データを使った制御パラメータの直接計算

中 本 政 志*

A Direct Method to Calculate Control Parameters by Using Input and Output Data

Masashi NAKAMOTO*

This paper presents an alternative approach to calculate control parameters by using input and output data to VRFT(Virtual Reference Feedback Tuning) or FRIT(Fictitious Reference Iterative Tuning) which are proposed to design SISO control system. The proposed method is able to design a multivariable control system and also design a disturbance feedforward control system. Simulation and experimental results are shown.

Key Words: control parameter tuning, multivariable control, identification

1. ま え が き

プラントのデータを用いて構造の固定したコントローラの制御パラメータを直接に計算する方法は、システム同定などによるモデル化を介さずに、簡易に制御パラメータが得られるため多数のコントローラの調整を行なう場合など魅力的である。

このような方法として VRFT^{1),2)} (Virtual Reference Feedback Tuning) や FRIT⁴⁾ (Fictitious Reference Iterative Tuning) が提案されている。これらの方法は参照モデルを設定して、目標値応答特性を参照モデルの応答に近づけるように制御パラメータを求める。VRFT や FRIT はもとより SISO 制御系について提案されており、多変数制御系に適用するには制約がある³⁾。またこれらの方法による外乱信号を利用したフィードフォワード制御のパラメータ計算方法は提案されていない。

本論文では、VRFT や FRIT と同様に、参照モデルを設定してプラント出力応答を参照モデルの応答に近づけるように制御パラメータを求める新しい方法を提案する。提案の方法は、VRFT に比べ多変数制御系の参照モデルの制約が少ない。また外乱信号を利用したフィードフォワード制御のパラメータを求める方法も示す。

2. 準 備

P, C を $n \times m, m \times l$ の行列、 P_i, C_i を行列 P, C の i 番目の列ベクトル、 c_{ij} を行列 C の ij 要素とする。また s をスカラー量、 $r^{[i]}$ を i 番目の要素が s で残りが 0 である l

(a) input the signal to the i th input of B

(b) adding from the 1st output to the m -th output of A

Fig. 1 exchange the order of P and C

次のベクトル、 $u^{[k]}$ を k 番目の要素が s で残りが 0 である m 次のベクトル、 $y^{[k]} = Pu^{[k]}$ とする。このときつぎの関係が成り立つ。

$$PCr^{[i]} = PC_i s = \sum_{k=1}^m c_{ki} Pu^{[k]} = \sum_{k=1}^m c_{ki} y^{[k]} \quad (1)$$

P, C を伝達関数行列とすると、上の関係は C に入力される信号の出力を、 P に入力される信号の出力を用いて Fig. 1 のように計算できることを示している。

3. 設 計 方 法

ここで提案する方法は、VRFT や FRIT などと同様にプラントの入出力データを用いて、制御系の応答と参照モデルの応答が近くなるようにコントローラのパラメータを求める。

つぎのように記号を用いる。プラント P は $n \times m$ で、そのモデルは未知であるが、入出力信号が利用できるものとする。コントローラ $C(x)$ は $m \times l$ で、構造は定まっておりパラメータ x をもつとする。 $C(x)$ の i, j 要素を $c_{ij}(x)$ と書く。 $c_{ij}(x)$ には x の要素がパラメータとして含まれているとする。 M は $n \times l$ の参照モデルで設計者が指定する。コン

* (株) 東芝火力プラント事業部

* Toshiba Corporation

(Received September 9, 2005)

(Revised March 15, 2006)

Fig. 2 open loop control system

トローラや参照モデルは遅れ演算子 z^{-1} についての有理伝達関数であるが、簡単のため z^{-1} を省略する。

$s(t)$ をスカラーの信号とする、 $r^{[i]}(t)$ を第 i 要素が $s(t)$ で残りが 0 の l 次の信号とする、 $u^{[i]}(t)$ を第 i 要素が $s(t)$ で残りが 0 の m 次の信号とする、プラントの入力を $u^{[i]}(t)$ としたときの出力信号を $y^{[i]}(t)$ とする。このように定めた信号データ $u^{[i]}(t)$, $y^{[i]}(t)$, $i = 1, \dots, m$, $t = 1, \dots, N$ が得られているとする。また $v(t)$, $t = 1, \dots, N$ をベクトル信号列とすると、 $\|v\| = (\sum_{t=1}^N v^T(t)v(t))^{1/2}$ と書く。

