}(p) = -\operatorname{sgn}(q)$ かつ $|q| < |p|$ ならば, $\operatorname{sgn}(p \sin(p+q)) = 1$.
 (3) $|p|$ と $|q|$ は減少関数で, $\operatorname{sgn}(p) = \operatorname{sgn}(q)$ ならば, $|p+q|$ も減少関数である.

これらの性質は明らかであるので, 証明を省く. 以上の性質を用いて, 補題 2 を示す. ここで

$$U(\delta) = \frac{1}{2}\delta^2$$

とする. (13) 式を用いて $\dot{U}(\delta)$ を計算すると

$$\dot{U}(\delta) = \delta \dot{\delta} = \operatorname{sgn}(x)v \frac{\delta \sin(e+\delta)}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (16)$$

条件 $\operatorname{sgn}(x)v < 0$ より $\dot{U}(\delta)$ の符号は $-\delta \sin(e+\delta)$ の符号となる. すなわち,

$$\operatorname{sgn}(\dot{U}(\delta)) = -\operatorname{sgn}(\delta \sin(e+\delta))$$

である. 以下, e と δ の符号と大小関係について三つのケースに分けて補題を示す.

case 1: $\operatorname{sgn}(e(t)) = \operatorname{sgn}(\delta(t))$

性質 (2) の (a) より $\operatorname{sgn}(\dot{U}(\delta)) = -1 < 0$. このとき, $|\delta|$ は減少関数となる. さらに, $|e|$ が減少関数である仮定から, 性質 (3) より $|e+\delta|$ も減少関数となる.

case 2: $\operatorname{sgn}(e(t)) = -\operatorname{sgn}(\delta(t))$, かつ $|\delta(t)| < |e(t)|$

まず, 仮定から

$$\operatorname{sgn}(e+\delta) = \operatorname{sgn}(e) = -\operatorname{sgn}(\delta)$$

が成り立つ. よって

$$\operatorname{sgn}(\dot{U}(\delta)) = -\operatorname{sgn}(\delta \sin(e+\delta)) = 1$$

となり, $|\delta|$ が増加関数となる. また, case 2 の仮定から

$$|e(t) + \delta(t)| = |e(t)| - |\delta(t)|$$

がいえる. $|\delta|$ が増加関数, $|e|$ が減少関数であることから上式の関数は減少する.

case 3: $\operatorname{sgn}(e(t)) = -\operatorname{sgn}(\delta(t))$, かつ $|\delta(t)| > |e(t)|$

性質 (2) の (b) より

$$\operatorname{sgn}(\dot{U}(\delta)) = -\operatorname{sgn}(\delta \sin(e+\delta)) = -1 < 0$$

となる. よって, $|\delta|$ が減少関数である. さらに, case 3 の仮定により

$$|e(t) + \delta(t)| = |\delta(t)| - |e(t)| \leq |\delta(t)| \leq |\delta(0)|$$

が成り立つ. さらに, $|\delta(0)| < \beta/2$ の条件から

$$|e(t) + \delta(t)| < \frac{\beta}{2}$$

がいえる. 以上のことより結論が得られる. $\square$

3.4 制御入力的设计

方向角誤差 $e = \theta - \theta^* = \theta - 2\delta$ および (13) を用いて 4 輪車モデルを書き直すと

$$\dot{x} = \cos(e+2\delta)v \quad (17)$$

$$\dot{y} = \sin(e+2\delta)v \quad (18)$$

$$\dot{e} = \left(\frac{1}{l}\eta - \frac{2\operatorname{sgn}(x)\sin(e+\delta)}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) v \quad (19)$$

となる. ただし, η, v は制御入力である. また, 車両の原点までの距離を

$$r(t) = \sqrt{x^2+y^2} \quad (20)$$

で表わし, 軌道に沿った車両の移動距離を

$$s(t) = \int_0^t |v(\tau)| d\tau \quad (21)$$

で表わす.

