クォータニオンフィードバックによる柔軟宇宙機の姿勢制御

—受動性に基づく手法の拡張—†

池田 裕一*・木田 隆**・長塩 知之**

Attitude Control of Flexible Spacecraft by Quaternion Feedback

—Extension of Passivity-based Control Method—†

Yuichi IKEDA*, Takashi KIDA** and Tomoyuki NAGASHIO**

In this paper, we consider attitude control of flexible spacecraft via passivity-based control method. Although passivity-based control is known as one of the promising control methods for flexible spacecraft, it has the limitation in the control performance since the control law is static output feedback with scalar gain. Therefore, we extend it to the control law having matrix gains, in order to facilitate fine-tuning capability for control performance. Based on the results, we further extend it to the dynamic controller without velocity measurement. Effectiveness of the control methods is verified by simulations.

Key Words: flexible spacecraft, passivity-based control, matrix feedback gain, dynamic output feedback control

1. はじめに

現在までに、有人飛行や通信・放送、地球観測、測位・観測、技術試験などのミッションを行なうために 4000 個以上の人工衛星が打ち上げられている。今後、このような宇宙開発はさらに拡大化・多様化していくと考えられ、実際にさまざまなプロジェクトが計画されている。特に、現在世界 16 ヶ国が参加して建設中の国際宇宙ステーションを中心とする宇宙インフラストラクチャ構想¹⁾は今後、もっとも活発に研究・開発される分野であろう。

将来の宇宙インフラストラクチャ構想では、有人宇宙ステーションや低中・静止軌道におかれ多様なミッションを遂行する大型宇宙プラットフォーム、地上とプラットフォーム間での物資・機材の運搬などを行なう無人宇宙往還機のほかに、軌道上での作業・サービスのための浮遊型の宇宙機・宇宙ロボットの開発が考えられている。これら宇宙ステーションや軌道上作業衛星はそのミッションの目的上、高機能・高精度の制御が要求される。特に、軌道上作業衛星などの宇宙

機の飛行制御には高機動性、高速で正確な姿勢・並進運動が求められる。このような宇宙機の運動は、回転・並進運動が互いに干渉した非線形システムであるため、非線形運動を考慮した制御系設計が必要となる。

宇宙機の非線形制御の問題は古くから研究が行なわれているが、その多くは最大原理などを用いた開ループ最適制御の問題を扱ってきた²⁾。近年では、フィードバック制御系の設計法として、座標変換と入力変換を用いて線形系に等価変換する方法^{3)~5)}、非線形 H_∞ 制御を適用する方法^{6),7)}、スライディングモード制御を適用する方法⁸⁾、バックステッピングを用いる方法⁹⁾、受動性を利用する方法^{10)~12)}など多くの設計法が提案されている。しかし、これらの研究では宇宙機を剛体として扱っている。実際の宇宙機では打ち上げロケットの運搬能力に限りがあるため出来る限り軽量化されることや、電力確保のために太陽電池パドルを取り付けることが考えられている。そのため宇宙機は剛体と弾性体からなるシステム(以降、柔軟宇宙機と呼ぶ)として扱い、弾性振動の干渉も考慮した制御系設計が必要となる。さらに、宇宙機に搭載される計算機の能力には制限があること、柔軟宇宙機の物理パラメータ誤差や高次振動モードの影響を考えると、実装が容易な制御則で、かつ物理パラメータ誤差や高次振動モードに対してロバストな制御系であることが求められる。

この仕様を満たす柔軟宇宙機の制御系設計の 1 つとして、受動性を利用した姿勢制御手法¹³⁾が知られている。これは力学系の受動性に基づく制御^{14),15)}と同様に、制御則は簡単な静的出力フィードバックであり、物理パラメータ誤差や高次振動モードに対して構造的にロバスト安定である。しかし、

† 第 3 回制御部門大会で一部発表 (2003・5)

* 電気通信大学大学院電気通信学研究科機械制御工学専攻 調布市調布ヶ丘 1-5-1

** 電気通信大学知能機械工学科 調布市調布ヶ丘 1-5-1

* Course in Mechanical and Control Engineering, Graduate School of Electro-Communications, University of Electro-Communications, Chofu

** Department of Mechanical Engineering and Intelligent Systems, University of Electro-Communications, Chofu (Received May 28, 2003)

(Revised November 4, 2003)

フィードバックゲインがスカラであるため制御性能の調整が難しいという欠点がある。

そこで、本稿では、柔軟宇宙機の姿勢制御を考え、文献13)の受動性を利用した手法において制御性能の調整を容易にするために、フィードバックゲインを行列に拡張する。この制御則では剛体部の姿勢角と角速度の観測が必要となる。実際のシステムでは、角速度が直接観測できない、また観測できたととしても雑音を含んでいる場合が考えられる。このような場合には姿勢角の観測のみを利用したフィードバック制御が必要となることから、得られた結果を基に姿勢角情報のみを用いる動的な制御器による安定化手法へ拡張する。そして、これらの制御則は平衡点近傍では、よく知られた対称性を利用した制御則^{16), 17)}と等価になることを示す。最後に、拡張した設計法(出力フィードバック制御、動的出力フィードバック制御)を柔軟宇宙機の数値モデルに適用し、シミュレーションにより有効性を検証する。