以下で、開ループ制御、外乱フィードフォワード制御、フィードバック制御の順に設計方法を説明する。

3.1 開ループ制御

外部入力 $r(t)$ に対する、開ループ制御系 Fig. 2 の応答 $PC(x)r(t)$ が参照モデルの応答 $Mr(t)$ に近くなるように、コントローラ $C(x)$ のパラメータ x を求めたい。このためには $\|Mr(t) - PC(x)r(t)\|$ を小さくするような x を求めることが一つの方法である。ただしプラント P のモデルは未知なので、このままでは式の評価ができない。ここで $r(t) = r^{[i]}(t)$ とすると、(1) 式の関係から $\|Mr^{[i]}(t) - PC(x)r^{[i]}(t)\| = \|Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t)\|$ となる。この式はデータ $r^{[i]}(t)$, $y^{[k]}(t)$, $k = 1, \dots, m$ を用いて値の評価が可能である。すべての外部入力に対して評価するために、 $i = 1$ から $i = l$ までの和をとると、問題はつぎのような最適化問題として書くことができる。

$$\min_x \sum_{i=1}^l \|Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t)\|^2 \quad (2)$$

$C(x)$ が $m \times m$ の目標値フィルタのような場合において、定常状態で $r(t)$ と $u(t)$ を一致させる必要があるときには、 $C(x)$ の定常値 $\bar{C}(x)$ は単位行列 I になる必要がある。このような場合には制約付きの最適化問題になる。

$$\begin{aligned} \min_x \sum_{i=1}^m \|Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t)\|^2 \\ \text{subject to } \bar{C}(x) = I \end{aligned}$$

3.2 外乱フィードフォワード制御

ここでは Fig. 3 のフィードフォワード制御を考える。ここで P_1 , P_2 は $n \times m$, $n \times l$, $C(x)$ は $m \times l$ とする。 P_1 に入力信号 $u^{[i]}(t)$, $i = 1, \dots, m$ を加えたときの出力を $y^{[i]}(t)$, $i = 1, \dots, m$, P_2 に入力信号 $r^{[i]}(t)$, $i = 1, \dots, l$ を加えたときの出力を $w^{[i]}(t)$, $i = 1, \dots, l$ とし、それぞれデータが得られているとする。もし Fig. 4 のように開ループを含む場合には $P_1 = (I + G_1K)^{-1}G_1$, $P_2 = (I + G_1K)^{-1}G_2$ と考えればよい。

外部入力 $r(t)$ を外乱と考えて、この入力に対する参照モ

Fig. 3 feedforward control system 1

Fig. 4 feedforward control system 2

デルの応答 $Mr(t)$ に外乱フィードフォワードをもつ制御系の応答 $(P_2 + P_1C(x))r(t)$ が近くなるようにコントローラ $C(x)$ のパラメータ x を求める問題を考える。このためには、 $\|Mr(t) - (P_2 + P_1C(x))r(t)\|$ が小さくなるような x を求めれば良い。しかし、開ループの場合と同様にプラント P_1 , P_2 のモデルは未知なので、このままでは評価ができない。

ここで $r(t) = r^{[i]}(t)$ とすると、開ループの場合と同様に (1) の関係から $\|Mr^{[i]}(t) - (P_2 + P_1C(x))r^{[i]}(t)\| = \|Mr^{[i]}(t) - w^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t)\|$ となり、データを用いた評価が可能になる。すべての外部入力に対して評価するために、 $i = 1$ から $i = l$ までの和をとると、問題はつぎの最適化問題として書くことができる。

$$\min_x \sum_{i=1}^l \|Mr^{[i]}(t) - w^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t)\|^2 \quad (3)$$

3.3 フィードバック制御

フィードバック制御系 Fig. 5 について考える。 $C_1(x)$, $C_2(x)$ は $m \times n$, $m \times l$ とする。

外部入力 $r(t)$ に対する参照モデルの応答 $Mr(t)$ にフィードバック制御系の応答 $(I + PC_1(x))^{-1}PC_2(x)r(t)$ が近くなるようにコントローラ $C_1(x)$, $C_2(x)$ のパラメータ x を求める。このためには、 $\|Mr(t) - (I + PC_1(x))^{-1}PC_2(x)r(t)\|$ が小さくなるような x を求めれば良いが、後でデータを用いた計算方法を導くため $\|(I + PC_1(x))Mr(t) - PC_2(x)r(t)\|$ を小さくすることを考える。

