弾性関節を有するマニピュレータのマルチレート完全追従制御

島田 明*・篠原 優介*

Multi-rate Perfect Tracking Control on Manipulators with Elastic Joints

Akira SHIMADA* and Yuhsuke SHINOHARA*

This paper introduces a novel perfect tracking control method that is designed on MIMO vibration systems such as robot manipulators with elastic joints. Basically, perfect tracking control methodology with multi-rate feedforward has been presented. We try to apply the techniques to the MIMO vibration systems. As a preparation, we introduce a condition that the control system requires to hold by. Further, the feedback compensators that include observers of which the inputs are the errors of the closed systems are introduced. Moreover, when we need positioning of not motor angle but joint angles directly, we utilize state space expression disturbance observers additionally. Further, design procedures of 2 type feedforward compensators are presented. One is designed by using rigid models of manipulators and another is designed by using elastic models. Finally, simulation results related to two type of observers and feedforwards are shown.

Key Words: perfect tracking control, multi-rate, manipulators, elastic joints, disturbance observer

1. はじめに

産業用ロボットマニピュレータの高性能化を妨げる課題の一つに減速機の剛性不足による振動の問題がある。古荘、有本、小坂・島田らは、おのおの、ロータと弾性を有する減速機の特性を考慮したマニピュレータの数学モデルを導き出し、その特性を活かした制御系設計法を提案した^{1)~5)}。小坂らが提案した制御系は、状態空間表現による外乱オブザーバを含み、位置偏差の計算には各関節のモータ軸角度目標値とモータ回転角度の差ではなく、ロボット関節角度目標値とロボット関節角度推定値との差を用いて高精度化を図っている。しかしながら、同制御系により、残留振動を速く減衰するようになったが、目標軌道への追従性が不十分であった。

一方、富塚らは完全追従が可能なデジタル制御法を定義し⁶⁾、藤本らが複数のサンプル周期を有する完全追従制御法を提案すると共に、磁気ディスク装置への応用法を示した^{7),8)}。本論文では、この設計方法を応用して、MIMO系である、弾性関節をもつ多関節マニピュレータの完全追従制御法を設計し、速い残留振動の減衰を維持しつつ、目標軌道への追従性を向上させる制御法を提案することを目標としている。具体的に、フィードバック補償器は、入力を位置偏差とするオブザーバ併用型サーボ系とする。なぜならば、速度フィードバックをマイナーループとする構成や、状態フィ-

ードバック項と偏差を用いた積分補償項とから構成されるサーボ系を用いる場合、逆システムを用いたフィードフォワード補償項を付加しても、完全追従制御系とならないためである。逆システムがフィードフォワードの効果を発揮するには、入力を偏差とした補償器を用いる必要がある。その条件を満たさなかったことが、既報告^{3)~5)}で十分な追従性が得られなかった原因であり、その条件は既報告⁷⁾でも陽には触れていない。それを付録A.に示す。本論文の特徴として、オブザーバを一つないし二つ用いる点が挙げられる。前者の制御系をSOCS(Single Observer based Control System)、後者をDOCS(Double Observer based Control System)と呼ぶ。SOCSを用いるのは、マニピュレータのロータ軸の角度を目標値に追従させ、減速機を介した関節角度が振動抑制されれば良い場合である。オブザーバはロータ角度目標値とロータ回転角度との偏差ベクトルおよび制御入力を用いる偏差駆動型のオブザーバとする。DOCSを用いるのは、ロボット関節角度を目標値に追従させたい場合であり、前記のオブザーバに加え、ロータ角度と制御入力を用いる状態空間表現の外乱オブザーバを用いる^{3)~5),9)}。同オブザーバは、外乱だけでなく、関節角度や角速度等の状態変数をも外乱の影響を考慮して推定できる。そのために、関節角度を直接に観測するセンサをもたないマニピュレータを用いる場合でも、関節の角度推定値を目標値と比較し、その偏差を0に収束させる制御系を設計することが期待できる。

いずれを用いるにしても、完全追従制御系⁷⁾を設計するには、全状態変数の目標軌道とフィードフォワード補償器が必要であるが、振動系に対する設計は容易でない。このとき、

* 職業能力開発総合大学校 相模原市橋本台 4-1-1

* Polytechnic University, 4-1-1 Hashimotodai, Sagamihara-shi

(Received May 27, 2005)

(Revised October 3, 2005)

振動抑制を意図したフィードバック補償により、制御系を剛体系と見立てられると考え、剛体系に対するフィードフォワード補償を行なう方法 FFRM(=Feed Forward compensator for Rigid Model) と、振動系のまま目標軌道とフィードフォワード補償器を設計する方法 FFEM(=Feed Forward compensator for Elastic Model) とが考えられる。本論文では、両方の比較を行なう¹⁰⁾。FFRMの利点は、フィードフォワード補償器の設計が容易かつ低次元となる点である。欠点は剛体系に見立てることに無理がある場合に、期待した追従性が得られない場合や、振動が励起される可能性がある点である。FFEMの実現方法として、多関節マニピュレータの数学モデルを複数の独立した低剛性SISO系とみなし、関節ごとに全状態変数の目標軌道とフィードフォワード補償器を設計する方法も考えられるが¹¹⁾、軸間干渉の影響を考慮した補償にはならない。本論文では、連続系の制御対象モデルを付録C.の手順で、多入力系の可制御正準系に変換し、フィードフォワード補償器を設計し、その状態変数が $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dots$ となる性質を利用し、状態変数目標値を設計する^{10), 12)}。