2. 柔軟宇宙機の運動方程式

本稿では、制御対象となる柔軟宇宙機として、太陽電池パドルのような柔軟構造物が本体部(剛体)に固定された宇宙機を考える。このような柔軟宇宙機のダイナミクス方程式は、一般に、有限要素法によって求めた柔軟構造物の構造振動モデルと本体部の剛体運動モデルを合成したハイブリッド方程式で記述され¹⁸⁾,

$$J\dot{\omega} + \tilde{\omega}J\omega + P\dot{\mu} = u \quad (1)$$

$$\ddot{\mu} + \Delta\dot{\mu} + \Omega^2\mu + P^T\dot{\omega} = 0 \quad (2)$$

と表わせる。ただし、 $\omega \in \mathcal{R}^3$ は機体座標系における本体部の角速度、 $u \in \mathcal{R}^3$ は制御トルク、 $\mu \in \mathcal{R}^n$ は柔軟構造物に対して定義した座標系におけるモードベクトル、 $J \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ は全系の慣性行列、 $\Delta = 2\zeta\Omega \in \mathcal{R}^{n \times n}$ は構造減衰行列、 $\zeta \in \mathcal{R}^{n \times n}$ はモード減衰比、 $\Omega \in \mathcal{R}^{n \times n}$ は固有振動数を対角成分に持つ正定対角行列、 $P \in \mathcal{R}^{3 \times n}$ は剛体部と柔軟構造物の運動による干渉を表わす行列である。また、 $\tilde{a}$ は $a = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ から生成されるつぎのような歪対称行列である。

$$\tilde{a} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

一方、宇宙機の慣性座標系に対する姿勢角は、擬似座標 ω を直接積分して得られるものではなく、つぎのキネマティクス方程式

$$\dot{V} + \tilde{\omega}V = 0 \quad (4)$$

で与えられる。ただし、 $V \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ は機体座標系の慣性座標系に対する方向余弦行列である。したがって、(4)式は V の9個の要素についての方程式であるが、それらは拘束式 $V^T V = I_3$ を満たさなければならない(I_n は n 次の単位行列)。そこで通常は V を少数のパラメータで表現する。姿勢角をパラメトライズする方法には、オイラー角やロドリゲス

パラメータなどがあるが、本稿ではクォータニオン^{19), 20)}を用いる。クォータニオンは剛体の任意の回転がある単位ベクトル e とそのまわりの回転角 φ で表わすことができることから、クォータニオン $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T$, η をつぎのように定義する。

$$\varepsilon = e \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \eta = \cos \frac{\varphi}{2} \quad (5)$$

このときキネマティクス方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \eta I_3 + \tilde{\varepsilon} \\ -\varepsilon^T \end{bmatrix} \omega = E(\theta) \omega \quad (6)$$

となる。ただし、 $\theta = [\varepsilon^T \ \eta]^T$ である。(6)式の表現はパラメータが4個となり冗長性を持ち、拘束式 $\varepsilon^T \varepsilon + \eta^2 = 1$ を満たさなければならないという欠点はあるが、(5)式からすべての回転角 ($0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$) において特異点を持たないことが利点である。

以上より、柔軟宇宙機の運動方程式は(1), (2), (6)式となる。

3. 受動性を利用した柔軟宇宙機の姿勢制御

ここでは、文献13)の受動性を利用した柔軟宇宙機の制御系設計について述べる。柔軟宇宙機の運動方程式において、本体部と柔軟構造物のダイナミクス(1), (2)式をつぎのように1つの式にまとめる。

$$M\dot{p} + C(p)p + Dp + Kq = Lu \quad (7)$$

ただし、

$$\begin{aligned} p &= [\omega^T \ \xi^T]^T, \quad q = [\varepsilon^T \ \mu^T]^T, \quad \xi = \dot{\mu} \\ M &= \begin{bmatrix} J & P \\ P^T & I \end{bmatrix}, \quad C(p) = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}J & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega^2 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

であり、 M, D, K は

$$M = M^T > 0, \quad D = D^T \geq 0, \quad K = K^T \geq 0 \quad (8)$$

という性質を持つ。ここで、システムの観測量が

$$y_1 = L^T q, \quad y_2 = L^T p \quad (9)$$

と与えられているとき、以下のような安定化が可能である。
《定理1》 柔軟宇宙機の運動方程式(6), (7)式に対して、つぎの静的出力フィードバック

$$u = -k_1 y_1 - k_2 y_2, \quad k_i > 0 (i = 1, 2) \quad (10)$$

を施すことにより、閉ループ系は平衡点 $(q, p) = (0, 0)$ で大域的漸近安定となる。ただし、 k_i はスカラのフィードバックゲインである。□

この受動性を利用した柔軟宇宙機の安定化手法は

- (1) 簡単な線形の静的出力フィードバックによりシステムを安定化できるため、実装が容易である。
- (2) システムの力学的な特徴を利用しているので、パラ

メータ変動と柔軟構造物のダイナミクスの不確かさに対して構造的にロバスト安定である。したがって、スピルオーバー現象は起こらない。

という長所を持つ。

4. 受動性を利用した手法の行列フィードバックゲインへの拡張

定理1の制御則(10)式のフィードバックゲイン k_i はスカラーであるため、準最適 $\mathcal{H}_\infty$ 状態フィードバック制御⁷⁾や最適レギュレータ¹²⁾のように、制御性能を満たすフィードバックゲインを解析的に求めやすくなる。しかし、先ほど述べたように、調整できるパラメータは2つしかなく、制御系全体の性能の調整が難しい。そこで、ここでは制御性能の微調整を容易にするために、定理1の結果を行列フィードバックゲインに拡張する。

