1 自由度フレキシブルアームの反復学習制御

池野谷 康司*・山 科 亮 太*・原 正 之*・藪 田 哲 郎*

Iterative Learning Control of Flexible Arm with One Degree of Freedom

Koji IKENOYA*, Ryota YAMASHINA*, Masayuki HARA* and Tetsuro YABUTA*

Iterative learning control can make the response of the system improve with the way of repetition trials of the control. However, when this control method is applied to a non-minimum phase system, there is the possibility of no improvement by the learning control. In this paper, we modify this learning control method and it is applied to vibration control of flexible arm system which is the non-minimum phase. Results show good improvement with the modified control algorithm.

Key Words: vibration control, flexible arm, iterative learning control

1. はじめに

制御対象に不確かさがあっても試行を反復する、あるいは閉ループ系を組み試行を連続的に繰り返すことによりサーボ系の周期的な目標値への追従や外乱不感性を上げる方法は学習制御^{1),2)}と呼ばれ、ロボットの軌道制御などに利用されている。

しかし、学習制御を非最小位相系に適用すると応答が改善しない、あるいは制御対象への入力が増大になる問題点が指摘されている。木下らは非最小位相系であるフレキシブルアームシステムに共役型反復学習制御を適用しこれらの問題を解決している³⁾。本論文では、より簡単な方法として時間進め量および忘却因子を適用することでこれらの問題を解決することを試みる。簡単なモデルを作り安定な誤差減少を得られることを明らかにした。また、実際に実機を用いて実験し、学習制御によって誤差が減少することを明らかにしている。

2. システムの構成と実験方法

1 自由度フレキシブルアームを構成した。アーム部にはきわめて剛性の低い塩化ビニル材を用いた。アームの先端には LED ターゲットがつけられており、上方からセンサヘッドで捕捉することにより先端位置情報を取得し先端角度を算出することができる。また、アームの根元角はポテンショメータにより取得している。本システムは位置サーボ系を用いており、サンプリング周期は 5 ms で制御する。アームの根元の回転軸に連結されたモータに強制振動を加え、目標位置でアームを静止させる過程において学習制御を適用した。

3. 1 自由度フレキシブルアームシステムモデル

学習の収束条件を求めるためにフレキシブルアームシステ

ムのモデリングをする。ここでは、簡単なモデルとしてモータ部分は 1 次遅れ系で近似する。フレキシブルアームは実際には N 次遅れ系であることが知られているが、ここではある程度低周波での学習による応答の変化を考えるので、2 次モード振動までで打ち切り、2 次遅れ系で近似する。また、Fig. 1 に示すように、アームの先端角を $\theta(k)$ 、先端目標角を $\theta_d(k)$ 、根元角を $\hat{\theta}(k)$ とする。 $G_{act}(s)$ はアクチュエータ、 $G_{arm}(s)$ はアームの伝達関数とし以下のように表わす。

$$G_{act}(s) = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1)$$

K はサーボゲイン、 τ はモータの時定数とする。

$$G_{arm}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2)$$

アームの固有振動数を ω_n 、減衰係数を ζ とする。ここでは、自由振動をさせ減衰係数 ζ を求め、実機に正弦波入力することで実験的にボード線図を得て 1 次の固有振動数 ω_n を算出した。制御用コントローラは Fig. 2 のように、学習による特性改善の OFF-Line プロセスとアームの根元角と先端角を一致させるようにフィードバックする ON-Line プロセスから構成される。(3) 式に学習以外の制御入力 $v(k)$ を示すが、第一項は根元角と先端角を一致させるフィードバック項であり、第二項は先端角を目標値にもっていくフィードフォワード項である。

$$v(k) = K_p(\theta(k) - \hat{\theta}(k)) + K^{-1}\theta_d(k) \quad (3)$$

ここで、 K_p は比例ゲインとする。フィードバックループを含めたシステムの伝達関数 $G(s)$ は以下のように表わすことができる。

$$G(s) = \frac{G_{act}(s)G_{arm}(s)}{1 + K_p G_{act}(s) - K_p G_{act}(s)G_{arm}(s)} \quad (4)$$