2. マルチレート完全追従制御

複数のサンプル周期を有するデジタル制御系をマルチレートサンプリング制御系と言う^{13)~16)}。本稿では2種類のサンプル周期を用い、長いサンプル周期を T_l 、短い周期を T_s と表記し、切り替え回数 N と定めて、 $T_l/N = T_s$ なる関係が成り立つとする。さて、誤差なく目標軌道に追従する制御系を完全追従制御と言い^{6)~8)}、閉ループ伝達関数の逆システムをフィードフォワードに利用することで実現できるが、連続系を零次ホールドを用いて離散化したモデルのパルス伝達関数に不安定零点が生じるため、逆システムが不安定極をもち、実現不可能となる問題がある¹⁷⁾。これに対して、目標値の更新周期 T_r 、制御入力更新周期 T_u 、出力の観測周期 T_y とし、 $T_r = T_l, T_u = T_y = T_s$ とするマルチレートフィードフォワード制御を用いて、時刻 T_l ごとの完全追従を実現する制御法が藤本らにより提案され、磁気記憶装置等に利用された^{7), 8)}。本論文では、弾性関節を有するマニピュレータを題材として、同制御法のMIMO振動系への適用法を示す。以下、一部、既報告⁷⁾の手順に沿って定式化を行なう。 m 入力 m 出力 n つぎの制御対象を(1)式に対して、目標値の切り替え周期 T_r の間に、制御入力の切り替えを N 回、出力の観測も N 回行なう。ただし、 $N := n/m$ とし、 N は自然数とする。

$$\dot{x} = A_c x(t) + B_c u(t), y(t) = C_c x(t) \quad (1)$$

周期 T_s で離散化した制御対象を $P(z_s) = [A_s, B_s, C_s, D_s], x(i, j) := x[(i+j/N)T_r]$ と表わすと、(2)、(3)式が得られる。ただし、 $0 \leq j < N$ である。 (i, j) は $t = (i+j/N)T_r$ の時点を表わし、実時間を表わす場合に []

で表記した。

$$x_s(i, j+1) = A_s x_s(i, j) + B_s u(i, j) \quad (2)$$

$$y(i, j) = C_s x_s(i, j) + D_s u(i, j) \quad (3)$$

ただし、 $A_s := e^{A_c T_u}, B_s := \int_0^{T_u} e^{A_c \tau} B_c d\tau, C_s := C_c$ 。これを用いてフィードバック補償器 C_1 を設計する。具体的には、付録A.の知識を基に、偏差を入力とするオブザーバを設計し、状態変数 $x_s(i, j)$ と偏差の積分値 $\omega(i, j)$ とを改めて状態変数とする拡大系による最適サーボ系を設計する。また、連続系の制御対象を、付録C.で示すように、いったん、MIMO系の可制御正準系で表わし¹⁸⁾、 N 回の切り替えを考慮した、周期 T_l 時の離散系制御対象モデル $P(z_l) = [A_l, B_l, C_l, D_l]$ 、状態変数 $x_l(i) := x_l[iT_r]$ を作成し、制御入力ベクトル、観測出力ベクトルを $u(i) = [u(i, 1), \dots, u(i, N)]^T, y = [y(i, 1), \dots, y(i, N)]^T$ と記述すると、(4)、(5)式が得られる。

$$x_l(i+1) = A_l x_l(i) + B_l u(i) \quad (4)$$

$$y(i) = C_l x_l(i) + D_l u(i) \quad (5)$$

$$\left[\begin{array}{c|c} A_l & B_l \\ \hline C_l & D_l \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|ccc} e^{A_c T_r} & B_1 & \cdots & B_N \\ \hline C_1 & D_{11} & \cdots & D_{1N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_N & D_{N1} & \cdots & D_{NN} \end{array} \right]$$

$$B_j := \int_{(1-\mu_j)T_r}^{(1-\mu_{j-1})T_r} e^{A_c \tau} B_c d\tau$$

$$C_k := C_c e^{A_c v_k T_r}$$

$$D_{kj} :=$$

$$\begin{cases} \mu_j < v_k : C_c \int_{(v_k - \mu_j)T_r}^{(v_k - \mu_{j-1})T_r} e^{A_c \tau} B_c d\tau \\ \mu_{(j-1)} < v_k \leq \mu_j : C_c \int_0^{(v_k - \mu_{j-1})T_r} e^{A_c \tau} B_c d\tau \\ v_k \leq \mu_{(j-1)} : 0 \end{cases}$$

$$0 = \mu_0 < \mu_1 < \cdots < \mu_N = 1, \mu_j = j/N$$

$$0 \leq v_1 < v_2 < \cdots < v_N < 1, v_k = (k-1)/N$$

B_l は、 $n \times m$ 行列 $B_j (j=1, 2, \dots, N)$ が N 個横に並ぶ構造であるため、 $n \times n (=m \times N)$ の正方行列となり、正則にできる⁷⁾。そこで、状態変数目標値 $\alpha_r(i+1) \in R^n$ から、フィードフォワード入力 $u_f(i) = [u_f(i, 1), \dots, u_f(i, N)]^T$ と目標値 $y_r(i) = [y_r(i, 1), \dots, y_r(i, N)]^T$ をつぎのように定める。