《定理2》 柔軟宇宙機の運動方程式(6)、(7)式に対して、つぎの出力フィードバック

$$u = -[T^T(\theta)K_1 + k(1-\eta)I_3]y_1 - K_2y_2 \quad (11)$$

$$K_i = K_i^T > 0 (i=1, 2), k > 0$$

を施すことにより、閉ループ系は平衡点 $(q, p) = (0, 0)$ で大域的漸近安定となる。ただし、 K_i は行列のフィードバックゲイン、 k はスカラーのフィードバックゲイン、 $T(\theta) = \frac{1}{2}(\eta I_3 + \bar{\varepsilon})$ である。□

(証明) いま、(6)、(7)式に対するリアプノフ関数の候補として

$$V = \frac{1}{2}p^T M p + \frac{1}{2}q^T (K + LK_1 L^T) q + k(\eta - 1)^2 \quad (12)$$

を考える。閉ループ系の解軌道に沿った(12)式の時間微分は

$$\dot{V} = -p^T (D + LK_2 L^T) p \quad (13)$$

となり、 $D + LK_2 L^T > 0, K + LK_1 L^T > 0$ から $V > 0, \dot{V} \leq 0$ となる。いま集合 $S = \{(q, p) | \dot{V} = 0\}$ を考える。集合 S の最大不変集合を S_0 とする。 S_0 では $p = 0$ なので $y_2 = 0$ となり、このときの閉ループ系は

$$A_{cl} q = 0 \quad (14)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} A_{cl} &= K + L T^T K_1 L^T + k(1-\eta) L L^T \\ &= \text{diag}\{A_{cl1}, A_{cl2}\} \\ &= \text{diag}\{T^T K_1 + k(1-\eta) I_3, \Omega^2\} \end{aligned}$$

である。(14)式を満たす q が唯一 $q = 0$ であるためには、 A_{cl} が正則でなければならない。これは、行列式の公式から

$$\det A_{cl1} \neq 0, \forall \theta \quad (15)$$

の条件に帰着される。明らかに(15)式は満たされるので A_{cl} は正則であり、(14)式を満たす q は $q = 0$ のみとなる。以上から、最大不変集合 S_0 は $S_0 = \{(q, p) \in S | q = 0, p = 0\}$

であり、平衡点のみである。したがって、LaSalle の不変集合の定理より平衡点は漸近安定である。また、リアプノフ関数(12)式は正定かつ半径方向に非有界であるので、平衡点 $(q, p) = (0, 0)$ は大域的漸近安定である。■

定理2による柔軟宇宙機の安定化手法は、定理1と同様にパラメータ変動と柔軟構造物のダイナミクスの不確かさに対して構造的にロバスト安定である。また、(11)式は非線形制御則ではあるが、簡単な構造なので実装は比較的容易である。なお、非線形項 $T(\theta)$ は観測量 y_1 とクォータニオンの拘束式より簡単に求めることができる。

5. 速度情報を用いない動的な制御器による安定化

前節では、状態 q (正確には姿勢角 ε) のほかに、それらの速度情報 p (角速度 ω) もフィードバック制御に用いることが可能であることを前提とした。しかし、これらの速度情報は直接観測できない場合がある。また、観測できたとしても雑音を多く含んでいる場合もある。そこで、ここでは定理2をもとに、観測量 θ のみを用いた動的な制御器による安定化を考える。

《定理3》 柔軟宇宙機の運動方程式(6)、(7)式に対して、つぎのフィードバック制御

$$u = -[T^T(\theta)K_1 + k_1(1-\eta)I_3]y_1 - k_2 E^T(\theta)y \quad (16)$$

$$K_1 = K_1^T > 0, k_i > 0 (i=1, 2)$$

を施すことにより、閉ループ系は平衡点 $(q, p, x) = (0, 0, 0)$ で大域的漸近安定となる。ただし、 K_1 は行列のフィードバックゲイン、 k_i はスカラーのフィードバックゲイン、 $E(\theta)$ は(6)式の行列、 $T(\theta) = \frac{1}{2}(\eta I_3 + \bar{\varepsilon})$ 、 y はつぎのような動的補償器

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + B \dot{\theta} \\ y = C x \end{cases} \quad (17)$$