《定理 1》 つぎの信号を定義しておく.

$$\eta^* \triangleq \operatorname{sgn}(x) \frac{2l \sin(e+\delta)}{r} - \alpha l e \operatorname{sgn}(v), \alpha > 0 \quad (22)$$

操舵角に制限がないとする. 操舵角入力を $\eta = \eta^*$ とすると, 方向角誤差 e は

$$e(t) = \exp(-\alpha s(t))e(0) \quad (23)$$

のオーダーで収束する. さらに, 進行速度 v については原点から遠いところでは $\operatorname{sgn}(x)v < 0$ を満たすとし, 原点近傍では

$$v = -\operatorname{sgn}(x)cr, c > 0 \quad (24)$$

とすると, $\beta < \pi$ について

$$|\theta(0) - \delta(0)| < \frac{\beta}{2}, |\delta(0)| < \frac{\beta}{2}$$

が成立てば, 原点までの距離 r は

$$\exp(-ct)r(0) \leq r(t) < \exp(-c \cos(\beta/2)t)r(0) \quad (25)$$

を満たし, 指数的に収束する.

証明: まず, 操舵角入力を (19) 式に代入したとき

$$\dot{e} = -\alpha |v|e$$

が成立つ. その応答を求めると,

$$e(t) = \exp\left(-\alpha \int_0^t |v| d\tau\right) e(0) = \exp(-\alpha s(t))e(0)$$

を得る. 車両の移動距離 $s(t)$ が長ければ, $e(t)$ を十分に低減できる.

つぎに, 軌道に沿って r を微分し, (9), (10) および (17), (18) を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{r} \\ &= \operatorname{sgn}(x) [\cos \delta \cos(e+2\delta) + \sin \delta \sin(e+2\delta)] v \\ &= \operatorname{sgn}(x) v \cos(e+\delta) \end{aligned} \quad (26)$$

が得られる. 車両が与えられた初期状態からスタートするとき, 補題 1 より $|e+\delta| < \beta/2$ が常に成り立つ. よって, $\cos(\beta/2) < \cos(e+\delta) \leq 1$ である. $v = -\operatorname{sgn}(x)cr$ を代入すれば

$$-cr \leq \dot{r} < -c \cos(\beta/2)r \quad (27)$$

を得る。比較定理にしたがって計算すれば (25) がわかる。よって、原点までの距離 r は指数収束する。□

3.5 操舵角制限の考慮

実車両の操舵角に制限があるので、設計した操舵角が制限を越えた場合、安定性は保証できなくなる恐れがある。本節では設計した制御入力 η^* が制限範囲を超えたときの安定性の解析を行ない、安定性を保証できるように制御入力 η^* を修正する。ここで、車両の操舵角の制限を

$$\eta \in [-\eta_{\max}, \eta_{\max}], \eta_{\max} > 0 \quad (28)$$

と仮定し、制御入力 η をつぎのように修正する。

$$\eta = \begin{cases} \eta^*, & |\eta^*| \leq \eta_{\max} \\ \text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max}, & |\eta^*| > \eta_{\max} \end{cases} \quad (29)$$

すなわち、設計した制御入力 η^* が制限を越えたとき、操舵角を飽和させる。以下、(29) 式の制御入力 η で制御するとき、システムが安定になるかどうかについて調べる。

$|\eta^*| \leq \eta_{\max}$ のとき、定理 1 より x, y, θ の収束性が保証される。よって $|\eta^*| > \eta_{\max}$ の場合だけを考えればよい。さらに、補題 1 よりわかるように方向角誤差 e を零に拘束するには操舵角入力が (15) 式の $\eta_{ref}(t)$ とならなければならない。ゆえに、飽和した操舵角入力ではほとんどすべての時刻において $e(t) \neq 0$ である。

そこで、以下では $e \neq 0$ とおく。 $\text{sgn}(x) = -\text{sgn}(v)$ を用いて (22) 式から α を計算すると、形式的には α は

$$\alpha = -\frac{1}{el} \left(\frac{2l \sin(e + \delta)}{r} + \text{sgn}(v)\eta \right) \quad (30)$$

と書ける。入力 η が飽和したとき、上式の制御ゲイン α は時変ゲイン $\alpha_m(t)$ に変わる。すなわち、 $\eta = \text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max}$ を上式に代入したとき制御ゲインは

$$\alpha_m(t) = -\frac{1}{el} \left(\frac{2l \sin(e + \delta)}{r} + \text{sgn}(v)\text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max} \right) \quad (31)$$

