過渡応答を考慮した適応ロバスト非線形位置決め制御器の階層的構築

楊 子 江*・光 安 隆*
金 江 春 植*・和 田 清*

A Hierarchical Construction of Adaptive Robust Nonlinear Positioning Controller with Guaranteed Transient Performance

Zi-Jiang YANG*, Takashi MITSUYASU*,
Shunshoku KANAE* and Kiyoshi WADA*

In this paper, a practical and general adaptive robust nonlinear controller is proposed for positioning control of a nonlinear mechanical system. To overcome the main obstacles that prevent the adaptive control techniques from coming into wide use in the industrial side, our attention is focused on the guaranteed transient performance and theoretical transparency of the control system. The controller is designed in a backstepping manner. At the first step, a PI controller is designed to stabilize the position error. Then at the second step, an adaptive robust nonlinear controller is designed to stabilize the velocity error, where the input-to-state stability (ISS) property which guarantees the transient performance is achieved by the nonlinear damping terms. And the adaptive laws are added to achieve a small ultimate error. It is commented that the complicated looking adaptive robust nonlinear controller can be explained as hierarchical modifications of the conventional PI positioning controller with minor-loop. Therefore it is believed that the proposed controller may gain wide acceptance of the engineers. Finally, numerical and experimental examples are included to verify the theoretical results.

Key Words: nonlinear mechanical system, positioning control, adaptive control, backstepping design, nonlinear damping term, input-to-state-stability (ISS), transient performance

1. はじめに

予見しにくい事後的パラメータ変動、モデリング誤差や外乱をオンラインで同定しながら制御器を適応調整するという適応制御の実用化は強く望まれている。しかし、現実には、適応制御は、その理論に関する大量の論文に比して、産業界においては、まだ十分に認められ、確立された制御技術であるとはいえない。

たとえば、位置決め制御においてこれまで提案された適応制御手法のほとんどは、パラメータのオンライン推定値をそのまま真値と見なすという確定性等価原理に基づいており¹⁾、環境の急変に対する敏感な過渡特性がその実用性を妨げている。また、外乱やモデリング誤差に対処するためのいわゆるロバスト適応制御のほとんどは、内部信号が発散せず、有界となるという意味での適応制御のロバスト化であり²⁾、急な外乱やパラメータ変動に対する過渡特性は考慮されていない。さらに、確定性等価原理に基づく適応制御は

フィードバック制御器と適応機構が複雑に絡み合いながら、リアプノフ安定性を保とうとしているので、現場でよく用いられているマイナーループ（速度ループ）をもつPI制御による位置決め制御系³⁾よりは、制御系の原理と構造がはるかに複雑になる。そのため、マイナーループをもつPI制御と比較して、過渡特性の把握、現場での調整指針などがわかりにくく、現場の技術者に敬遠されやすい。

近年では、まずロバスト機構で制御誤差信号の過渡特性を保証したもとの、適応則で制御誤差を減少させていくという新しい適応ロバスト制御手法が提案され⁴⁾、位置決め制御への適用も報告されている^{5), 6)}。しかし、本論文の中の注意1と2で説明されるように、問題の仮定、ロバスト制御項の設計方針、制御器の構造などについては、まだ見直す必要がある。

一方、著者らも、過渡特性に対する要求が厳しく、適応制御の適用に関する報告がほとんど見あたらない磁気浮上系について、「ロバスト」と「適応」を相補的に融合させた適応ロバスト制御器を提案し、この制御器の応用に関する具体的な問題点を検討してきた⁷⁾。本論文は、磁気浮上系という特定の制御対象についての著者らのこれまでの研究で得た知見に基づき、一般的な一入出力非線形メカニカルシス

* 九州大学大学院システム情報科学研究院 福岡市東区箱崎 6-10-1

* Graduate School of Information Science and Electrical Engineering, Kyushu University, Hakozaki Fukuoka
(Received August 20, 2005)

テムに対して、(過渡特性、制御誤差のバウンドなどの点で)理論的保証があり、しかも現場での調整指針が明確であるという実用的な適応制御手法を確立し、産業界で広く受け入れられる実用的な汎用的適応位置決め制御器のあるべき姿を明らかにすることを目的とする。

論文の構成は以下のとおりである。第二章では、非線形メカニカルシステムの一般的なモデルを示し、問題設定を行なう。第三章では、適応ロバスト非線形位置決め制御器の設計法を提案する。この制御器は、バックステッピング手法によって構成されたロバスト制御機構によって制御系の過渡特性と誤差バウンドを理論的に保証した上で、適応機構が制御性能に補助的に寄与するという適応ロバスト制御器である。第四章では、提案した制御系の Input-to-state stability (ISS)⁸⁾ 特性や終局誤差について理論的解析を行なう。第五章では、適応ロバスト非線形制御器が、一見複雑なものの、通常のマイナーループをもつ PI 制御器にフィードフォワード、ロバストおよび適応の各モジュールを階層的に加えることによって得られることを示し、提案の制御器に古典制御器の延長というわかりやすい解釈を与える。第六章では、この解釈に基づいて制御系の調整指針をまとめる。第七章では、数値シミュレーションと実験例によって、理論的結果を検証する。第八章はまとめである。

2. 問題の設定

本論文では、以下のような二次の非線形微分方程式で表現される一入出力非線形メカニカルシステムについて考える：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(x) + d(x, t) + G(x)u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 x_1, x_2 と u はそれぞれ出力位置、速度と入力操作量であり、 $x = [x_1, x_2]^T$ である。 $F(x)$ と $G(x)$ はそれぞれモデリング可能な機械的非線形外乱と入力側の非線形関数であり、 $d(x, t)$ はモデリング困難な外乱である。一般に、 $G(x)$ は連続関数であるが、外乱 $F(x)$ と $d(x, t)$ は区分的連続である場合が多い。