つぎに学習制御則を考える。有本らの忘却因子つき P 型学習制御則に時間進め量を導入した制御則を用いた²⁾。 $e^n(k)$ は n 試行目の k サンプリング時の出力誤差とし、 $u^{n+1}(k)$ は $n+1$ 試行目の k サンプリング時のフィードフォワード入力とする学習制御則は離散時間系では次式で与えられる。

$$u^{n+1}(k) = (1 - \beta)u^n(k) + \alpha e^n(k + h) \quad (5)$$

ただし、 h は時間進め量、 α は学習ゲイン、 β は忘却因子で

* 横浜国立大学工学部 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5

* Yokohama National Univ., 79-5 Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama

(Received April 5, 2004)

(Revised October 15, 2004)

Fig. 1 Model of flexible arm system

Fig. 2 Block diagram of attitude control

$0 \leq \beta \leq 1$ とする。試行回数を上付き文字で表現する。連続時間系ではサンプリング周期が小さくなると以下のように近似できると次式が与えられる。

$$u^{n+1}(t) = (1 - \beta)u^n(t) + \alpha e^n(t + Th) \quad (6)$$

ただし、 T はサンプリング周期とする。(6)式をラプラス変換する。

$$\begin{aligned} U^{n+1}(s) &= (1 - \beta)U^n(s) + \alpha E^n(s) \exp(Ths) \\ &= (1 - \beta)U^n(s) + \alpha E^n(s)F(s) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $E^n(s) = \Theta_d(s) - \Theta^n(s)$ および $F(s) = \exp(Ths)$ とする。このとき、OFF-Line プロセスの制御入力 $\bar{U}(s)$ は、学習アルゴリズムから得られる制御入力 $U(s)$ と目標軌道 $\Theta_d(s)$ を用いて、次式で与えることができる。

$$\bar{U}(s) = U(s) + K^{-1}\Theta_d(s) \quad (8)$$

Fig. 2 より、(4)式の伝達関数 $G(s)$ を用いて、先端角の出力 $\Theta(s)$ は次式で与えられる。

$$\Theta(s) = G(s)\bar{U}(s) \quad (9)$$

出力誤差 $E(s)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E(s) &= \Theta_d(s) - \Theta(s) \\ &= \Theta_d(s)(1 - G(s)K^{-1}) - G(s)U(s) \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式の第1項はフィードフォワード効果の影響を表わしているが、目標軌道が低周波で変化する場合には、伝達関数 $G(s) \rightarrow K$ となる。このとき、この(10)式の第1項の誤差に及ぼす影響はほとんど無視でき、近似的に誤差 $E(s)$ は次式で与えられる。

$$E(s) \cong -G(s)U(s) \quad (11)$$

Fig. 2 のブロック線図で(1)、(2)式で伝達関数が与えられるときの学習制御則の収束性を与えてみる。(11)式の関係を用いたアプローチ法を Fig. 3 に示すが、第1回目の試行では $G^1(s)$ と(4)式の $G(s)$ は等しいとする。(5)式より試行回数によりシステムへの入力値が更新されていくが、ここでは見方を変えて入力値は試行回数により変化せず、システムの伝達関数が増加すると考えると、実際の入出力関係と仮想

Fig. 3 Block diagram of iterative learning control

Fig. 4 Learning stability

的な入出力関係として次式が与えられる。

$$E^n(s) = -G^1(s)U^n(s) = -G^n(s)U^1(s) \quad (12)$$

(12)式からつぎの関係が得られる。

$$G^1(s)U^{n+1}(s) = G^{n+1}(s)U^1(s) \quad (13)$$

(7)、(12)、(13)式より第 $n+1$ 試行での仮想的なシステムの伝達関数 $G^{n+1}(s)$ と第 n 試行での仮想的なシステムの伝達関数 $G^n(s)$ との関係を考えてみる。

$$\begin{aligned} G^{n+1}(s) &= \frac{U^{n+1}(s)}{U^n(s)} G^n(s) \\ &= \frac{(1 - \beta)U^n(s) + \alpha E^n(s)F(s)}{U^n(s)} G^n(s) \\ &= \{1 - \beta - \alpha G^1(s)F(s)\} G^n(s) \\ &= \{1 - \beta - \alpha N(s)\} G^n(s) \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 $N(s) = G^1(s)F(s)$ とする。すなわち、以下の条件を満たすときに試行を繰り返すことで出力誤差は減少する。

$$\sup_{0 < \omega < \infty} \|(1 - \beta) - \alpha N(j\omega)\| < 1 \quad (15)$$