$$u_f(i) = B_l^{-1}(I - z^{-1}A_l)\alpha_r(i+1) \quad (6)$$

$$y_r(i) = z^{-1}C_l\alpha_r(i+1) + D_l u_f(i) \quad (7)$$

(6)式は可制御正準系の安定な逆システムとなる。両式を用いた制御系は、Fig. 1, 2のように表わされる。図中、 (i) が付される変数ベクトルから (i, j) が付される変数ベクトルに変わる加算点は、あたかも、次元の異なる加算を行なうように見えるが、本稿では、 (i, j) で表わされる時点に、 (i) の付される変数ベクトルのうちの (i, j) 成分が選択され、加算が行なわれるものとする。また、状態変数目標値 $\alpha_r(i+1)$ の $(i+1)$ は、1サンプル後を意味するが、これを

Fig. 1 Block diagram of multi-rate 2 degree of freedom controller

Fig. 2 Block diagram of multi-rate 2 degree of freedom controller 2

$r(i) := \alpha(i+1)$ と置く⁷⁾.

3. 偏差入力型補償器とダブルオブザーバの設計

オブザーバ併用型レギュレータを動的補償器と考え、オブザーバの入力を制御入力 u と観測出力 y とせず、制御入力 u と偏差 $e = y_r - y$ とする例がある¹⁸⁾. その結果、目標値に観測出力が追従するが、オブザーバの入力を y から e に変更する妥当性を示す資料は見かけない. 理由を付録 A. に示すが、本制御系を実現するためのオブザーバ入力には偏差 e を用いる. その条件の下で制御系を設計する.

Fig. 3 は、Fig. 1 の C_1 部分をデジタルオブザーバ併用型サーボ系としたブロック図である. 添え字 i, j は (i, j) の略記である. オブザーバの入力は $u_c(i, j), e(i, j)$ であり、状態フィードバックゲイン $F_b \in R^{m \times n}$ とする. また、ブロック T_s から $K_i \in R^{m \times m}$ までは積分補償項である. ブロック T_s は短いサンプル周期に単位行列 $I_{m \times m}$ を乗じたブロックで、積分ゲイン値を連続系に対応させるために設けた⁹⁾. オブザーバの入力の偏差部分 e を目標値 y_r と観測出力 y とに分けて表わしたのが Fig. 4 である. 右側のオブザーバ部分と積分補償部の構造は変わらず、従来の状態変数推定器としてのオブザーバになる. 一方、左側に目標値 y_r を入力としたオブザーバ構造が見られる. 制御入力 $u(i, j)$ からの接続がない点が、右側のオブザーバと異なる点である. このオブザーバ部は目標値 r に対応する状態変数を推定し、同推定値をフィードフォワードとして制御入力に反映させる働きをもつ. そのために、Fig. 3 の偏差入力型オブザーバを併合したサーボ系は高い追従性能をもつことが期待でき、なおかつ、付録 A. の条件を満たすことになる.

つぎに、第二のオブザーバについて説明する. 本論文で扱う弾性関節をもつ多関節ロボットマニピュレータのような振動系において、各関節に設けられたサーボモータの回転角度 q_m (以降、本論文では、それを減速比で割った q_m/n を用いる) を観測出力 y とすることはできるが、弾性関節を介したロボット関節角度 θ_r は直接に観測できないことが多い. 前記した偏差入力型オブザーバは、目標値 r が恒等的に 0 であれば全状態変数を推定できるが、通常は偏差に対応した状態変数を推定するので、同マニピュレータの制御に用いると、振動抑制をしつつ、サーボ系としてはモータ軸の回転角度 q_m/n を目標値に追従させることになる. そこで、

Fig. 3 Block diagram of controller C_1

Fig. 4 Block diagram of equivalent controller C_1

Fig. 5 Block diagram of disturbance observer

Fig. 6 Model of 2 link manipulator

必要に応じて、制御入力 u と観測出力 y とから全状態推定を行なう第二のオブザーバを設計する。そして、ロボット関節角度推定値 $\hat{\theta}_r$ を観測出力 $y (= q_m/n)$ の代わりとし、 y_r と $\hat{\theta}_r$ の偏差を 0 に収束させる制御系を設計する。この 2 種類のオブザーバを本論文ではダブルオブザーバと呼ぶことにする。またこの際、第二のオブザーバは外乱が印加されている条件下でもより正確に状態推定を行なうために、状態空間表現の外乱オブザーバを使用する^{3), 9)}。このオブザーバを併用した完全追従制御系の構造を表わした図が Fig. 2 であり、図中の $DOB(z_s)$ が第二のオブザーバである。