の出力であり、つぎの式を満たす行列 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$ が存在するものとする。

$$A^T P + P A = -Q, P B = C^T \quad (18)$$

ただし、 $x \in \mathcal{R}^{n_c}, y \in \mathcal{R}^4, A \in \mathcal{R}^{n_c \times n_c}, B \in \mathcal{R}^{n_c \times 4}, C \in \mathcal{R}^{4 \times n_c}$ であり、 B は列フルランクとする。□

(証明) いま、(6)、(7)式に対するリアプノフ関数の候補として

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}p^T M p + \frac{1}{2}q^T (K + LK_1 L^T) q \\ &\quad + k_1(\eta - 1)^2 + \frac{k_2}{2} x^T P x \end{aligned} \quad (19)$$

を考える。閉ループ系の解軌道に沿った(19)式の時間微分は

$$\dot{V} = -p^T D p - \frac{k_2}{2} x^T Q x \leq -\frac{k_2}{2} x^T Q x \quad (20)$$

となり、 $K + LK_1 L^T > 0, P > 0, Q > 0$ から $V > 0, \dot{V} \leq 0$ となる。いま集合 $S = \{(q, p, x) | \dot{V} = 0\}$ を考える。集合 S の最大不変集合を S_0 とする。 S_0 では $x = 0$ から $\dot{x} = 0$ となり、(17)式の B は列フルランクなので $\dot{\theta} = 0$ となる。(6)式から、明らかに $\omega = 0$ であり(2)式から $(\dot{\mu}, \mu) \rightarrow (0, 0)$

となる. さらに, $\det(T^T(\theta)K_1 + k_1(1 - \eta)I_3) \neq 0, \forall \theta$ であるので $y_1 = 0$, すなわち $\varepsilon = 0$ となる. 以上から, 最大不変集合 S_o は $S_o = \{(q, p, x) \in S | q = 0, p = 0, x = 0\}$ であり, 平衡点のみである. したがって, LaSalle の不変集合の定理より平衡点は漸近安定である. また, リアプノフ関数 (19) 式は正定かつ半径方向に非有界であるので, 平衡点 $(q, p, x) = (0, 0, 0)$ は大域的漸近安定である. ■

定理 3 において動的補償器 (17) 式を構成するためには, 観測量 y_1 のほかに η の情報 (正確にはその微分) も必要となるが, 観測量 y_1 , つまり ε のみを用いても構成することができ, 定理 3 と同様な安定化が可能である.

《定理 4》 柔軟宇宙機の運動方程式 (6), (7) 式に対して, つぎのフィードバック制御

$$\begin{aligned} u &= -[\bar{T}^T(\varepsilon)K_1 + k_1(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^T \varepsilon})I_3]y_1 \\ &\quad - k_2 \bar{T}^T(\varepsilon)y \\ K_1 &= K_1^T > 0, k_i > 0 (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (21)$$

を施すことにより, 閉ループ系は平衡点 $(q, p, x) = (0, 0, 0)$ で大域的漸近安定となる. ただし, K_1 は行列のフィードバックゲイン, k_i はスカラーのフィードバックゲイン, $\bar{T}(\varepsilon) = \frac{1}{2}(\{\sqrt{1 - \varepsilon^T \varepsilon}\}I_3 + \varepsilon)$, y はつぎのような動的補償器

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B\dot{\varepsilon} = Ax + B\dot{y}_1 \\ y = Cx \end{cases} \quad (22)$$

の出力であり, (18) 式を満たす行列 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$ が存在するものとする. ただし, $x \in \mathcal{R}^{n_c}, y \in \mathcal{R}^3, A \in \mathcal{R}^{n_c \times n_c}, B \in \mathcal{R}^{n_c \times 3}, C \in \mathcal{R}^{3 \times n_c}$ であり, B は列フルランクとする. □

(証明) 定理 3 と同様. ■

(注意) 動的補償器 (17) 式の出力 y は周波数領域で表現すると

$$y = G(s)\dot{\theta} \quad (23)$$

となる. ただし, $G(s)$ は厳密にプロパーで強正実な伝達関数である. したがって, (23) 式と等価な表現

$$y = sG(s)\theta \quad (24)$$

において $sG(s)$ はプロパーなので, つぎのような状態方程式で実現できる¹¹⁾.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B\theta \\ y = Cx = B^T P(Ax + B\theta) \end{cases} \quad (25)$$

また, 定理 4 の動的補償器 (22) 式も同様に, つぎのような状態方程式で実現できる.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B\varepsilon = Ax + By_1 \\ y = Cx = B^T P(Ax + By_1) \end{cases} \quad (26)$$

6. 平衡点近傍での DVDFB 制御・DDFB 制御との関係についての考察

本稿で扱う柔軟宇宙機の平衡点近傍で線形化した線形系

に対して高精度な姿勢安定化手法として DVDFB(Direct Velocity and Displacement Feedback) 制御, および DDFB(Dynamic Displacement Feedback) 制御が知られている^{16), 17)}. これは, 柔軟宇宙機のダイナミクスの質量, 減衰, および剛性などの力学系における物理パラメータで与えられる運動方程式の各係数行列が, 正定対称, または半正定対称であるという定性的な構造を利用する手法である. これらとともに, センサとアクチュエータが同位置・同方向に配置 (コロケーション) されたもとで, 対称な出力フィードバック制御器を施す制御手法であり, DVDFB 制御は変位と速度を観測量とする静的出力フィードバック制御, DDFB 制御は変位のみを観測量とする動的出力フィードバック制御である.