たとえば、磁気浮上系⁷⁾、電機子のコギングやロータの偏心などによる位置依存性外乱や速度に依存する摩擦などが問題となるボールねじあるいはリニアモータ⁹⁾、自動車エンジン制御用の電子スロットルシステム¹⁰⁾などは、上記のモデルで表現できる。

以下では、非線形関数 $F(x)$ と $G(x)$ のモデリングについて考える。 $F_0(x)$ と $G_0(x)$ を事前情報による公称非線形関数とすると、 $F(x)$ と $G(x)$ は以下のように表わされる：

$$F(x) = F_0(x) + \Delta_F(x), \quad G(x) = G_0(x) + \Delta_G(x) \quad (2)$$

ただし、 $\Delta_F(x)$ と $\Delta_G(x)$ は公称関数の誤差である。

モデリング誤差が大きく、ロバスト制御機構のみで対処しきれない場合においては、モデリング誤差をオンラインで同定しながら、制御器を適応調整することが望まれる。

そこで、適応機能をもたせるために、 $\Delta_F(x)$ と $\Delta_G(x)$

をパラメータに関して線形なネットワーク $\hat{\Delta}_F(x, w_F)$ と $\hat{\Delta}_G(x, w_G)$ でそれぞれ近似すると、非線形関数のモデルは

$$\begin{aligned} \hat{F}(x, w_F) &= F_0(x) + \hat{\Delta}_F(x, w_F) \\ \hat{G}(x, w_G) &= G_0(x) + \hat{\Delta}_G(x, w_G) \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ただし、

$$\hat{\Delta}_F(x, w_F) = \phi_F^T(x)w_F, \quad \hat{\Delta}_G(x, w_G) = \phi_G^T(x)w_G \quad (4)$$

ここで、 ϕ_F, ϕ_G と w_F, w_G はそれぞれ回帰ベクトルとパラメータベクトルである：

$$\begin{aligned} \phi_F^T(x) &= [\phi_{F1}(x), \dots, \phi_{FN_F}(x)] \\ \phi_G^T(x) &= [\phi_{G1}(x), \dots, \phi_{GN_G}(x)] \end{aligned} \quad (5)$$

$$w_F = [w_{F1}, \dots, w_{FN_F}]^T, \quad w_G = [w_{G1}, \dots, w_{GN_G}]^T \quad (6)$$

回帰ベクトルはそれぞれの応用に応じて、RBF (radial basis function)、ファジイ基底関数、あるいはそれらと事前情報との組み合わせで構成される¹¹⁾。

ここでは、以下の仮定をしておく。

仮定 1: $\Omega_X \subset R^2$ を状態 x が物理的に存在可能なコンパクトな領域とすると、任意の正数 ε_F と ε_G に対して、以下を満足する w_F^* と w_G^* が存在する：

$$\begin{aligned} \sup_{x \in \Omega_X} |\eta_F(x, w_F^*)| &\leq \varepsilon_F, \quad \sup_{x \in \Omega_X} |\eta_G(x, w_G^*)| \leq \varepsilon_G \\ \eta_F(x, w_F^*) &= \Delta_F(x) - \hat{\Delta}_F(x, w_F^*) \\ \eta_G(x, w_G^*) &= \Delta_G(x) - \hat{\Delta}_G(x, w_G^*) \end{aligned} \quad (7)$$

この仮定は、各ネットワークが十分な数の基底関数をもてば、 $\Delta_F(x)$ と $\Delta_G(x)$ を精度よく近似する能力をもつことを保証するものである。

仮定 2: 各パラメータの上限と下限は既知である：

$$\underline{w}_F \leq w_F \leq \bar{w}_F, \quad \underline{w}_G \leq w_G \leq \bar{w}_G \quad (8)$$

この上限と下限は、後述の射影つき適応則⁴⁾で用いられるが、必ずしもタイトである必要はない。

仮定 3: $G(x)$ は符号が既知でゼロの近傍に値をとらない、すなわち、一般性を失わず、 $G(x) \geq \exists \underline{G} > 0$ とする。さらに、仮定 2 を満たす $\widehat{w}_{Gt}$ は以下の不等式を満足するとする。

$$\hat{G}(x, \widehat{w}_{Gt}) = G_0(x) + \hat{\Delta}_G(x, \widehat{w}_{Gt}) > 0 \quad (9)$$

これは、入力信号のゼロ割を避けるための仮定である。

仮定 4: 未知な定数 $\exists M_F, \exists M_d, \exists M_{\hat{F}}, \exists M_G, \exists M_{\hat{G}} < \infty$ と既知の連続関数 $\bar{F}(x), \bar{d}(x, t) > 0$ が存在し、以下の不等式が成り立つとする：

$$\begin{aligned} \frac{|\eta_F(x, \widehat{w}_{Ft})|}{\bar{F}(x)} &\leq M_F, \quad \frac{|d(x, t)|}{\bar{d}(x, t)} \leq M_d \\ \frac{|\hat{F}(x, \widehat{w}_{Ft})|}{\bar{F}(x)} &\leq M_{\hat{F}} \\ 0 < \frac{\hat{G}(x, \widehat{w}_{Gt})}{G(x)} &\leq M_{\hat{G}}, \quad \frac{|\eta_G(x, \widehat{w}_{Gt})|}{G(x)} \leq M_G \end{aligned} \quad (10)$$

$\bar{F}(x)$ と $\bar{d}(x, t)$ は次章で非線形減衰項の設計に用いられる。

この仮定は、各不等式の分子が分母のそれより高いオーダーで増大することがないことを意味する。

仮定 5: 規範出力 y_r およびその 1 次と 2 次の微分値 $\dot{y}_r$ と $\ddot{y}_r$ が既知で、連続でかつ一様有界であると仮定する。

$$\mathcal{D}_{y_r} = \{y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r \mid [y_r, \dot{y}_r]^T \in \Omega_Y \subset \Omega_X, |\ddot{y}_r| \leq \bar{y}_r, \exists \ddot{y}_r > 0\} \subset R^3 \quad (11)$$