4. 弾性関節をもつマニピュレータのモデリング³⁾

制御対象を複数のリンクをもつシリアルリンク型のマニピュレータとし、関節にサーボモータと波動歯車装置が搭載されるものとする。簡単のため、Fig. 6 に示す 2 関節マニピュレータに関する検討を行なう。各リンクの質量中心回りの慣性モーメント I_{oi} 、関節軸回りの慣性モーメント I_{ri} 、質量 m_{ri} 、長さ l_i 、第 i 関節から i リンクの重心までの距離 r_i 、ウェーブジェネレータと付属部品を含むロータの慣性モーメント I_{mi} 、質量 m_{mi} とする。第 i 軸モータのステータ（以下、第 i ステータと）は第 $i-1$ リンクに固定され、同モータのロータ（以下、第 i ロータ）が減速機を介して第 i リンクに接続される。第 i ステータは第 $i-1$ リンクと 1 剛体と見立て、その質量および慣性モーメントは第 $i-1$ リンクの質量および慣性モーメントの一部とする。第 i ロータはその回転軸のベアリングを介して第 i ステータに接続され、同ロータ自身の回転運動とは無関係に、第 $i-1$ リンクと共に並進移動する。以下、具体的な手順を述べる。一般化座標を $\{\theta_{r1}, \theta_{r2}, q_{m1}, q_{m2}\}$ とする。各要素は順に第 1, 2 軸ロボット関節角度、第 1, 2 軸ロータの回転角度である。アーム部のラグランジアン L_r 、ロータ部のラグランジアン L_m と定義すると、システム全体のラグランジアンは $L = L_r + L_m$ である。

$$L_r = \frac{1}{2} I_{r1} \dot{\theta}_{r1}^2 + \frac{1}{2} I_{o2} (\dot{\theta}_{r1} + \dot{\theta}_{r2})^2$$

$$+ \frac{1}{2} m_{r2} \{ l_1^2 \dot{\theta}_{r1}^2 + r_2^2 (\dot{\theta}_{r1} + \dot{\theta}_{r2})^2 + 2 l_1 r_2 (\dot{\theta}_{r1} + \dot{\theta}_{r2}) \cos \theta_{r2} \} - m_{r1} g r_1 (1 + \sin \theta_{r1})$$

$$- m_{r2} g [l_1 (1 + \sin \theta_{r1}) + r_2 \{ 1 + \sin(\theta_{r1} + \theta_{r2}) \}] \quad (8)$$

$$L_m = \frac{1}{2} I_{m1} \dot{q}_{m1}^2 + \frac{1}{2} I_{m2} (\dot{\theta}_{r1} + \dot{q}_{m2})^2 + \frac{1}{2} m_{m2} l_1^2 \dot{\theta}_{r1}^2$$

$$- m_{m2} g l_1 (1 + \sin \theta_{r1}) \quad (9)$$

つぎに、ラグランジュの運動方程式を解き、摩擦項を加えて、運動方程式を得ることにする。ただし、 $M_{r1} = I_{r1} + I_{r2} + m_{r2} l_1^2 + I_{m2} + m_{m2} l_1^2$, $R = m_{r2} l_1 r_2$, $C_1 = -m_{r2} l_1 r_2 (2 \dot{\theta}_{r1} \dot{\theta}_{r2} + \dot{\theta}_{r2}^2) \sin \theta_{r2}$, $C_2 = m_{r2} l_1 r_2 \dot{\theta}_{r1}^2 \sin \theta_{r2}$, $G_1 = (m_{r1} r_1 + m_{r2} l_1 + m_{m2} l_1) g \cos \theta_{r1} + m_{r2} r_2 g \cos(\theta_{r1} + \theta_{r2})$, $G_2 = m_{r2} r_2 g \cos(\theta_{r1} + \theta_{r2})$ とし、モータトルク τ_{mi} 、外部トルク τ_{di} 、関節とロータの粘性摩擦係数とクーロン摩擦 $D_{rvi}, D_{mvi}, D_{rci}, D_{mci}$ とする。 τ_{di} は減速機を介して伝播される。減速機のアーム側換算バネ定数 k_{ni} 、粘性摩擦 d_{ni} とし、(10) 式を得る。その結果、(11) 式を得る。 $D_{ri} = D_{rvi} + d_{ni}$, $D_{mi} = n_i^2 D_{mvi} + d_{ni}$ とする。

$$\begin{bmatrix} n_1 \tau_{d1} \\ n_2 \tau_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{n1} (q_{m1}/n_1 - \theta_{r1}) \\ k_{n2} (q_{m2}/n_2 - \theta_{r2}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{n1} (\dot{q}_{m1}/n_1 - \dot{\theta}_{r1}) \\ d_{n2} (\dot{q}_{m2}/n_2 - \dot{\theta}_{r2}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & n_2 I_{m2} \\ M_{21} & I_{r2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_1^2 I_{m1} & 0 \\ n_2 I_{m2} & 0 & 0 & n_2^2 I_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{r1} \\ \ddot{\theta}_{r2} \\ \ddot{q}_{m1}/n_1 \\ \ddot{q}_{m2}/n_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{r1} & 0 & -d_{n1} & 0 \\ 0 & D_{r2} & 0 & -d_{n2} \\ -d_{n1} & 0 & D_{m1} & 0 \\ 0 & -d_{n2} & 0 & D_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{r1} \\ \dot{\theta}_{r2} \\ \dot{q}_{m1}/n_1 \\ \dot{q}_{m2}/n_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{n1} & 0 & -k_{n1} & 0 \\ 0 & k_{n2} & 0 & -k_{n2} \\ -k_{n1} & 0 & k_{n1} & 0 \\ 0 & -k_{n2} & 0 & k_{n2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ q_{m1}/n_1 \\ q_{m2}/n_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + G_1 + D_{rc1} \text{sgn}(\dot{\theta}_{r1}) \\ C_2 + G_2 + D_{rc2} \text{sgn}(\dot{\theta}_{r2}) \\ n_1 D_{mC1} \text{sgn}(\dot{q}_{m1}) \\ n_2 D_{mC2} \text{sgn}(\dot{q}_{m2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ n_1 \tau_{m1} \\ n_2 \tau_{m2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