以降では, 柔軟宇宙機の平衡点近傍における定理 2 と DVDFB 制御, および定理 4 と DDFB 制御との関連性について考察する^(注 1).

6.1 DVDFB 制御と DDFB 制御

ここでは, DVDFB 制御と DDFB 制御について述べる. 柔軟宇宙機を含む多くの機械システムは 2 階微分方程式

$$M\ddot{p} + D\dot{p} + Kp = Lu \quad (27)$$

で与えられる. ただし, $p \in \mathcal{R}^m$ は変位, $u \in \mathcal{R}^r$ は制御入力, $M, D, K \in \mathcal{R}^{m \times m}$ はそれぞれ質量, 減衰, および剛性を表わす行列であり,

$$M = M^T > 0, D = D^T \geq 0, K = K^T \geq 0 \quad (28)$$

という定性的な性質を持つ. また, $L \in \mathcal{R}^{m \times r}$ は制御入力の作用する場所と方向を表わす列フルランクをもつ行列であり, ランク条件

$$\text{rank}[D \ L] = m, \text{rank}[K \ L] = m \quad (29)$$

が成り立つとき, (27) 式のシステムは可安定となる.

以上のような (27), (28), (29) 式で表わされる特徴をもつシステムに対し, DVDFB 制御と DDFB 制御による安定化はつぎのようになる¹⁶⁾.

《定理 5》(DVDFB 制御) (27) 式で表わされるシステムにおいて, アクチュエータとコロケーションされたセンサから変位 y_p と速度 y_v の情報が

$$y_p = L^T \bar{p}, y_v = L^T \dot{\bar{p}} \quad (30)$$

として得られるものとする. また, ランク条件 (29) 式を満たしているものとする. このとき, つぎの静的出力フィードバック

$$u = -K_p y_p - K_v y_v \quad (31)$$

を (27) 式に施すことにより, 閉ループ系は平衡点 $(\bar{p}, \dot{\bar{p}}) = (0, 0)$ で漸近安定となる. ただし, K_p, K_v はそれぞれ変位と速度のフィードバックゲインであり,

$$K_p = K_p^T > 0, K_v = K_v^T > 0 \quad (32)$$

(注 1) 平衡点近傍では η のダイナミクスは無視できるので, ここでは定理 3 ではなく定理 4 を考える.

を満たすものとする。□

《定理6》(DDFB制御) (27)式で表わされるシステムにおいて、アクチュエータとコロケーションされたセンサから変位 y_p のみの情報が

$$y_p = \mathcal{L}^T \bar{p} \quad (33)$$

として得られるものとする。また、ランク条件 (29) 式を満たしているものとする。このとき、つぎの動的出力フィードバック

$$\begin{aligned} V\dot{\bar{q}} &= -W\bar{q} + U y_p \\ u &= U^T \bar{q} - (R + U^T W^{-1} U) y_p \end{aligned} \quad (34)$$

を (27) 式に施すことにより、閉ループ系は平衡点 $(\bar{p}, \dot{\bar{p}}, \bar{q}) = (0, 0, 0)$ で漸近安定となる。ただし、 V, W, U, R はそれぞれ

$$\begin{aligned} V + V^T &> 0, \quad W = W^T > 0 \\ R = R^T &> 0, \quad \text{rank } U = r \end{aligned} \quad (35)$$

を満たすものとする。□

なお、DVDFB制御では、その閉ループ系の構造が (28), (29), (32) 式、DDFB制御では (28), (29), (35) 式を満たせば、物理パラメータ誤差に対して構造的にロバスト安定となることが知られている。

6.2 定理2とDVDFB制御

平衡点近傍 $(\epsilon, \eta, \omega) \approx (0, 1, 0)$ において、 ϵ は (6) 式より

$$\dot{\epsilon} \approx \frac{\omega}{2} \quad (36)$$

となる²⁰⁾ので、柔軟宇宙機の運動方程式 (1), (2), (6) 式は平衡点近傍において

$$\dot{\epsilon} = \frac{\omega}{2} \quad (37)$$

$$2J\ddot{\epsilon} + P\ddot{\mu} = u \quad (38)$$

$$\ddot{\mu} + \Delta\dot{\mu} + \Omega^2\mu + 2P^T\dot{\epsilon} = 0 \quad (39)$$

であり、(7) 式は

$$M\ddot{\hat{p}} + D\dot{\hat{p}} + K\hat{p} = Lu \quad (40)$$

となる。ただし、 $\hat{p} = [2\epsilon^T \mu^T]^T$ である。(40) 式の M, D, K は (8) 式の性質を持ち、ランク条件 (29) 式を満たす。このとき、観測量 (9) 式と制御則 (11) 式は、 $\eta \approx 1, T(\theta) \approx \frac{1}{2}I_3$ より

$$\hat{y}_1 = L^T \hat{p}, \quad \hat{y}_2 = L^T \dot{\hat{p}} \quad (41)$$

$$u = -\frac{1}{4}K_1\hat{y}_1 - K_2\hat{y}_2 \quad (42)$$

となり、(30), (31) 式からなる DVDFB 制御そのものとなる。以上から、定理2は平衡点近傍において DVDFB 制御と同一である。逆に、DVDFB 制御を非線形系に拡張した結果が定理2であるともいえる。