この仮定は、規範出力の位置と速度を状態 $\mathbf{x}$ が物理的に存在可能な領域 Ω_X 中のコンパクトな領域 Ω_Y に限定し、しかも無理な操作量を要求しないように、その加速度の絶対値を制限することを意味する。本論文では、目標指令値 y_c を3次のフィルタで処理することによって $y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r$ を得るとする： $y_r = y_c/(\tau s + 1)^3$ 。

3. 適応ロバスト非線形制御器の設計

本章では、提案する適応ロバスト非線形制御器の設計手順について説明する。

Step 1:

まず、位置 ξ_1 と速度 ξ_2 の誤差信号を

$$z_1 = x_1 - y_r, \quad z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (12)$$

と定義する。ここで、 α_1 は z_1 を制御するための仮想入力である。 $x_2 = z_2 + \alpha_1$ を(1)式の1行目に代入すると、つぎのようなサブシステム $S1$ が得られる。

$$S1: \dot{z}_1 = \alpha_1 + z_2 - \dot{y}_r \quad (13)$$

そこで、 α_1 をつぎのようにPI制御に基づいて設計する。

$$\alpha_1 = -c_{1p}z_1 - c_{1i} \int_0^t z_1 dt + \dot{y}_r \quad (14)$$

ただし、 $c_{1p} > 0, c_{1i} > 0$ 。

α_1 の微分は次式で与えられる。

$$\dot{\alpha}_1 = -c_{1p}(x_2 - \dot{y}_r) - c_{1i}z_1 + \ddot{y}_r \quad (15)$$

Step 2:

速度誤差 z_2 を微分すると、(1), (12)~(15)式より、サブシステム $S2$ は次式のように与えられる。

$$S2: \dot{z}_2 = F_0(\mathbf{x}) - \dot{\alpha}_1 + d(\mathbf{x}, t) + \hat{\Delta}_F(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}) + (\Delta_F(\mathbf{x}) - \hat{\Delta}_F(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft})) + \hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})u + (\Delta_G(\mathbf{x}) - \hat{\Delta}_G(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}))u \quad (16)$$

そこで、上式の中のモデリング誤差に対処するために、制御入力 u を非線形減衰項⁸⁾を用いてつぎのように設計する。

$$u = u_l + u_r, \quad u_l = \frac{\alpha_{20}}{\hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})}, \quad u_r = \frac{-(u_{d1} + u_{d2} + u_{d3})z_2}{\hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})} \quad (17)$$

ただし、

$$\alpha_{20} = -c_2 z_2 + \dot{\alpha}_1 - \hat{F}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}) \\ u_{d1} = \kappa_{21} \bar{F}(\mathbf{x}), \quad u_{d2} = \kappa_{22} \alpha_{2d}, \quad u_{d3} = \kappa_{23} \bar{d}(\mathbf{x}, t) \quad (18) \\ \alpha_{2d} = |-c_2 z_2 + \dot{\alpha}_1| + \bar{F}(\mathbf{x})$$

ここで、 $c_2, \kappa_{21}, \kappa_{22}, \kappa_{23} > 0$ である。 α_{20} はモデル補償フィードバック制御器であり、 $u_{d1}z_2, u_{d2}z_2$ と $u_{d3}z_2$ はそれぞれ $\Delta_F - \hat{\Delta}_F, \Delta_G - \hat{\Delta}_G$ と $d(\mathbf{x}, t)$ に対処するための非線形減衰項である。なお、各非線形減衰項の役割についての説明は、第四章で与える。

(注意1) 文献4)においても、入力側にも未知の非線形関数がある場合について、過渡特性を考慮した適応ロバスト制御器を設計しているが、 $G(\mathbf{x})$ の下限を既知とし、その逆数をロバスト制御ゲインの一部として用いるので、制御入力の振幅が大きくなりやすい。また、非線形誤差を抑止するためのロバスト制御項のゲインはたいへん複雑な不等式を満足させる必要があるため、ゲインの選定は容易ではない。文献4)の設計方針はそのまま位置決め制御へ適用されたが^{5), 6)}、位置決め制御に特化した工夫が見受けられず、文献4)と同じように、減衰項のゲインが満足すべき条件をチェックするのは容易ではない。

制御入力 u をサブシステム $S2$ に適用すると、

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 + \eta_F(\mathbf{x}, \mathbf{w}_F^*) - \phi_F^T(\mathbf{x}) \widehat{\mathbf{w}}_{Ft} + d(\mathbf{x}, t) + \eta_G(\mathbf{x}, \mathbf{w}_G^*)u_l - \phi_G^T(\mathbf{x}) \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}u_l + G(\mathbf{x})u_r \quad (19)$$

となる。ただし、

$$\widehat{\mathbf{w}}_{Ft} = \widehat{\mathbf{w}}_{Ft} - \mathbf{w}_F^*, \quad \widehat{\mathbf{w}}_{Gt} = \widehat{\mathbf{w}}_{Gt} - \mathbf{w}_G^* \quad (20)$$

は時刻 t におけるパラメータ誤差ベクトルである。

さらに、制御誤差の終局バウンドを十分小さくできるように、未知なパラメータに以下の射影つき適応則⁴⁾を適用し、ロバスト制御器の適応化をはかる。

$$\dot{\widehat{\mathbf{w}}}_{Fnt} = \begin{cases} 0 & \text{for } \widehat{\mathbf{w}}_{Fnt} = \underline{\mathbf{w}}_{Fn}, \phi_{Fn}(\mathbf{x})z_2 < 0 \\ 0 & \text{for } \widehat{\mathbf{w}}_{Fnt} = \overline{\mathbf{w}}_{Fn}, \phi_{Fn}(\mathbf{x})z_2 > 0 \\ \gamma_F \phi_{Fn}(\mathbf{x})z_2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