5. 弾性関節をもつマニピュレータの完全追従制御

この運動方程式より連続系の状態方程式を求め、零次ホールドを仮定して 2 種類の離散化を行ない、フィードバック補償器 $C_1(z_s)$ とフィードフォワード補償器 FFEM を設計する。ただし、フィードフォワード補償器をマニピュレータの剛体モデルを基に作成する FFRM の場合は、付録 B. で紹介する状

態方程式を用いる。フィードバック補償器 $C_1(z_s)$ の算出は短い周期 T_s で行ない、フィードフォワード補償器 FFRM、または FFEM は、いずれの場合もいったん、多入力システムの可制御正準形式を求めた後¹⁸⁾、2章で紹介した方法で離散化を行なう。(11)式から状態方程式を作る場合、状態変数 $x = [\theta_{r1}, \theta_{r2}, q_{m1}/n_1, q_{m2}/n_2, \dot{\theta}_{r1}, \dot{\theta}_{r2}, \dot{q}_{m1}/n_1, \dot{q}_{m2}/n_2]^T$ 、制御入力 $u = [\tau_{m1}, \tau_{m2}]^T$ 、観測出力 $y = [q_{m1}/n_1, q_{m2}/n_2]^T$ の2入力2出力8次系 ($m=2, l=2, n=8$) となる。したがって、 $A_c \in R^{8 \times 8}, B_c \in R^{8 \times 2}, C_c \in R^{2 \times 8}$ である。これを周期 T_s で離散化した $P_s = [A_s, B_s, C_s, D_s (=0)]$ も次元は換わらない。しかし、FFRM では $N (=n/m) = 2$ 、FFEM では $N = n/m = 4$ であるから、可制御正準系に変換した後、周期 T_l で2章に沿った離散化によって得る $P_l = [A_l, B_l, C_l, D_l (\neq 0)]$ の次元は換わり、FFRM では $A_l \in R^{4 \times 4}, B_l \in R^{4 \times 4}, C_l \in R^{4 \times 4}, D_l \in R^{4 \times 4}$ 、FFEM では $A_l \in R^{8 \times 8}, B_l \in R^{8 \times 8}, C_l \in R^{8 \times 8}, D_l \in R^{8 \times 8}$ となる。ここで FFRM の基となる A_c, B_c, C_c は付録 B. から求めるために、FFEM の A_c, B_c, C_c に比して、初めから、低次元化されていることに注意されたい。また、次元の異なる両モデルをフィードフォワード補償項として、さらに次元の異なるフィードバック系に接続できる根拠は、2章の最後に解説したように、Fig. 1, 2 中の、(i) が付される変数ベクトルから (i, j) が付される変数ベクトルに変わる加算点の動きが、(i, j) で表わされる時点に、(i) の付される変数ベクトルのうちの (i, j) 成分のみを選択して加算を行なうことで、次元を一致させることによる。

さて、第3章に従い、フィードバック補償器 $C_1(z_s)$ で生成される制御入力 $u_c(i, j)$ は、(12)~(14)式で与えられる。

$$u_c(i, j) = -F_b \hat{e}_c(i, j) + K_i \omega(i, j) \quad (12)$$

$$\hat{e}(i, j) = C_s \hat{e}_x(i, j) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_x(i, j+1) &= A_s \hat{e}_x(i, j) + B_s(i, j) \\ &+ H[-e(i, j) - \hat{e}(i, j)] \end{aligned} \quad (14)$$

ゲイン行列 $F_b \in R^{2 \times 8}, K_i \in R^{2 \times 2}$ は、たとえば、角度偏差のデジタル積分値を状態変数に加えた拡大系を作り、重み $Q = \text{diag}(Q_1, \dots, Q_{10}), R = \text{diag}(R_1, R_2)$ を与えることで求める LQ サーボ系として設計する。ついで、(6), (7)式に従い、FFRM, FFEM を設計する。状態変数目標値 $\alpha(i)$ は、可制御正準系に対するために、状態変数ベクトル x_c とは異なり、FFEM では $[\theta_{rr1}, \dot{\theta}_{rr1}, \ddot{\theta}_{rr1}, \theta_{rr2}, \dot{\theta}_{rr2}, \ddot{\theta}_{rr2}, \theta_{rr2}]^T$ と表わされる (FFRM の場合、次数が減ることから、 $[\theta_{rr1}, \dot{\theta}_{rr1}, \theta_{rr2}, \dot{\theta}_{rr2}]^T$)。ただし、 $\ddot{\theta}_{rr1}$ は、 θ_{rr1} の時間の3階微分、すなわち、加加速度を表わすものとする。注意点として、本来、多入力系の可制御正準系の実現方法は1通りではないことが挙げられる。そこで、状態変数が上記のような可制御正準系を設計するものとする¹⁸⁾。つぎに、目標軌道は、第1, 2軸の角度の目標値を加速時と減速時に時間の7次多項式として、等速時には1次多項式として生成

し、速度・加速度・加加速度は順次に時間微分を行なうことで生成する。その結果、すべての状態変数目標値は滑らかな時間関数となり、マニピュレータの振動を誘発し難い目標値となる。