6.3 定理4とDDFB制御

平衡点近傍における定理4の制御則 (21) 式と動的補償器 (26) 式は $\epsilon \approx 0, \bar{T}(\epsilon) \approx \frac{1}{2}I_3$ より

$$u = -\frac{1}{4}K_1\hat{y}_1 - \frac{1}{2}k_2\hat{y}_2 \quad (43)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \frac{1}{2}B\hat{y}_1 \\ y = B^T \mathcal{P}Ax + \frac{1}{2}B^T \mathcal{P}B\hat{y}_1 \end{cases} \quad (44)$$

となる。(43), (44) 式から動的フィードバック制御器は

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \frac{1}{2}B\hat{y}_1 \\ u &= -\frac{1}{2}k_2B^T \mathcal{P}Ax - \frac{1}{4}(K_1 + k_2B^T \mathcal{P}B)\hat{y}_1 \end{aligned} \quad (45)$$

で与えられる。(34) 式において

$$\begin{aligned} V &= I_{nc}, \quad W = -A, \quad U = \frac{1}{2}B, \\ R &= \frac{1}{4}K_1, \quad \mathcal{P} = W^{-1}, \quad k_2 = 1 \end{aligned} \quad (46)$$

とくと、(45) 式になり、(46) 式は (18), (35) 式を満たす。さらに、(40) 式の M, D, K は (8) 式の性質を持ち、ランク条件 (29) 式を満たすことから、(45) 式は DDFB 制御となる。また、DDFB 制御器 (34) 式は動的フィードバック制御器 (45) 式の特別なクラスであることがわかる。

7. 数値シミュレーション

7.1 柔軟宇宙機の数値モデル

柔軟宇宙機の数値モデルとして文献 21) のモデルを用いる。この柔軟宇宙機は、熱電気を利用した外惑星宇宙機 (thermoelectric outer planet spacecraft : TOPS) であり、その慣性行列 $J[\text{kgm}^2]$ 、固有周波数行列 $\Omega[\text{rad/s}]$ 、モード減衰比 ζ 、干渉行列 $P[\text{kg}^{1/2}\text{m}]$ のパラメータを以下に示す。

$$J = \begin{bmatrix} 1786.4 & 0.6 & -13.0 \\ 0.6 & 914.2 & 30.0 \\ -13.0 & 30.0 & 3657.7 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \text{diag}\{0.74, 0.75, 0.76, 0.76, 1.16, 3.85, 5.02, 5.66, 5.66, 5.69\}$$

$$\zeta = \text{diag}\{0.004, 0.005, 0.0064, 0.008, 0.0085, 0.0092, 0.0105, 0.012, 0.015, 0.017\}$$

$$P^T = \begin{bmatrix} -9.4733 & -15.5877 & 0.0052 \\ -0.5331 & 0.4855 & 18.0140 \\ 0.5519 & 4.5503 & 6.9974 \\ -12.1530 & 11.7138 & -0.0002 \\ -0.0289 & 0.0199 & 6.2378 \\ 0.2268 & 0.8289 & -35.7298 \\ -0.8935 & 5.4516 & 1.5005 \\ 1.1628 & 2.6350 & -0.0989 \\ -0.1688 & 0.3131 & 3.6231 \\ -1.4910 & 2.0020 & -0.2893 \end{bmatrix}$$

Fig. 1 Simulation results(control law (11))

7.2 出力フィードバック

制御則 (11) 式を数値モデルに適用したときのシミュレーション結果を Fig. 1 に示す. 上からクォータニオン, 角速度, 柔軟構造物のモード, 制御トルクの時間応答である. また, 比較のため制御則 (10) 式を数値モデルに適用したときのシミュレーション結果を Fig. 2 に示す.

このときのシステムの初期値は

$$\theta(0) = [-0.6206 \quad 0.4476 \quad -0.5334 \quad 0.3605]^T$$

$$\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, [\mu^T(0) \ \dot{\mu}^T(0)]^T = [0_{1 \times 10} \ 0_{1 \times 10}]^T$$

であり, フィードバックゲインは制御則 (11) 式のと

$$K_1 = \text{diag}\{240, 228, 234\}, K_2 = \text{diag}\{800, 760, 780\}$$

$$k = 30$$

制御則 (10) 式のと

$$k_1 = 61, k_2 = 780$$

とした. フィードバックゲインは入力の振幅の最大値がほぼ同じになるように決定した. なお, クォータニオンの初期値を 1-2-3 系オイラー角で表現すると

$$[\phi(0) \ \psi(0) \ \pi(0)]^T = [170^\circ \ 80^\circ \ 80^\circ]^T$$

Fig. 2 Simulation results(control law (10))

となる. ただし, ϕ, ψ, π はそれぞれロール・ピッチ・ヨー軸周りの姿勢角である.