ただし、 $n = 1, \dots, N_F, \gamma_F \geq 0$ 。

$$\dot{\widehat{\mathbf{w}}}_{Gnt} = \begin{cases} 0 & \text{for } \widehat{\mathbf{w}}_{Gnt} = \underline{\mathbf{w}}_{Gn}, \phi_{Gn}(\mathbf{x})z_2 < 0 \\ 0 & \text{for } \widehat{\mathbf{w}}_{Gnt} = \overline{\mathbf{w}}_{Gn}, \phi_{Gn}(\mathbf{x})z_2 > 0 \\ \gamma_G \phi_{Gn}(\mathbf{x})u_l z_2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

ただし、 $n = 1, \dots, N_G, \gamma_G \geq 0$ 。

ここで、適応ゲインが $\gamma_F = \gamma_G = 0$ のとき、適応則がオフにされ、 u が固定されたロバスト非線形制御器になることを意味する。また、上記の適応則については、以下の結果が得られている⁴⁾。

$$\underline{\mathbf{w}}_F \leq \mathbf{w}_{Ft} \leq \overline{\mathbf{w}}_F, \quad \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}^T \widehat{\mathbf{w}}_{Ft} - \gamma_F \phi_F^T(\mathbf{x}) \widehat{\mathbf{w}}_{Ft} z_2 \leq 0 \\ \underline{\mathbf{w}}_G \leq \mathbf{w}_{Gt} \leq \overline{\mathbf{w}}_G, \quad \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}^T \widehat{\mathbf{w}}_{Gt} - \gamma_G \phi_G^T(\mathbf{x}) \widehat{\mathbf{w}}_{Gt} u_l z_2 \leq 0 \quad (23)$$

4. 安定性解析

4.1 Step 1

サブシステム $S1$ に α_1 を適用すると以下の式が得られる。

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_{1p}z_1 - c_{1i} \int_0^t z_1 dt \quad (24)$$

まず、ラプラス演算子を s とすると、サブシステム $S1$ は次式のように表現できる。

$$z_1 = \frac{s z_2}{s^2 + c_{1p}s + c_{1i}} \quad (25)$$

したがって、速度誤差 z_2 を十分小さくし、 c_{1p} と c_{1i} を十分大きくすれば、位置制御誤差 z_1 を十分小さく抑えることができ、定常オフセット誤差 (z_1 の直流分) がゼロとなる。

(25)式はまたつぎのような状態方程式で表現できる。

$$\dot{z}_{1a} = A z_{1a} + b z_2 \quad (26)$$

ただし, $z_{1a} = [\int_0^t z_1 dt, z_1]^T$ であり,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_{1i} & -c_{1p} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

そこで, 誤差システム (26) の ISS 特性を補題 1¹²⁾ に示す.
[補題 1] z_2 が一様有界であれば, 仮想入力 α_1 によって制御されたサブシステム $S1$ (26) が ISS であり, $\exists \lambda_0, \exists \rho_0 > 0$ に対して, つぎの結果が成立する.

$$|z_{1a}(t)| \leq \lambda_0 e^{-\rho_0 t} |z_{1a}(0)| + \frac{\lambda_0}{\rho_0} \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} |z_2(\tau)| \right]$$

さらに, 誤差システム (26) について, 任意の正定対称行列 Q に対して, $A^T P + P A = -Q$ を満足する正定対称行列 P が存在するので,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{z_{1a}^T P z_{1a}}{2} \right) &= -\frac{1}{2} z_{1a}^T Q z_{1a} + z_{1a}^T P b z_2 \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q\min}}{2} |z_{1a}|^2 + |z_{1a}| \|P b\| |z_2| \end{aligned} \quad (28)$$

となる. ただし, $\lambda_{Q\min}$ は Q の最小固有値である. $z_{1a}(t)$ の終局バウンドを以下の補題にまとめる:

[補題 2] z_2 が一様終局有界であれば, 仮想入力 α_1 によって制御されたサブシステム $S1$ について, つぎの結果が成立する.

$$|z_{1a}(t)| \leq C_1 \bar{z}_2^u \quad \text{as } t \geq {}^3T_1 > 0$$

ただし, ${}^3C_1 > 0$ であり, $\bar{z}_2^u$ は z_2 の終局バウンドである.

4.2 Step 2

(16) 式より, 以下の結果が成立する:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{z_2^2}{2} \right) \leq -\frac{c_2}{2} z_2^2 - \left[\frac{c_2}{2} + D_2 \right] |z_2| [|z_2| - \mu_2] \quad (29)$$

ただし,

$$\mu_2(t) = \frac{|\eta_F(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft})| + \left| \frac{\eta_G(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})}{\widehat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})} \alpha_{20} \right| + |d(\mathbf{x}, t)|}{\frac{c_2}{2} + D_2} \quad (30)$$

$$D_2 = \frac{G(\mathbf{x})}{\widehat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})} (\kappa_{21} \bar{F}(\mathbf{x}) + \kappa_{22} \alpha_{2d} + \kappa_{23} \bar{d}(\mathbf{x}, t)) \quad (31)$$

非線形減衰項の作用については, μ_2 を考察すればわかる. 仮定 3 と 4 より, 分子に現れるモデリング誤差が分母に現れる非線形減衰項によって抑えられるので, μ_2 の有界性が保証される. さらに, (29) 式より,

$$|z_2| \geq \mu_2(t) \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(z_2^2 \right) \leq -c_2 z_2^2 \quad (32)$$

が成立するので, 以下の結果が得られる.