$(I + PC_1(x))^{-1}$ の行列ノルムを γ とする。 $(I + PC_1(x))^{-1}$ は感度行列なので制御性を要求される領域では γ は大きな値にはならない。また、

$$\begin{aligned} \|Mr(t) - (I + PC_1(x))^{-1}PC_2(x)r(t)\| \\ \leq \gamma \|(I + PC_1(x))Mr(t) - PC_2(x)r(t)\| \end{aligned}$$

なので、 $\|(I + PC_1(x))Mr(t) - PC_2(x)r(t)\|$ が小さくなれば、 $\|Mr(t) - (I + PC_1(x))^{-1}PC_2(x)r(t)\|$ も小さくなる。

ここでは $C_2(x) - C_1(x)M$ の i, j 要素を $c_{ij}(x)$ と記すこ

Fig. 5 feedback control system 1

Fig. 6 feedback control system 2

とにする。(1)式から、

$$\begin{aligned} & \| (I + PC_1(x)) Mr^{[i]}(t) - PC_2(x)r^{[i]}(t) \| \\ &= \| Mr^{[i]}(t) - P(C_2(x) - C_1(x)M)r^{[i]}(t) \| \\ &= \| Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t) \| \end{aligned}$$

となり、データを使って評価できる式が得られる。これから x を求めるにはつぎの最適化問題を考えればよい。

$$\min_x \sum_{i=1}^l \| Mr^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m c_{ki}(x)y^{[k]}(t) \|^2 \quad (4)$$

ここで x が $C_1(x)$, $C_2(x)$ において線形であれば、 $c_{ij}(x)$ においても線形になる。

制御系が Fig. 6 のような誤差フィードバックの場合には、 $C(x) = C_1(x) = C_2(x)$, $l = n$ なので $C(x)(I - M)$ の i, j 要素を $c_{ij}(x)$ とする。

3.4 最適化計算について

x が $C(x)$ (または $C_1(x)$, $C_2(x)$) において線形であれば、最適化問題 (2)(3)(4) 式は、 $r^{[i]}(t)$ と $y^{[k]}(t)$ を用いて作られるベクトル p と行列 Q によりつぎのように表わされる。

$$\min_x (p - Qx)^T (p - Qx)$$

これから最小 2 乗法により $x = (Q^T Q)^{-1} Q^T p$ となる。

また $C(x)$ の分母が共通のパラメータをもち $C(x) = 1/d(x) \cdot \hat{C}(x)$ と書け、 $d(x)$, $\hat{C}(x)$ が x について線形となる場合には、 $\hat{c}_{ki}(x)$ を $\hat{C}(x)$ の ki 要素として、たとえば (2) のかわりに $\| Md(x)r^{[i]}(t) - \sum_{k=1}^m \hat{c}_{ki}(x)y^{[k]}(t) \|$ を考えて、上の場合と同様に最小 2 乗法により解を求めることができる。

3.5 VRFT, FRIT との関係

3.5.1 評価式について

フィードバック制御 Fig. 6 について考える。提案の方法と VRFT と FRIT との関係を示すため、ここではフィルター L をもつ評価式を考える。 $u(t)$ と $y(t)$ をプラントの入出力データとする。VRFT と FRIT はつぎの最適化問題を解いてパラメータ x を求める。

$$\text{VRFT} : \min_x \| Lu(t) - C(x)(M^{-1} - I)Ly(t) \| \quad (5)$$

$$\text{FRIT} : \min_x \| Ly(t) - M(C(x)^{-1}Lu(t) + Ly(t)) \| \quad (6)$$

これから SISO 制御系の場合には VRFT については $L = M$, FRIT については $L = C(x)$ とすると本提案の方法と同じ問題になる。

多変数制御系の場合は、本提案の方法では操作端ごとの評価式を加算しているため、VRFT などとは評価式が異なる。

3.5.2 フィルターについて

VRFT は参照モデルの逆システムを評価式に含むが、参照モデルは一般に一次遅れなどのローパス特性をもつように選択されるため、その逆システムは微分的な演算をもつハイパス特性をもつ。このため雑音を含む信号を用いる場合には、最適化計算を適切に行なうためローパス特性をもつフィルターを設ける必要がある。多変数制御系の場合に (5) 式のようにフィルターを設けるとき、評価式の最小化が $C(x)$ が参照モデルの応答に制御系の応答を近づけることを意味するためには、フィルター L は対角で同じ要素をもつ必要がある³⁾。したがって参照モデルの逆システムをキャンセルするようフィルター L が構成できるためには、参照モデル M は対角に制限される。

本提案の方法や FRIT では M の逆システムのような微分的な演算がないため、雑音を含むデータについても VRFT よりも数値的に有利と考えられる。特に SISO 制御系の場合には前節でみたように VRFT で $L = M$ とフィルターを設けた場合と等価になっている。