6. シミュレーション評価

ここで、実在のマニピュレータの数値例を用いて、シミュレーションを行なう。Table 1 に、同定実験で得た物理パラメータ値を示す³⁾。また、制御パラメータを Table 2 に示す。シミュレーションの種類は、ロータの角度を制御する SOCS とロボット関節角度を制御する DOCS の2種類とし、フィードフォワード補償器は剛体モデルを仮定した FFRM と弾性モデルを仮定した FFEM の2種類を組み合わせた4種類である。オブザーバは極配置法で設計し、サーボ系は LQ サーボ系とした。付録 B. から得られる制御対象の剛体モデルは4次系なので FFRM の $N (=n/m) = 2$ であり、弾性を考慮した FFEM は $N = 4$ である。そこで、FFRM のサンプル周期 $T_s = 1.5/2\text{ms}$, $T_l = 1.5\text{ms}$ 、FFEM のサンプル周期 $T_s = 3/4\text{ms}$, $T_l = 3\text{ms}$ とした。 T_l, T_s のいずれを一致させるかは議論の余地があるが、フィードバック制御系のサンプル周期を一致させる選択を選んだ。そのタイムチャートを Fig. 7 に示す。

目標とする動作は、加速・減速時間を共に0.1sとし、第1, 2軸が0radからおおの1.2rad, 1.0radに0.6sで到達するようにした。Fig. 8~11に4種類のシミュレーション結果を示す。おおの、上図が第1, 2軸に対する目標値とロボット関節角度 θ_{r1}, θ_{r2} を、下図は目標値とロボット関節角度の偏差を表わす。目標値に対する追従性を評価するため、外乱トルクは0とした。結果的に、SOCS with FFRM では $2 \times 10^{-2}\text{rad}$ 程度以下の精度が、SOCS with FFEM で

Table 1 Physical parameters

Symbol	Unit	Value	Symbol	Unit	Value
M_{r1}	kgm ²	2.21	D_{m1}	Nms/rad	15.88
M_{r2}	kgm ²	0.42	D_{m2}	Nms/rad	6.52
D_{r1}	Nms/rad	15.88	D_{mC1}	Nm	9.53
D_{r2}	Nms/rad	6.52	D_{mC2}	Nm	8.48
D_{rC1}	Nm	18.39	k_{n1}	Nm/rad	10000
D_{rC2}	Nm	8.66	k_{n2}	Nm/rad	3000
R	kgm ²	0.2	d_{n1}	Nms/rad	15.88
I_{m1}	kgm ²	2.45×10^{-4}	d_{n2}	Nms/rad	6.52
I_{m2}	kgm ²	7.62×10^{-5}	n_1, n_2	(no-dim.)	161,121

Table 2 Control parameters

(a) SOCS with FFRM or FFEM

Name	Value
Poles of 1st OB	[0.68, 0.69, 0.70, 0.71, 0.72, 0.73, 0.74, 0.75]
Q	$\text{diag}(1, 1, 10^6, 10^6, 1, 1, 1, 1, 10^9, 10^9)$
R	$\text{diag}(0.01, 0.01)$

(b) DOCS with FFRM or FFEM

Name	Value
Poles of DOB	[68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77] $\times 0.01$
Poles of 1st OB	[0.68, 0.69, 0.70, 0.71, 0.72, 0.73, 0.74, 0.75]
Q	$\text{diag}(10^6, 10^6, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 10^9, 10^9)$
R	$\text{diag}(0.01, 0.01)$

Fig. 7 Multirate control example on manipulator

は $1.2 \times 10^{-2} \text{rad}$ 以下の精度が得られ、ロボット関節角度を制御するダブルオブザーバ制御系 DOCS with FFRM では 10^{-3}rad 以下の精度が、DOCS with FFEM では 10^{-14}rad 以下の精度が得られた。最後の例に対しては、周期 T_l のサンプル点上での完全追従が実施されていると考えて良いと思われる。また、実モデルに、数学モデルにない高次の振動モードや、考慮し切れない非線形性が含まれない限りは、実用上、サンプル点間においても完全追従状態が維持されていると予想される。

実は、Fig. 8, 9 には、目標値へのロボット関節角度 θ_r の偏差だけでなく、モータ関節角度 q_m/n の偏差波形も重ね書きしているが、0 付近に保持され、ほとんど見えない。モータ角度を制御する制御系 SOCS は、観測出力がモータ角度 q_m/n であるだけでなく、目標値もモータ角度であり、ロボット関節角度 θ_r と比較することは、理論上、問題もあるが、モータ角度を制御する目的で設計した制御系であっても、最終的にはロボット関節角度の制御が目的であることを踏まえて、上記のような比較検討を行なった。結論として、これら結果から、DOCS with FFEM が期待されている通りの高い制御性能をもつことが明かとなった。

7. おわりに

マルチレートフィードフォワード完全追従制御法を弾性関節をもつ多関節マニピュレータに応用する制御系を提案し、シミュレーションにより有効性を示した。同制御法はサーボモータの角度を制御目的とする場合と、ロボット関節角度を制御目的とする場合とに別れ、フィードフォワード補償に関しても 2 通りの方法を示した。その結果、弾性を考慮したフィードフォワード補償が、制御周期が 2 倍に延びても、優れた追従性を示すことを明らかにした。残る問題として、パラメータ変動への対処があるが、従来より多くの対処法が提案されているので、適宜応用すれば良いと考える。また、本稿はシミュレーション結果の報告に留まり、実験結果まで含めたものでないが、まず、理想的な多入出力弾性系に対して同制御法が成り立つことを示すだけでも十分に意味深いと判断したためであり、今後、実験検証を行ない、その実用