[補題 3] 仮定 1~5 が成立するとする. 制御入力 u によって制御されたサブシステム $S2$ (19) が ISS となり, $z_2(t)$ の過渡特性はつぎの不等式で表現できる.

$$|z_2(t)| \leq |z_2(0)| e^{-c_2 t/2} + \sup_{0 \leq \tau \leq t} \mu_2(\tau)$$

一方, $|z_2|$ の終局バウンドが適応機構によって改善できることは以下のように示せる. $\gamma_{2g} > 0, \gamma_{2a} > 0$ として, リアプノフ関数

$$V_2 = \frac{z_2^2}{2} + \frac{\widehat{\mathbf{w}}_{Ft}^T \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}}{2\gamma_f} + \frac{\widehat{\mathbf{w}}_{Gt}^T \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}}{2\gamma_g} \quad (33)$$

を定義すると, 仮定 1~4 および (19)~(23) 式より, 以下の結果が得られる.

$$\dot{V}_2 \leq -[c_2 + D_2] |z_2| (|z_2| - \delta_{2t}) \quad (34)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \delta_{2t} &= \frac{|\eta_F(\mathbf{x}, \mathbf{w}_F^*)| + \left| \frac{\eta_G(\mathbf{x}, \mathbf{w}_F^*)}{\widehat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})} \alpha_{20} \right| + |d(\mathbf{x}, t)|}{c_2 + D_2} \\ &\leq \frac{C_{21}\varepsilon_F}{\kappa_{21}} + \frac{C_{22}\varepsilon_G}{\kappa_{22}} + \frac{C_{23}M_d}{\kappa_{23}} \end{aligned} \quad (35)$$

ただし, ${}^3C_{21}, {}^3C_{22}, {}^3C_{23} > 0$.

上記の結果を以下の補題にまとめる.

[補題 4] 仮定 1~5 が成立するとする. 制御入力 u および適応則 (21) と (22) によって, サブシステム $S2$ のすべての内部信号が一様有界となり, 以下の結果が成立する:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{w}}_f &\leq \widehat{\mathbf{w}}_{ft} \leq \overline{\mathbf{w}}_f, \quad \underline{\mathbf{w}}_g \leq \widehat{\mathbf{w}}_{gt} \leq \overline{\mathbf{w}}_g, \quad \text{for all } t \geq 0 \\ |z_2(t)| &\leq \frac{C_{21}\varepsilon_F}{\kappa_{21}} + \frac{C_{22}\varepsilon_G}{\kappa_{22}} + \frac{C_{23}M_d}{\kappa_{23}} \quad \text{as } t \geq {}^3T_2 > 0 \end{aligned}$$

ただし, ${}^3C_{21}, {}^3C_{22}, {}^3C_{23} > 0$.

4.3 制御系全体の安定性

補題 1 と補題 3 より, 制御系全体の誤差システムは二つの ISS サブシステム (26) と (16) の縦続接続である. そこで, 誤差信号ベクトル

$$\mathbf{z}(t) = [z_{1a}^T, z_2(t)]^T \quad (36)$$

を定義し, 補題 1 と 3 に対して, 文献 8) の Lemma C.4 の証明手順を用いると, 以下を証明することができる¹³⁾.

$$|\mathbf{z}(t)| \leq \beta_1 e^{-\rho_1 t} |\mathbf{z}(0)| + \beta_2 \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} \mu_2(\tau) \right] \quad (37)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \sqrt{2} \left(\lambda_0^2 + \frac{\lambda_0^2}{\rho_0} + \frac{\lambda_0}{\rho_0} + 1 \right) \\ \rho_1 &= \min(\rho_0/2, c_2/4) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\beta_2 = \frac{\lambda_0^2}{\rho_0} + \frac{\lambda_0}{\rho_0} + 1$$

さらに, 補題 2 と 4 より, 誤差信号ベクトルの終局バウンドは, モデリング能力の限界 (モデリングしきれない誤差や外乱) によって評価される:

$$|\mathbf{z}(t)| \leq (C_1 + 1) \left(\frac{C_{21}\varepsilon_F}{\kappa_{21}} + \frac{C_{22}\varepsilon_G}{\kappa_{22}} + \frac{C_{23}M_d}{\kappa_{23}} \right) \quad \text{as } t \geq {}^3T_m > 0 \quad (39)$$

上記の結果は, システムの状態変数ベクトル $\mathbf{x}(t)$ がその物理的に存在可能なコンパクトな領域 Ω_X においてのみ成立することに注意されたい. したがって, 適切な初期値

$\mathbf{x}(0) \in \mathcal{D}_X \subset \Omega_X$ に対して, $\mathbf{x}(t) \in \Omega_X$ が保証されるかどうかを確認する必要がある. ここで, $\mathcal{D}_X$ は適切な初期値が属するコンパクトな集合である. 規範出力 y_r を仮定5にしたがって生成したとする. 不等式 (37) より, 非線形減衰項のゲイン, および誤差信号の初期値 $\mathbf{z}(0)$ を適切に設定すれば, 誤差信号 $\mathbf{z}(t)$ のバウンドを十分小さくできる. よって, (12) 式より, 適切な $[y_r, \dot{y}_r]^T \in \Omega_Y \subset \Omega_X$ に対して, システムの状態変数 $\mathbf{x}(t)$ が常に $[y_r, \dot{y}_r]^T$ を小さい誤差で追従しているので, $\mathbf{x}(t) \in \Omega_X$ が保証されると結論できる.

以上の結果は以下のようにまとめられる.