となる。この α_m は正である限り、状態 x, y の安定性と θ の収束性が保証される。そして、この条件は次式と等価である。

$$\text{sgn}(e) \left(\frac{2l \sin(e + \delta)}{r} + \text{sgn}(v)\text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max} \right) < 0$$

上式はさらにつぎのように変形できる。

$$-\text{sgn}(e)\text{sgn}(v)\text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max} > Z(x, y, \theta) \quad (32)$$

ただし、

$$Z(x, y, \theta) = \text{sgn}(e) \frac{2l \sin(e + \delta)}{r} \quad (33)$$

である。また、 $|\eta^*| > \eta_{\max}$ の間、(32) 式の左辺は定数である。なぜなら、(22) 式から η^* は連続関数であるので、 $|\eta^*| > \eta_{\max}$ の間では $\text{sgn}(\eta^*)$ は定数である。そして、飽和した入力を (19) 式に代入すると

$$\dot{e} = -\alpha_m(t)|v(t)|e \quad (34)$$

$$\Rightarrow e(t) = \exp \left(- \int_0^t \alpha_m|v|d\tau \right) e(0)$$

となり、 e の符号は変化しない。さらに、制御中 $\text{sgn}(v)$ の符号を変えないので、(32) 左辺は定数である。したがって、初期時刻において (32) 式が成り立ち、そして $Z(x, y, \theta)$ が減少関数であれば、すべての時刻において (32) 式が成り立つ。すなわち、システムを安定化できる。

以下、 $Z(x, y, \theta)$ が減少関数であることを示す。 $\dot{Z}$ を求めると

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{2l \text{sgn}(e) \cos(e + \delta)(\dot{e} + \dot{\delta})}{r} \\ &\quad - \frac{2l \text{sgn}(e) \sin(e + \delta)\dot{r}}{r^2} \end{aligned}$$

となる。上式に (13), (26) と $\dot{e} = -\alpha_m e|v|$, $\text{sgn}(x)v = -|v|$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= -\frac{2l \cos(e + \delta)\alpha_m(t)|e||v|}{r} \\ &\quad - \frac{2l \text{sgn}(e) \cos(e + \delta) \sin(e + \delta)|v|}{r^2} \\ &\quad + \frac{2l \text{sgn}(e) \sin(e + \delta) \cos(e + \delta)|v|}{r^2} \\ &= -\frac{2l\alpha_m(t) \cos(e + \delta)|e||v|}{r} \end{aligned}$$

が得られる。また、操舵角入力 η が飽和しないとき、上式の時変ゲイン $\alpha_m(t)$ を定数ゲイン α に置き換えればそのまま成り立つ。

初期時刻において (32) 式が成り立てば、 $\alpha_m(0) > 0$ である。また、 $|e(0) + \delta(0)| < \beta/2 < \pi/2$ が成り立てば

$$\cos(e(0) + \delta(0)) > 0$$

が成り立つ。このとき、 $\dot{Z}(0) < 0$ となり、 Z は $t = 0$ で減少関数となる。したがって、つぎの時刻 $t = 0_+$ においても (32) 式が成り立ち、 $\alpha_m(0_+) > 0$ である。また、(34) 式と $\frac{d|e|}{dt} = \text{sgn}(e)\dot{e}$ より $\frac{d|e|}{dt} = -\alpha_m(t)|v(t)||e|$ が成立。よって、 $\frac{d|e(0)|}{dt} < 0$ 、つまり、 $|e|$ は $t = 0$ で減少関数である。さらに $|\delta(0)| < \beta/2$ であれば、補題 2 よりつぎの時刻 $t = 0_+$ でも $|e + \delta| < \beta/2$ となる。したがって、

$$\cos(e(0_+) + \delta(0_+)) > 0$$

が成り立ち、 Z は $t = 0_+$ で減少関数である。この議論を繰り返していけば、初期時刻において (32) 式と $|e(0) + \delta(0)| < \beta/2$, $|\delta(0)| < \beta/2$ が成り立てば、すべての時刻において Z は減少関数となることがわかる。つまり、操舵角の制限の範囲内でシステムの状態を収束させることができる。以上の議論より、つぎの定理が得られる。