7.3 考察

Fig. 1 と Fig. 2 を比較すると, 制御トルクとモードの振幅の最大値はほぼ同一であるが, (11) 式を適用したときのほうが, (10) 式を適用したときに比べ θ, ω の収束が約 50 秒ほど速いことがわかる. 上記の初期値以外にも数種類の初期値に対してシミュレーションを行ない, すべて同様な結果を得た. これは, (11) 式の角度フィードバック $T^T(\theta)K_1y_1$ の $T(\theta)$ により, 各軸の姿勢角の干渉を考慮した制御が行なわれているためであると考えられる. このことから, 制御則 (11) 式のほうが制御性能がよいこと, 行列 K_1, K_2, k の設計法によってはさらに性能の向上を期待できることがわかる (行列 K_1, K_2, k の設計については後述する).

7.4 動的出力フィードバック

動的フィードバック制御器 (16), (17) 式を数値モデルに適用したときのシミュレーション結果を Fig. 3 に, (21), (22) 式を数値モデルに適用したときのシミュレーション結果を Fig. 4 に示す.

このときのシステムの初期値は出力フィードバックのときと同様であり, 制御則 (16), (21) 式のフィードバックゲ

Fig. 3 Simulation results(dynamic output feedback controller (16), (17))

ン, 動的補償器 (17), (22) 式の初期値 $x(0)$ とパラメータ A, B, C をともに

$$K_1 = \text{diag}\{240, 228, 234\}, k_1 = 30, k_2 = 800$$

$$x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$(17) \text{ 式 } A = -10I_4, B = C = 10I_4$$

$$(22) \text{ 式 } A = -10I_3, B = C = 10I_3$$

とした。

7.5 考察

Fig. 3 と Fig. 4 から, 動的フィードバック制御器 (21), (22) 式を適用したときのほうが, (16), (17) 式を適用したときに比べ θ, ω の収束が約 50 秒ほど速く, ω と振動モード, 制御トルクが大きくなっていることがわかる。上記の初期値以外にも数種類の初期値に対してシミュレーションを行ない, すべて同様な結果を得た (ただし, 両方とも動的補償器を用いているため出力フィードバックの場合と比べ状態の収束は遅い)。このような制御性能の優劣の原因を解析的に示すことは, システムと制御器がともに非線形であるため難しいが, 以下のように考察できる。(6) 式と制御則 (16), (21) 式から, 動的補償器 (17) 式, および (22) 式はそれぞれ ω に相当す

Fig. 4 Simulation results(dynamic output feedback controller (21), (22))

る角速度信号を生成する一種の推定機構となっている。この視点から動的補償器 (17) 式, および (22) 式を見ると, (17) 式は ω のすべての情報をもつ $\dot{\theta}$ を入力として用いているのに対して, (22) 式は ω の 1 部の情報しかもたない ε を用いている。このため, (17) 式と比較して推定誤差が大きくなりフィードバックによる減衰が小さくなる。したがって, θ, ω の収束は速くなる。

このことから, フィードバックゲイン K_1, k_1, k_2 とパラメータ A, B, C を固定して考えると, θ, ω を速く平衡点に収束させる場合には (21), (22) 式の動的フィードバック制御器が, 柔軟構造物の振動と制御トルクを抑えるには (16), (17) 式の動的フィードバック制御器が有利である。

8. フィードバックゲインの選定

現状ではゲインの具体的な選定法はなく, 試行錯誤的に選定するしかないが, 多くのシミュレーションによって $K_1 = \text{diag}\{k_{11}, k_{12}, k_{13}\}$ としたとき, $k_{1i} = \alpha_i k$ ($\alpha_i > 0, i = 1, 2, 3$) かつ k の値をある程度大きくとることで, 初期値によらず制御則 (10) 式よりも制御性能が向上することがわかっており, これがゲインの選定指針となる。いま (11)

式の角度フィードバックを各入力ごとに書き下すと

$$u_i = -k\varepsilon_i + k\varepsilon_i\eta - \frac{1}{2}k(\alpha_i\varepsilon_i\eta + \alpha_j\varepsilon_j\varepsilon_l - \alpha_l\varepsilon_l\varepsilon_j) \quad (47)$$

となる。ただし、 $i, j, l = 1, 2, 3$ ($i \neq j \neq l$) であり i, j, l はサイクリックに与えられる。クォータニオンの拘束式から $|\varepsilon_i| \leq 1, |\eta| \leq 1$ であるので、軸間の干渉を有効に利用するには $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_l$ の値を十分大きく設定する必要がある。そして、 k の値をある程度大きくすることで、角度フィードバックの非線形項が大きくなる。これによって、軸間の干渉を考慮した制御則となり制御性能が向上する。本論文のモデルでは、ほぼ $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_l = 7 \sim 8$ としたとき従来のものよりも制御性能が大きく向上した。また、 K_1 の非対角要素も考慮すると非線形項がさらに増加するが、 $K_1 > 0$ の条件から非対角要素の値は十分に大きく取れないため、実際多くのシミュレーションを試み比較を行なったが十分な制御性能の向上は得られなかった。今後の課題である。なお、 K_2, k_2 はレートフィードバックのゲインであるので、値を大きくすれば緩やかに、小さくすれば速やかに平衡点に収束する。