《定理1》 仮定1~5が成立するとする. 本研究で提案した適応ロバスト非線形制御システムにおいて, 設計パラメータと誤差信号の初期値 $\mathbf{z}(0)$ を適切に設定すれば, すべての内部信号が一様有界であり, 以下の結果が成立する.

- (1) 初期値 $\mathbf{x}(0) \in \mathcal{D}_X \subset \Omega_X$ に対して, $\mathbf{x}(t) \in \Omega_X$ となるようなコンパクト集合 $\mathcal{D}_X$ が存在する.
- (2) 制御系全体の誤差システムは ISS であり, 誤差信号の過渡特性はつぎの不等式で表わされる.

$$|\mathbf{z}(t)| \leq \beta_1 e^{-\rho_1 t} |\mathbf{z}(0)| + \beta_2 \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} \mu_2(\tau) \right]$$

- (3) 誤差信号ベクトルの終局バウンドは, モデリング能力の限界 (モデリングしきれない誤差や外乱) によって評価される:

$$|\mathbf{z}(t)| \leq (C_1 + 1) \left(\frac{C_{21}\varepsilon_F}{\kappa_{21}} + \frac{C_{22}\varepsilon_G}{\kappa_{22}} + \frac{C_{23}M_d}{\kappa_{23}} \right) \quad \text{as } t \geq {}^3T_m > 0$$

- (4) z_1 の定常オフセット成分 (直流分) はゼロに収束する.

5. マイナーループをもつPI制御器との関連性

3章で提案した適応制御系は, ほかの適応制御系と同様にその原理と構造が従来の位置決め制御系と比較して複雑であり, 現場の技術者にとっては難解で, 調整方針などがわかりにくいという印象を与えると思われる.

そこで, 本章では, 3章で示した設計法とは異なる観点から適応ロバスト制御系を導くことにする.

現場で広く用いられているマイナーループ (速度ループ) をもつ制御系を Fig. 1 (a) に示す³⁾. この制御系は, 1自由度制御であるので, 規範出力 y_r への追従が不十分である.

そこで, 追従性を良くするために, それぞれのループにおいてフィードフォワード項をつけると, Fig. 1 (b) になる. 一方, (17) 式の制御入力において, $\kappa_{21} = \kappa_{22} = \kappa_{23} = 0$, $\hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}) = G_0(\mathbf{x})$, $\hat{F}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}) = F_0(\mathbf{x})$ とすると, Fig. 1 (b) の構造と同じ制御系となる. このことから, 位置決め制御におけるバックステッピング設計とは, 従来の位置ループと速度ループにそれぞれフィードフォワード項をつけた2自由度制御器にはほかならないという解釈が可能である.

さらに, (17) 式の制御入力において, $\kappa_{21}, \kappa_{22}, \kappa_{23} > 0$,

$\hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}) = G_0(\mathbf{x})$, $\hat{F}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}) = F_0(\mathbf{x})$ とすると, Fig. 1 (c) のロバスト制御系となる.

最後に, 適応則 (21) と (22) を作動させ, すなわち $\gamma_F, \gamma_G > 0$, $\hat{G}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt}) = G_0(\mathbf{x}) + \hat{\Delta}_G(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Gt})$, $\hat{F}(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft}) = F_0(\mathbf{x}) + \hat{\Delta}_F(\mathbf{x}, \widehat{\mathbf{w}}_{Ft})$ とすると, Fig. 1 (d) の適応ロバスト制御系となる.

以上より, 古典的な制御器に対して, フィードフォワードモジュール, ロバストモジュール, 適応モジュールなどを階層的に加えていくことによって, 提案の適応ロバスト非線形位置決め制御器が得られることが示された. このような階層的モジュール化構成により, それぞれの環境で要求される性能と現場担当者の理解力に応じて, 従来の位置決め制御系に対して各モジュールを適宜増減するだけで, 多様な生産環境に柔軟に対応できることがわかる. したがって, 適応制御を従来の古典制御の延長としてとらえることは, 産業界における適応制御技術の普及と確立のために非常に重要であると思われる.

(注意2) 文献5), 6) の適応ロバスト位置決め制御器では, 上記のような制御器構造とは異なり, まだ教科書¹⁾ のように, 拡大誤差 $p = z_1 + \lambda z_1$ ($\lambda > 0$) を用いて, 2次系を1次系に変換してから, 適応ロバスト位置決め制御器を設計している. これは, Fig. 1 の制御器とは構造が大きく異なっている. また, 積分位置制御器がないので, 外乱またはモデリング誤差の影響が大きい, あるいは適応則をオフにした場合においては, 位置制御誤差には大きなオフセット (直流分) をもつ可能性がある. 一方, Fig. 1 のような制御器構造では, このような場合においても, 位置制御誤差 z_1 のオフセットをゼロにすることができると利点をもっている.

6. 制御器パラメータと初期条件の設定

本章では, 前章までの議論を踏まえて, 制御器パラメータと初期条件の設定指針について説明する.

6.1 PI制御とP制御のパラメータ

まず, PI制御とP制御のパラメータ c_{1p}, c_{1i}, c_2 は, (25) 式, 補題1と3に基づき, 応答時間を考えて, 従来の極配置問題のように設定すればよい. 一般にサーボ制御では, 応答時間を 0.5[sec] 以下にすることが多い.

6.2 ロバスト機構

モデリング誤差や外乱に対するロバスト特性は, 非線形減衰項のゲイン $\kappa_{21}, \kappa_{22}, \kappa_{23}$ に大きく左右される. 補題3より, 理論的には十分大きくすれば, $\mu_2(t)$ の上限を十分小さく抑えられるが, 現実には, 非線形減衰項が状態変数の非線形関数を含んでいるので, 振幅が大きく変動しやすく, 雑音にも敏感である. よって, 操作量に過大な振幅と振動をもたらすことを回避するように, 控えめに設定したほうがよい. 実際に, 補題3の評価は, 多少保守的であると考えられるので, 非線形減衰項のゲインを控えめにとっても, 意外と効果的である.