《定理 2》 入力 η の制限値を $\eta_{\max}$ とする。 $\beta < \pi$ について

$$|\theta(0) - \delta(0)| < \frac{\beta}{2}, \quad \delta(0) < \frac{\beta}{2}$$

$$Z(x(0), y(0), \theta(0)) < -\text{sgn}(e)\text{sgn}(v)\text{sgn}(\eta^*)\eta_{\max}$$

が成り立つとき、(24), (29) 式の入力で (x, y) の安定性と θ の収束性を保証できる。

次節では定理 2 の仮定が成り立たない場合について述べる。

3.6 切り替え則

まず, (32) 式の性質について調べる. ここで

$$\eta_{\max} > \left| \frac{2l \sin(e + \delta)}{r} \right| \quad (35)$$

と仮定する. $\text{sgn}(x) = -\text{sgn}(v)$ を用いて (22) を書き直すと

$$\eta^* = -\text{sgn}(v) \left(\frac{2l \sin(e + \delta)}{r} + \alpha l e \right)$$

となる. 仮定 (35) と上式より, $|\eta^*| > \eta_{\max}$ の必要条件は

$$\text{sgn}(\sin(e + \delta)) = \text{sgn}(e) \quad (36)$$

もしくは

$$\begin{cases} \text{sgn}(\sin(e + \delta)) = -\text{sgn}(e) \\ |\alpha l e| > \left| \frac{2l \sin(e + \delta)}{r} \right| + \eta_{\max} \end{cases} \quad (37)$$

である. いずれの場合でも, $2l \sin(e + \delta)/r + \alpha l e$ の符号は e と同じである. ゆえに

$$\text{sgn}(\eta^*) = -\text{sgn}(v) \text{sgn}(e)$$

これを (32) 式に代入すると (32) 式は

$$\eta_{\max} > \text{sgn}(e) \frac{2l \sin(e + \delta)}{r}$$

となる. (35) 式が成り立てば, 上式も成り立つ. よって, 条件 (32) は (35) に含まれる. さらに, (35) を変形すると

$$r > \frac{2l |\sin(e + \delta)|}{\eta_{\max}}$$

の条件となる. $\sin$ 関数の絶対値が 1 以下であるから, 条件 (35) はつぎの条件

$$r > \frac{2l}{\eta_{\max}} \quad (38)$$

に含まれる. 上式の左辺は車両の現在地から原点までの距離であるので, r が十分大きければ上式は成立する. したがって, $t = 0$ で条件 (32) が成り立たない場合, 車両を原点から離れる方向へ直進させればよい.

つぎに, 初期角度の条件が成り立たないときの切り替え則について説明する. Fig. 4 のように座標系 $O(x, y)$ を設定すると, 条件 $|\delta(0)| < \beta/2 (< \pi/2)$ は自動的に成立する. 一方, Fig. 3 からわかるように条件 $|e(0) + \delta(0)| < \beta/2 (< \pi/2)$ が成り立たない場合, 駐車目的方向に対して車両が非常に不利な方向にある. マニュアル運転するとき, 車両がこのような方向にある場合は駐車方向に対して入りやすい中間位置と方向へ移動してから駐車を行なう. 以下, このような中間位置と方向を求める.

簡単のためにある目的位置と方向に対して, 車両を安定化可能な条件を

$$|e(0) + \delta(0)| < \frac{\beta}{2} < \frac{\pi}{2} \quad (39)$$

$$r(0) > \frac{2l}{\eta_{\max}} \quad (40)$$

とする. 条件 (39), (40) は定理 2 の条件を含めるので, 安定性が保証される.