時間進め量あるいはフィードバックゲイン、学習ゲインの設定により(15)式が成り立つ条件が変化することがわかる。出力誤差を小さくするためには Fig. 4 のように、 $N(j\omega)$ のベクトル軌跡が図中の半径 $1/\alpha$ の円(学習円)の中に入っていないといけない。美多ら⁴⁾の方法によればフィルタを用いることで安定領域を拡張し高周波入力での学習の安定を確保するが、忘却因子を導入すると学習円をラプラス平面において実軸上ですらすることになる。 $\beta=0$ のとき図中(i)の場合は安定であり、(ii)の場合不安定になるが、 $\beta=1$ となるとどちらの場合も安定である。Fig. 5 に進め時間 $H(H=Th)$ を変えたときの $N(j\omega)$ のベクトル軌跡の数値例を示した。数値計算には $G_{act}(s)$ 、 $G_{arm}(s)$ の形で本システムを同定した Table 1 のパラメータを用いた。進め時間を設定することでベクトル軌跡を変化させ忘却因子を0としても学習円に入りやすくなることがわかる。しかし、非最小位相系にお

Fig. 5 Vector locus of $N(s)$

Table 1 Parameters

Parameters	Symbol	Numerical value
Gain constant	K	4.31×10^{-1}
Time constant	τ	9.63×10^{-2}
Natural frequency	ω_n	15.4 rad/s
Damping ratio	ζ	1.03×10^{-2}
Feedback gain	K_p	3.0

いては、有本型の学習アルゴリズムでは制御入力の有界性を確保できない場合もあることが指摘されているが⁵⁾、(3)式のフィードバックループを有する本システムではこのような制御入力が過大になる現象は認められなかった。

4. 実験結果および考察

アーム先端の目標角度を 0 rad として時間進め量および忘却因子を変えてアームの制振実験を行なった。Fig. 6 の(a)に時間進め量を適用しない場合を、(b)に適用した場合 ($H=0.2$ sec) の試行回数によるアーム先端角度の軌道の推移を

(a) Case $H=0$ sec (b) Case $H=0.2$ secFig. 6 Transition of top angle trajectory ($\alpha=0.1$) (a) Case $\beta=0$ (b) Case $\beta=0.1$ Fig. 7 Transition of top angle trajectory ($\alpha=0.5$)

示した。いずれの場合も忘却因子は適用していない。Fig. 6 の(a)については試行回数と共にオーバーシュートが大きくなっているが、(b)では試行と共に応答は改善した。進め時間を $H=0.2$ sec として学習ゲイン α を変え遷移幅を大きくしたところ、忘却因子を適用しない場合 Fig. 7 の(a)のように試行回数が増えるにつれて入力値が過大になり高周波の振動が発生している。忘却因子を適用した場合、Fig. 7 の(b)のように試行回数が増えても高周波の振動を誘発せず応答は収束している。

5. まとめ

本論文では、有本らにより提唱された学習制御を 1 自由度フレキシブルアームシステムに適用し、時間進め量および忘却因子を導入することで学習による収束性が確保できることを示した。またこれらのパラメータを適正に設定することで試行回数による応答の改善および収束性を実機を用いた実験により示した。

参考文献

- 1) 内山 勝：試行による人工の手の高速運動パターンの形成，計測自動制御学会論文集，**14**-6，706/712 (1978)
- 2) 有本 卓：ロボットの力学と制御，システム制御情報学会 (1990)
- 3) 木下，十河，足立：1 リンクフレキシブルアームに対する共役型反復学習制御，計測自動制御学会論文集，**39**-1，35/42 (2003)
- 4) 美多，加藤，青木：反復制御とロボットアームの軌道制御への応用，計測自動制御学会論文集，**21**-11，1223/1230 (1985)
- 5) 木下，十河，足立：勾配法による反復学習制御と Stable Inversion との関連性について，計測自動制御学会論文集，**36**-12，1117/1124 (2000)