Fig. 1 Development of controller structure

6.3 適応機構

ロバスト機構で制御性能が十分と思われれば、適応ゲイン γ_F と γ_G をゼロにしてもよいが、より小さい終局制御誤差を達成するには、適応機構を用いることとなる。一般に適応ゲインの値が大きいとパラメータ推定値は雑音や制御誤差の変動に敏感になりやすく、制御入力が大きく振動するおそれがある。逆に、適応ゲインの値が小さいとパラメータの更新は遅くなる。したがって、このような相反する傾向を考慮しながら設定すべきである。そもそもここでの制御系は、適応機構がなくても、ISS 特性が保たれているので、適応ゲインはゼロから徐々にあげていけばよい。

一般にネットワーク $\hat{\Delta}_F(x, \hat{w}_F)$, $\hat{\Delta}_G(x, \hat{w}_G)$ の規模が大きいくほど、近似能力が向上し、終局制御誤差が小さくなるが、計算量も相応に増える。ネットワークも小規模から徐々に増やしてみたほうがよい。近似しきれない部分はロバスト

機構にカバーしてもらう。ゆえに、ロバスト機構と適応機構を相補的に利かせたほうがよい。

6.4 規範出力 y_r の初期設定

補題 1 と 3 の結果より、誤差信号の初期値 $z_1(0), z_2(0)$ も過渡特性に大きく影響するので、規範出力 y_r の初期値は、過渡特性の改善が図れるように適切に設定すべきである。目標指令値 y_c の値にかかわらず、規範出力フィルタの出力 $y_r = y_c/(\tau s + 1)^3$ の初期値を $y_r(0) = x_1(0), \dot{y}_r(0) = x_2(0)$ とすれば、 $z_1(0) = z_2(0) = 0$ となる。

7. シミュレーションと実験結果

大きな物理パラメータ誤差と外生的外乱が同時に影響する磁気浮上系の位置決め制御問題について検討する。(1) 式においては、

$$F(x) = g, G(x) = G(x_1) = \frac{-Q}{2M(X_\infty + x_1)^2} \quad (40)$$

$$u = i^2, d(x, t) = d(x_1, t) = 0.5G(x_1)\sin(\pi t)$$

となる。ここで、外乱 $d(x_1, t)$ は入力側に人工的に加えられた外乱である。以上において、物理パラメータの真値は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} M &= 0.54[\text{kg}], g = 9.8[\text{m/s}^2] \\ X_{\infty 0} &= 0.008114[\text{m}], Q_0 = 0.001624[\text{Hm}] \end{aligned} \quad (41)$$

また、大きなパラメータ誤差を想定して、公称パラメータを以下のように選んだ。

$$\begin{aligned} M_0 &= 0.30[\text{kg}], g_0 = 9.0[\text{m/s}^2] \\ X_{\infty 0} &= 0.0020[\text{m}], Q_0 = 0.0015[\text{Hm}] \end{aligned} \quad (42)$$

既知の公称モデルを以下のようにする。

$$F(x) = g_0, G_0(x) = G_0(x_1) = \frac{-Q_0}{2M_0(X_{\infty 0} + x_1)^2} \quad (43)$$

同タイプの制御対象について、このような大きなパラメータ誤差と外乱のもとでの実験結果は文献では見あたらないことを強調しておく。

以下では、第五章と第六章の議論に基づき、各制御器を順次に設計する。

7.1 公称非線形制御器 (Fig. 1 (b))

公称システムモデルに対する極配置制御器のパラメータを以下のように設計する。

$$c_{1p} = 40, c_{1i} = 20^2, c_2 = 40 \quad (44)$$

7.2 ロバスト非線形制御器 (Fig. 1 (c))

非線形減衰項に用いられる連続関数および非線形減衰項のゲインを以下のように選ぶ。

$$\begin{aligned} \bar{F}(x) &= g_0, \bar{d}(x, t) = |G_0(x)| \\ \kappa_{21} &= 3, \kappa_{22} = 3, \kappa_{23} = 3 \end{aligned} \quad (45)$$

7.3 適応ロバスト非線形制御器 (Fig. 1 (d))

$\Delta_F(x)$ は一個の未知パラメータ Δ_g で表現され、非線形関数誤差 $\Delta_G(x)$ は RBF ネットワーク

$$\hat{\Delta}_G(x_1, w) = \sum_{n=1}^N w_n r(x_1 - p_n) = R^T w \quad (46)$$

$$\begin{aligned} R^T &= [r(x_1 - p_1), r(x_1 - p_2), \dots, r(x_1 - p_N)] \\ w &= [w_1, w_2, \dots, w_N]^T \end{aligned} \quad (47)$$

で近似される。ただし、 $r(x_1 - p_n) = \exp[-(x_1 - p_n)^2 / (2\sigma^2)]$ は位置の動作領域 $X_1 = \{x_1 | 0[\text{m}] \leq x_1 \leq 0.013[\text{m}]\}$ に等間隔に配置したガウス基底関数であり、 p_n と σ はそれぞれその中心位置と幅である。隣接する基底関数間の中心位置を D とすると σ は $\sigma = (\sqrt{2}/\pi)D$ で与えられる⁷⁾。

各設計パラメータを以下のように与える。

ガウス基底関数の数: $N = 5$

未知パラメータの上限と下限:

$$\begin{aligned} -100 &= \underline{w}_n \leq w_n \leq \bar{w}_n = \frac{0.7Q_0}{2M_0(X_{\infty 0} + p_n)^2} \\ -4 &= \underline{\Delta}_g \leq \Delta_g \leq \bar{\Delta}_g = 6 \end{aligned}$$