Fig. 4 The switching rule

つぎに, Fig. 4 を用いて切り替え則を説明する. 以下では y_{A1} で座標系 $O(x, y)$ から見た点 $A1$ の y 座標を表わす.

x_{A1} なども同様である. 点 E と矢印 $\overrightarrow{EF}$ は車両の位置と方向を表わす. 駐車位置と方向は原点 O と座標系 $O(x, y)$ の x 方向である. 座標系 $O(x, y)$ に対して車両の方向は条件 $|e(0) + \delta(0)| < \beta/2 (< \pi/2)$ を満たさないとする. この場合, Fig. 4 のように通路の中心線上に

$$\begin{aligned} OA2 = OA1 &= \frac{2l}{\eta_{\max}} \\ y_{A1} &= -y_{A2} \end{aligned}$$

を満たす 2 点 $A1, A2$ および座標系 $A1(x1, y1), A2(x2, y2)$ を設定する. 車両の位置と方向は各座標系 $A1(x1, y1), A2(x2, y2)$ の原点と x 軸方向にあったとき, 定理 2 の条件が成り立つ. よって, 車両の位置と方向を座標系 $A1(x1, y1)$ あるいは $A2(x2, y2)$ の原点と x 軸へ移動させて, そしてそこから駐車スペースに入ればよい. 制御の手順はつぎのようになる.

step 1 車両の位置と方向を座標系 $A1(x1, y1)$ へ移動するか座標系 $A2(x2, y2)$ へ移動するかを決める. Fig. 4 のように車両の方向を通路の垂直方向と比較して, “+” 側にあれば $A1(x1, y1)$ へ, “-” 側にあれば座標系 $A2(x2, y2)$ へ移動する. すなわち,

$$\text{sgn}(\pi - \theta) = \begin{cases} 1 & \rightarrow A1 \text{ へ} \\ -1 & \rightarrow A2 \text{ へ} \end{cases}$$

たとえば, Fig. 4 の場合は $A1(x1, y1)$ へ移動することになる. 以下これを例につぎのステップを説明する.

step 2 座標系 $A1(x1, y1)$ に対して条件 (39), (40) が成り立つかどうかを確認する. 成り立つ場合は (24), (29) で設計した入力座標系 $A1(x1, y1), O(x, y)$ へ順番に移動させる.

step 3 step2 で条件 (39), (40) が成り立たない場合は原点 $A1$ から $x1$ 軸の正の側に定理 2 の条件が成り立つよう

な座標系 $B1(x3, y3)$ を決める. (24), (29) で設計した入力で座標系 $B1(x3, y3)$, $A1(x1, y1)$, $O(x, y)$ へ順番に移動させる. $B1$ の決め方は条件 (39), (40) から二つの代数方程式を解くことによって簡単に求められる. たとえば

$$x_{B1} = x_{A1}$$

$$y_{B1} = \begin{cases} y + \sqrt{\frac{2l}{\eta_{max}}}, & y \geq 0 \\ y - \sqrt{\frac{2l}{\eta_{max}}}, & y \leq 0 \end{cases}$$

とすればよい

4. 前輪駆動 4 輪車

前輪駆動 4 輪車の運動学方程式は次式で与えられる.

$$\dot{x} = \cos \theta \cos \phi u \quad (41)$$

$$\dot{y} = \sin \theta \cos \phi u \quad (42)$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{l} \sin \phi u \quad (43)$$

操舵角に制限を持たせているので, $|\phi| < \pi/2$ から $\cos \phi \neq 0$ である. よって, $v = u / \cos \phi$ とおけば, 後輪駆動 4 輪車システムに帰着させることができる. すなわち, 本研究の制御手法は前輪駆動 4 輪車にも適用できる.

5. 制御実験

本節では駐車制御実験の結果を示す. 実験装置は Fig. 5 の後輪駆動 4 輪車である. 上部は通信用のノートパソコンで, モニタープログラムの通信とポジションセンサーからの情報を車両に搭載される 8086CPU へ伝送する. 下部は Japanese System Design 社が製作した後輪駆動 4 輪車である. 後輪部の車輪の左右はそれぞれのモータで動かされる. 各車輪に回転速度を測定するエンコーダーがついている. 前輪の操舵角も別々のモータにより制御される. 操舵角は角度センサーにより測定される. ここで, 操舵角に $-45^\circ \sim 45^\circ$ の制限を加えている. また, 車両の両端に発光ダイオードをつけ, 天井に設置されるポジションセンサーカメラにより車両の位置と方向を測定する. 車幅は 22[cm], 長さは 20[cm] である. 車両に搭載するハードウェアの制約上, 駆動輪である後輪には $0, \pm 1, \dots, \pm 16$ の 33 通りの整数でしか入力できない. 駆動輪である後輪への入力は整数でしか実現できない.