(a) Angle of rotor and arm and disturbance

(b) Tracking error between reference and angle of arms

Fig. 8 Simulation result of SOCS with FFRM

(a) Angle of rotor and arm and disturbance

(b) Tracking error between reference and angle of arms

Fig. 9 Simulation result of SOCS with FFEM

(a) Angle of rotor and arm and disturbance

(b) Tracking error between reference and angle of arms

Fig. 10 Simulation result of DOCS with FFRM

(a) Angle of rotor and arm and disturbance

(b) Tracking error between reference and angle of arms

Fig. 11 Simulation result of DOCS with FFEM

性を示すと共に、新たな問題点を明らかにする予定である。

《付 録》

A. フィードフォワードを活かすサーボ補償器の条件
サーボ系にフィードフォワード補償器を付加すると追従性が向上するが、どのような構造のサーボ補償器に対しても有効なわけではないことを Fig. A.1 を用いて説明する。

$$u = C_1 \cdot e - C_2 \cdot y + F \cdot r \quad (\text{A.1})$$

簡単のため、連続系を用いて説明を行なう。制御対象 $P(s)$ に対し、制御入力 u 、観測出力 y 、目標値 r 、偏差 $e = r - y$ 、 C_1, C_2, F は定数行列、または、伝達関数行列とし、制御入力 u を (A.1) 式で表わす。入出力や制御対象の次元は任意で、互いに矛盾しないものとする。同式右辺第一項は偏差に対して制御入力を生成する項であり、第二項 $C_2 \cdot y$ は観測出力からのフィードバックであるが、状態フィードバック $C_2 \cdot x$ に置き換えても良い。第三項はフィードフォワード項である。たとえば、第一項を積分補償項、第二項を状態フィードバックにすると、制御系は現代制御理論の教科書によく見られる 1 型のサーボ系や I-PD 制御系となる^{9), 18)}。観測出力 y と目標値 r をまとめると (A.3) 式が得られる。原理的に $y = r$ が成り立つには、1) 「 $C_2 = 0, F = P^{-1}$ 」、2) 「 $F = P^{-1} + C_2$ 」、3) 「 $C_1 = 0, F = P^{-1} + C_2$ 」の 3 通りのいずれかが成り立たねばならない。既報告⁷⁾は 1) に当たる。このうち、2) の「」内の右辺第二項と $C_2 \cdot y$ をまとめると、偏差に対する補償となり、1) の形式に書き換えられる。3) も同様である。また、(A.1) 式の右辺第二項を $C_2 \cdot x$ とした場合は、上記 2), 3) の C_2 に乗じられる変数は目標値 r でなく、状態変数の目標値 x_r とする。これに対し、速度フィードバックをマイナーループとして構成する位置制御系や前記した 1 型サーボ系や I-PD 制御系は $F = 0$ の場合に相当し、 $F = P^{-1}$ に変更しただけでは前述の 3 つの形式を満たさないため、 $y = r$ が成り立たない。2 章で紹介した制御系はデジタル系であるが、この原則は変わらない。また、同原則は多くの制御工学者にとっては自明であるかもしれないが、特に明記した文献は見当たらないようである。

$$y = P \cdot u = P(C_1 \cdot e - C_2 \cdot y + F \cdot r)$$

Fig. A.1 Example of block diagram of 2 degrees of freedom control system

$$= PF \cdot r + PC_1 \cdot (r - y) - PC_2 \cdot y \quad (A.2)$$

$$y = (I + PC_1 + PC_2)^{-1} (PF + PC_1) \cdot r \quad (A.3)$$

B. 減速機の弾性を無視できる場合の運動方程式

制御対象を剛体と見立てたフィードフォワード補償器 FFRM を設計するための運動方程式を示す。常に $n_i \theta_{ri} = q_{mi}$ の関係が成り立つとし、一般化座標を $\{\theta_{r1}, \theta_{r2}\}$ とすると、(11) 式より (B.1) 式が得られる。ここで、 $M_{11} = M_{r1} + 2Rc\theta_{r2}, M_{12} = M_{21} = I_{r2} + Rc\theta_{r2}, D_{Vi} = D_{rVi} + n_i^2 D_{mVi}$ とおく。ほかの変数の意味は本文に従う。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} + n_1^2 I_{m1} & M_{12} + n_2 I_{m2} \\ M_{21} + n_2 I_{m2} & I_{r2} + n_2^2 I_{m2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{r1} \\ \ddot{\theta}_{r2} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} D_{V1} & 0 \\ 0 & D_{V2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{r1} \\ \dot{\theta}_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + G_1 \\ C_2 + G_2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} D_{rC1} \text{sgn}(\dot{\theta}_{r1}) + n_1 D_{mC1} \text{sgn}(n_1 \dot{\theta}_{r1}) \\ D_{rC2} \text{sgn}(\dot{\theta}_{r2}) + n_2 D_{mC2} \text{sgn}(n_2 \dot{\theta}_{r2}) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} n_1 \tau_{m1} \\ n_2 \tau_{m2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (B.1)$$