9. おわりに

本稿では、柔軟宇宙機の制御手法である受動性を利用した手法を制御性能の調整を容易にするために、フィードバックゲインを行列に拡張した。さらに、拡張した結果を基に速度情報を用いない動的制御器による安定化手法へ拡張し、数値シミュレーションにより従来の手法より制御性能が向上することを示した。また、拡張した2つの手法が平衡点近傍ではDVDFB制御とDDVB制御と同一になることを示した。ただし、フィードバックゲイン行列の最適な設計法についてはまだ検討していない。今後の課題である。

参考文献

- 1) 茂原, 木田: 宇宙工学入門 II, 培風館 (1998)
- 2) J.L.Junkins: Adventures on the Interface of Dynamics and Control, *AIAA J. of Guidance, Control, and Dynamics*, **20**-6, 1058/1071 (1997)
- 3) T.W.Dwyer: Exact Nonlinear Control of Large Angle Rotational Maneuvers, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **29**-9, 769/774 (1984)
- 4) C.I.Byrnes and A.Isidori: On the Attitude Stabilization of Rigid Spacecraft, *Automatica*, **27**-1, 87/95 (1991)
- 5) 木田, 山口: 人工衛星の非線形制御の線形化について, 計測自動制御学会論文誌, **27**-9, 1073/1075 (1991)
- 6) 青砥, 木田: 厳密な線形化を用いた非線形 $\mathcal{H}_\infty$ 制御の宇宙機への応用, 第29回制御理論シンポジウム資料, 139/142 (2000)
- 7) M.Dalmo and O.Egeland: State Feedback $\mathcal{H}_\infty$ Control of a Rigid Spacecraft, *Proc. of 34th CDC*, 3968/3973 (1995)
- 8) J.L.Crassidis and F.L.Markley: Sliding Mode Control Using Modified Rodrigues Parameters, *AIAA J. of Guidance, Control, and Dynamics*, **19**-6, 1382/1383 (1996)
- 9) 山口, 深尾, 足立: スペースクラフトの適応姿勢制御とランデブ・ドッキングへの応用, 第2回制御部門大会資料, 253/258 (2002)
- 10) S.M.Joshi, A.G.Kelkar and J.T.-Y. Wen: Robust Atti-

tude Stabilization of Spacecraft Using Nonlinear Quaternion Feedback, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **40**-10, 1800/1803 (1995)

- 11) F.Lizarralde and J.T.Wen: Attitude Control Without Angular Velocity Measurement; A Passivity Approach, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **41**-3, 468/472 (1996)
- 12) P.Tsiotras: Stabilization and Optimality Result for Attitude Control Problem, *AIAA J. of Guidance, Control, and Dynamics*, **19**-4, 772/779 (1996)
- 13) 木田隆: 宇宙機の安定化と制御系設計, システム/制御/情報, **45**-10, 556/561 (2001)
- 14) R.Ortega, A.Loria, P.J.Nicklasson and H.SiraRamirez: Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems, *Springer-Varlag* (1998)
- 15) A.J. van der Schaft: $\mathcal{L}_2$ -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control (2nd ed.), *Springer-Varlag, London* (2000)
- 16) 藤崎泰正: 運動方程式に基づく機械システムの解析と制御系設計, システム/制御/情報, **44**-4, 190/198 (2000)
- 17) 長塩, 山田, 木田: 対称性を利用した大型衛星のロバスト制御, 計測自動制御学会論文集, **39**-4, 408/414 (2003)
- 18) 木田隆: スペースクラフトの制御, コロナ社 (1999)
- 19) 山口, 木田, 岡本, 狼: クォータニオンとオイラー角によるキネマティクス表現の比較について, 航空宇宙技術研究所資料 TM-636 (1991)
- 20) P.C.Hughes: Spacecraft Attitude Dynamics, *John Wiley, New York* (1986)
- 21) S.Di Gennaro: Passive Attitude Control of Flexible Spacecraft from Quaternion Measurements, *J. of Optimization Theory and Applications*, **116**-1, 41/60 (2003)

[著者紹介]

池田 裕一 (学生会員)

2003年電気通信大学大学院電気通信学研究科機械制御工学専攻博士前期課程修了。同年同大学院電気通信学研究科機械制御工学専攻博士後期課程入学, 現在に至る。

木田 隆 (正会員)

1973年東京大学工学部計数工学科卒業。同年航空宇宙技術研究所入所。96年電気通信大学教授, 現在に至る。制御工学と宇宙工学の研究に従事。博士(工学)。

長塩 知之 (正会員)

2001年電気通信大学大学院電気通信学研究科機械制御工学専攻博士後期課程修了。同年同大学知能機械工学科助手, 現在に至る。ロバスト制御の研究に従事。博士(工学)。