Fig. 5 Experimental vehicle

い. また, 車両の方向角は二つのダイオードの位置から計算

されるので, 車両が原点に近づくとき, 位置情報の誤差による影響は非常に大きい. 操舵角 ϕ のループは PD で制御され, 設計した ϕ は目標値として入力される. Fig. 5 の 4 輪車を用いて 3 節で設計した制御入力でバック駐車, 斜め駐車, 前進駐車と駐車位置から車両を取り出す動作などは基本的に同じ方法で実現できる.

5.1 バック駐車

まず, バック駐車制御実験について述べる. 通常駐車す

Fig. 6 Backward parking procedure

Fig. 7 Auxiliary coordinates

るとき, われわれはつぎの手順で行なう. まず, 車両を駐車スペースの近くへ移動させる. つぎに駐車スペースに入りやすい位置と方向へ移動して, そしてその状態から車両を駐車スペースに入れる. 以上の一連の操作を本制御則を用いてつぎのように実現する. Fig. 6 に示されるように 3 点 ABC を選ぶ. 3 点 ABC の位置の関係は駐車場の形に応じて柔軟に変えればよい. ここでは, 通路の中心線上に点 A をとり, $AD = DB1 = 2BB1 = 2l/\eta_{max}$ とする. Fig. 7 に示されるように各座標系 $A(x1, y1)$, $B(x2, y2)$, $C(x3, y3)$ を選ぶ. $x1$ と $x2$ のなす角度は $\pi/4$ とする. 前節で設計した制御入力で各座標系 $A(x1, y1)$, $B(x2, y2)$, $C(x3, y3)$ に順番に収束させればよい. 座標系 $A(x1, y1)$ から見たとき, 初期状態が条件 (39), (40) を満たさない場合は Fig. 4 と同じように中間座標系 $B1(x3, y3)$, $A1(x1, y1)$ へ収束させてから以上と同じ手順で行なう.

Fig. 8 はシミュレーションの結果を示す. シミュレーションでは車両の長さを 1[m] とし, 道路の幅を 2[m] とした. 点 C は駐車スペースの中心であり, 点 A, B の座標はそれぞれ

$(x_A, y_A) = (-1[m], 1.5[m])$, $(x_B, y_B) = (1[m], 2[m])$ である。車両の位置, 方向の初期値はそれぞれ $(x(0), y(0)) = (-4[m], 1.5[m])$, $\theta(0) = \pi/4[\text{rad}]$ である。

Fig. 8 Simulation result

後進駐車について制御実験を行なう際, ポジションセンサーの計測範囲が狭いので, 車両を点 A からスタートさせた。Fig. 9, Fig. 10 は実験結果を示す。Fig. 9 は車両の軌道, Fig. 10 は操舵角を示している。7 秒までに車両は B 点の座標系へ収束した。また 7 秒から 16 秒までの間に駐車スペースへ移動した。スタートするときと目標座標を切り替えるとき, 操舵角の飽和が起きている。また, 各座標系の原点に接近するときセンサー雑音の影響が大きくなるので, 操舵角が振動している。

Fig. 9 Backward parking experiment(x, y trajectory)

Fig. 10 Backward parking experiment(Steering angle ϕ)

5.2 斜め駐車

駐車しやすくするため, 駐車スペースを斜めにする駐車場もある。駐車スペースを斜めにする事で Fig. 11 に示すように片方から入りやすくなるが, もう片方からは入りづらくなる。本制御方法用いると斜め駐車も実現できる。Fig. 11 のように通路の中心線上の駐車しやすい方に $AB = 2l/\eta_{max}$ の点 A を決める。また, 各点 AB に座標系 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を決める。x2 方向は 駐車方向である。車両を座標系 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ へ順番に収束させればよい。