ただし、 $n = 1, \dots, 5$ 。ここで、仮定3の不等式が満足されることが確認できる。

未知パラメータの初期値: $\hat{\Delta}_{g_0} = 0, \hat{w}_0 = [0, \dots, 0]^T$

適応ゲイン: $\gamma_F = 1000, \gamma_G = 600$

7.4 シミュレーションと実験結果

規範出力 y_r は矩形波をローパスフィルタ $1/(0.02s + 1)^3$ に通した信号とし、設計したロバスト非線形制御器をサンプリング周期 $T = 0.5[\text{ms}]$ で離散化して実行した。速度 x_2 の計測値は擬似微分フィルタ $sx_1/(0.004s + 1)$ を離散化して計算した。

制御結果を Fig. 2~4 に示した。それぞれの図において、上から位置 x_1 、速度 x_2 、位置誤差 z_1 、速度誤差 z_2 と制御入力 u が示されている。ただし、Fig. 2 の結果は、実機実験で確認するのは危険であるので、数値シミュレーションによって得られたものである。非線形減衰項や適応機構を用いない公称制御器では、大きな制御誤差が発生することが確認できる。Fig. 3 の結果より、非線形減衰項を用いると、誤差信号の振幅をある程度抑制しているが、まだ十分ではない。それらに対して、Fig. 4 の結果より、適応ロバスト非線形制御器では、誤差信号の振幅が適応機構によって、減少していくことがわかる。また、一般的な外生的外乱による影響は適応学習によってなくすことができないが、ロバスト機構によって抑制されていることがわかる。これらの結果は、第四章と第五章の理論的解析と議論をよく反映している。

ここでは、磁気浮上系を適用例としてあげているが、提案した制御器の汎用性を検証するために、文献9)で扱われた複雑な摩擦外乱が影響するリニアサーボモータについても、モデルの非線形関数を置き換えるだけで、有効に制御できるをシミュレーションによって確認した。

Fig. 2 Results of the nominal controller

8. おわりに

一般的な一入出力非線形メカニカルシステムに対して、(位置・速度などの)状態に依存するモデリング誤差や外乱などに対処でき、しかも(過渡特性、制御誤差のバウンドなどの

Fig. 3 Results of the robust controller

Fig. 4 Results of the adaptive robust controller

点で)理論的保証のある実用的な適応ロバスト制御器の構築手法を提案した。また、一見複雑なこの適応ロバスト制御器が従来のマイナーループをもつPI制御器の延長線上にあるというわかりやすい解釈を与えた。さらに、この解釈を踏まえて制御系の調整指針についても説明した。本論文で提案した適応ロバスト位置決め制御手法が適応制御技術の産業界での普及に役立つことができれば、幸いに思う。

最後に、ブロック線図を作成した大学院生の永井利昌君に深謝します。

参考文献

- 1) J. J. E. Slotine and W. Li: Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall (1991)
- 2) P. A. Ioannou and J. Sun: Robust Adaptive Control, Prentice-Hall (1996)
- 3) 多田, 大前: 制御エレクトロニクス, 丸善 (1998)
- 4) J. Q. Gong and B. Yao: Neural network adaptive robust control of nonlinear systems in semi-strict feedback form, *Automatica*, **37**, 1149/1160 (2001)
- 5) Li Xu and B. Yao: Adaptive robust precision motion control of linear motors with negligible electrical dynamics: theory and experiments, *IEEE Transactions on Mechatronics*, **6-4**, 444/452 (2001)
- 6) J. Q. Gong and B. Yao: Neural network adaptive robust control with application to precision motion control of linear motors, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **15-8**, 836/874 (2001)
- 7) Z. J. Yang and M. Tateishi: Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system, *Automatica*, **37-7**, 1125/1131 (2001)
- 8) M. Krstic, L. Kanellakopoulos and P. Kokotovic: Nonlinear and Adaptive Control Design, John Wiley & Sons, Inc. (1995)
- 9) S. N. Huang, K. K. Tan and T. H. Lee: Adaptive motion control using neural network approximations, *Automatica*, **38**, 227/233 (2002)
- 10) C. Rossi, A. Tilli and A. Ronielli: Robust control of a throttle body for drive by wire operation of automotive engines, *IEEE Transactions on Control System Technology*, **8**, 993/1002 (2000)
- 11) 楊 子江: 非線形システムの同定, 計測と制御, **37-4**, 249/255 (1998)
- 12) J. H. Park and G. T. Park: Adaptive fuzzy observer with minimal dynamic order for uncertain nonlinear systems, *IEEE Proceeding-Control Theory and Applications*, **150**, 188/197 (2003)
- 13) 楊 子江: <http://dickie.ees.kyushu-u.ac.jp/~yoh/memo/Proof0629.pdf> (2004)

[著者紹介]

楊 子江 (正会員)

1992年九州大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。2001年九州大学大学院システム情報科学研究院助教授。システム同定およびモーションコントロールなどの研究に従事。システム制御情報学会, 電子情報通信学会, 電気学会, ロボット学会会員。

光 安 隆

2004年九州大学工学部電気情報工学科卒業。同年同大学大学院電気電子システム工学専攻修士課程に進学。非線形システムの適応制御に関する研究に従事。

金 江 春 植 (正会員)

1983年中国大連理工大学電子工程系工業自動化専攻卒業。95年九州大学大学院工学研究科博士後期課程修了。同年九州工業大学情報工学部助手。98年10月九州大学大学院システム情報科学研究科助手。電気学会, システム制御情報学会, IEEEの各会員。

和 田 清 (正会員)

1970年九州大学工学部電気工学科卒業。75年同大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了。近畿大学助教授などを経て, 93年より九州大学教授。システム同定に関する研究に従事。電気学会, システム情報学会, IEEE 会員。