重力項とクーロン摩擦項は無視するか、あるいはフィードフォワード補償により、無視できるようにして、状態変数 $x_c = [\theta_{r1}, \theta_{r2}, \dot{\theta}_{r1}, \dot{\theta}_{r2}]^T$ とする連続系状態方程式を得て (1) 式と置き換え、弾性関節に対する手順と同様に、周期 T_l で離散化し、フィードフォワード補償器 FFRM を得る。

C. 多入力系の可制御正準系¹⁸⁾

(A_c, B_c) が可制御とする。 $B_c = [b_1, b_2, \dots, b_m]$ とし、 $H = [b_1, A_c b_1, \dots, A_c^{n_1-1} b_1, b_2, A_c b_2, \dots, A_c^{n_2-1} b_2, \dots, b_m, A_c b_m, \dots, A_c^{n_m-1} b_m]$ を作る。ただし、 $n_1 = n_2 = \dots = n_m = n/m$ となるように選ぶ。行列 H^{-1} の $\zeta_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i$ 行目の行ベクトル $h_i \in R^{1 \times n}$ を用いて、行列 $S = [h_1, h_1 A_c, \dots, h_1 A_c^{n_1-1}, \dots, h_m, h_m A_c, \dots, h_m A_c^{n_m-1}]^T$ を作成し、 $z = S \cdot x_c$ の座標変換を行なうと、得られたシステム $\{A, B, C, 0\} = \{SA_c S^{-1}, SB_c, C_c S^{-1}, 0\}$ が、多入力系の可制御正準系となる。これを離散化すると、状態変数は連続系と同じ状態変数の離散値となる。本論文の例では、剛体モデルに対しては付録 B. から得られる連続系の状態方程式 ($n = 4, m = 2$) に対して、弾性モデルに対しては (11) 式 ($n = 8, m = 2$) に対して適用すれば良い。

参考文献

- 1) 古荘, 長尾, 成瀬: 駆動系に弾性を有するマニピュレータ制御系の一般化根軌跡, 日本機械学会論文集 (C 編), **56**-526, 1462/1469 (1990)
- 2) 有本 卓: 新版 ロボットの力学と制御, 朝倉書店 (2002)
- 3) 小坂, 島田: モータと減速機を考慮したロボットマニピュレータの制御, 計測自動制御学会論文集, **41**-5, 466/472 (2005)
- 4) Y. Kosaka and A. Shimada: Motion Control for Articulated Robots Based on Accurate Modeling, the 8th International Workshop on Advanced Motion Control

(AMC2004), 849/853, IEEE IE Society (2004)

- 5) 小坂, 島田, 篠原: モータと減速機を考慮したロボットマニピュレータの制御, 電気学会産業計測制御研究会 IIC-04-03 (2004)
- 6) M. Tomizuka: Zero phase error tracking algorithm for digital control, ASME, J. Dynam. Syst., Measure., and Contr., **109**, 65/68 (1987)
- 7) 藤本, 堀, 河村: マルチレートフィードフォワード制御を用いた完全追従制御法, 計測自動制御学会論文集, **36**-9, 766/772 (2000)
- 8) 藤本, 堀, 山口, 中川: マルチレートサンプリングを用いた完全追従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御, 電気学会論文誌 D, **120**-10, 1157/1164 (2000)
- 9) 島田, 大石, 柴田, 市川: EE テキスト モーションコントロール, 電気学会, オーム社 (2004)
- 10) 篠原, 島田: マルチレートサンプリング制御による低剛性マニピュレータ制御, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-05-65 (2005)
- 11) 篠原, 島田: マルチレートサンプリング制御法を用いたロボットマニピュレータの高性能制御, 第 47 回自動制御連合講演会論文集 (CD-ROM 講演論文集), 216 (2004)
- 12) 篠原, 島田: 弾性関節を持つマニピュレータのマルチレート完全追従制御, 電気学会産業応用部門大会 (2005)
- 13) M. Araki and T. Hagiwara: Pole assignment by multirate-data output feedback, Int. J. Control, **48**-1, 305/315 (1988)
- 14) 萩原, 荒木: 時変型デジタル制御装置, 計測と制御, **27**-12, 1071/1077 (1988)
- 15) T. Chen and B. Francis: Optimal Sampled-Data Control Systems, Springer (1995)
- 16) 山本, 原, 藤岡: サンプル値制御理論 I ~ IV, システム/制御/情報, **43**-8, 10, 12, **44**-2, 4, 6 (1999-2000)
- 17) K.J. Astrom, P. Hangander and J. Sternby: Zeros of sampled system, Automatica, **20**-1, 31/38 (1984)
- 18) 小郷, 美多: システム制御理論入門, 実教理工学全書, 134/135 (1979)

[著者紹介]

島田 明 (正会員)

1958 年 9 月生。83 年電気通大学電子工学科卒業。同年 (株) 第二精工舎 (現セイコーインスツル (株)) に入社し、ロボットコントローラ開発に従事。94 年より千葉大学非常勤講師を兼務、99 年より客員教授を兼務。2001 年より職業能力開発総合大学校電気システム工学科助教授。電気学会上級会員, IEEE, 日本ロボット学会等の会員, 博士 (工学) (1996 年, 慶応義塾大学)。

篠原 優介

1982 年 1 月生。2004 年職業能力開発総合大学校電気工学科卒業。同年職業能力開発総合大学校研究課程 (= 修士課程) 電気情報専攻入学。モーションコントロール, マニピュレータ制御の研究に従事。