Fig. 11 Oblique parking

実験結果は Fig. 12, Fig. 13 に示される。Fig. 12 は車両の軌道を表わす。車両の状態が各座標系 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ へ収束することがわかる。また, Fig. 13 は操舵角を表わす。ここでも目標座標を A から B に切り替えるとき, 操舵角が飽和した。バック駐車の場合と同様に各座標系 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ の原点に近づくとき操舵角が振動する。

Fig. 12 Oblique parking experiment(x, y trajectory)

Fig. 13 Oblique parking experiment (Steering angle ϕ)

5.3 駐車スペースから車両を取り出す

ここでは実験を行なわなかったが、スタートするときの車両の状態が決まっているので、バック駐車、斜め駐車よりも簡単に実現できる。Fig. 14 は駐車位置から車両を取り出す方法を示す。

Fig. 14 Procedure for leaving the parking space

まず、取り出す車両が両側の車両に衝突しないように点Bまで直進させる。後は本制御側で通路の中心へ収束させればよい。Fig. 15 はシミュレーションの結果を示す。

Fig. 15 Simulation result

6. 結 論

本論文では、操舵角に制限をもつ4輪車の駐車問題に対して比較的簡単な制御則を提案した。この制御則を基本にしてさまざまな駐車動作を実現できることを制御実験で示した。制御手法の基本方針は駐車位置で駐車方向と接する円軌道の接線方向を基準にして車両の方向を修正していくことである。また、初期状態の情報から駐車可能かどうかを判

定できる条件も明らかにした。車両の状態が駐車位置に対して入りにくい姿勢にあった場合は複数のステップに分けて、各ステップで本制御則を用いれば駐車を実現できる。

参 考 文 献

- 1) R.W. Brockett: Asymptotic stability and feedback stabilization, in *Differential Geometric Control Theory* (R.W. Brockett, R.S. Millman and H.J. Sussmann Eds. Birkhauser), 181/191 (1983)
- 2) 美多 勉: 非線形制御入門—劣駆動ロボットの技能制御論—, 昭晃堂 (2000)
- 3) A.Tayebi, M.Tadjine and A.Rachid: Invariant manifold approach for the stabilization of nonholonomic systems in chained form: Application to a Car-like mobile robot, *Proceedings of 36th CDC*, 4038/4043 (1997)
- 4) M.Reyhanoglu: On the stabilization of a class of nonholonomic systems using invariant manifold technique, *Proceedings of 34th IEEE CDC*, New Orleans, LA, 2125/2126 (1995)
- 5) J. Luo and P. Tsotras: Exponentially convergent control laws for nonholonomic systems in power form, *Systems & Control Letters*, **35**, 87/95 (1998)
- 6) K.Z. Liu and A. Kanehara: Steering control of vehicles by discontinuous control approach, *Proc. of ACC'2001*, 1521/1526 (2001)
- 7) 池田, 深谷, 美多: 可変拘束制御による水中移動体の位置・姿勢制御, 計測自動制御学会論文集, **37**-11, 1026/1033 (2001)
- 8) C.Canudas de Wit and O.J.Sordalen: Exponential Stabilization of Mobile Robots with Nonholonomic Constraints, *IEEE Trans. Automat. Control*, **37**, 1791/797 (1992)
- 9) S. Sastry: *Nonlinear systems*, p.530, Springer (1999)

[著 者 紹 介]

Dao Minh QUAN (学生会員)

2000年千葉大学工学部電子工学科卒業, 2002年同大学自然科学研究科博士前期課程修了, 現在同大学自然科学研究科人工システム科学専攻博士後期課程に所属。

劉 康 志 (正会員)

1984年中国西北工業大学卒業, 91年千葉大学大学院学術博士, 96年より千葉大学工学部助教授。ロボasts制御, 適応制御, 非線形制御の研究に従事。著書「線形ロボasts制御」(コロナ社), 共著「現代制御理論通論」(培風館), 共訳「ロボasts最適制御」(コロナ社)。

大 形 明 弘 (正会員)

1999年奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士後期課程終了, 同年千葉大学工学部電子機械工学科助手。博士(工学)。システム制御情報学会, IEEEなどの会員。