4. 数 値 例

シミュレーションにより数値例を示す。Fig. 4 のフィードフォワード制御と Fig. 6 のフィードバック制御のパラメータを計算する。プラントモデルは次式とする。 $P = G_1$ とする。

$$G_1 = \begin{bmatrix} \frac{e^{-4s}}{10s+1} & \frac{0.75e^{-3s}}{15s+1} \\ \frac{-0.75e^{-6s}}{30s+1} & \frac{e^{-5s}}{20s+1} \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} \frac{-0.8e^{-7s}}{4s+1} & \frac{0.9e^{-8s}}{8s+1} \end{bmatrix}$$

Fig. 4 の K は対角で要素は共に $1 + 0.1/(1 - z^{-1})$ とする。

4.1 外乱フィードフォワード設計

つぎの 2 種類の連続時間モデルについて、サンプル時間 1 秒で離散化したものを参照モデルとする(注 1)。

$$\text{model 1} \left[\begin{array}{c} \frac{-0.025se^{-6s}}{4s^2+4s+1} \\ \frac{0.25se^{-6s}}{256s^2+32s+1} \end{array} \right], \text{model 2} \left[\begin{array}{c} \frac{-0.25se^{-6s}}{256s^2+32s+1} \\ \frac{0.025Se^{-6s}}{4S^2+4s+1} \end{array} \right]$$

$C(x) = [N_1(x) \ N_2(x)]^T / d(x)$ とする。 $N_1(x)$, $N_2(x)$, $d(x)$ は z^{-1} の多項式で、その係数をパラメータとする。

Fig. 7 にテストデータを示す。上から順に (a) 外乱, (b) u_1 , (c) u_2 を変化したときのプラント出力の応答を示す。点線は外乱, u_1, u_2 , 実線に円印は y_1 , 三角印は y_2 を示す。このデータと参照モデルに対して得られたパラメータの値を Table 1 に z^{-n} の順に示す。

求めたコントローラを用いたシミュレーション結果を Fig. 8

(注 1) 次節のフィードバックの計算の場合も同様であるが、プラントのむだ時間よりも早い時間の応答は実現不可能である。プラントのむだ時間より早い応答を参照モデルに設定すると容易に不安定なコントローラを計算するようになる。

Table 1 parameters of feedforward controller

n	model 1			model 2		
	d	N ₁	N ₂	d	N ₁	N ₂
0	1.000	-0.076	-0.001	1.000	-0.315	-0.000
1	-1.626	0.127	0.151	-1.693	0.758	0.619
2	0.649	0.509	-0.255	0.711	0.293	-1.510
3	0	0.750	-1.781	0	0.117	-0.737
4	0	-2.478	4.057	0	-2.091	3.805
5	0	1.154	-2.757	0	1.244	-2.752
6	0	0.016	0.571	0	0.010	0.593
7	0	-0.031	0.014	0	-0.019	0.018
8	0	0.052	0.002	0	0.017	-0.039

Fig. 7 simulation ; feedforward design data

Fig. 8 simulation ; feedforward control

に示す。大きさ1のステップ外乱を10サンプル目で加える。上から順にフィードフォワード制御のない場合, model 1, model 2を用いて設計した応答を示す。実線に円印は y_1 , 三角印は y_2 , 点線は参照モデルの応答を示す。この結果では出力と参照モデルの応答とに少し差があるが, コントローラの分子側の次数を上げるとグラフでは応答の区別がなくなる。

4.2 フィードバック設計

制御器の構成は多変数の PID 制御とする。

Table 2 parameters of feedback controller

	model 1		model 2	
	K_P	K_I	K_D	
K_P	1.0087	0.2909	0.0659	-0.6023
K_I	0.4395	0.4990	0.0063	2.2181
K_D	0.0804	-0.0057	0.0191	-0.0481
	0.0508	0.0260	0.0119	0.0747
	0.3442	2.9491	-0.3604	0.5501
	-0.2620	0.1392	-0.1139	3.4030

Fig. 9 simulation ; feedback design data

Fig. 10 simulation ; feedback control r_1 change Fig. 11 simulation ; feedback control r_2 change

$$C(x) = K_P + \frac{1}{1-z^{-1}} K_I + (1-z^{-1}) K_D$$

K_P, K_I, K_D は 2×2 行列で, その要素を求めるパラメータとする。つぎの参照モデルをフィードフォワード制御の場合と同様に離散時間化する。

$$\begin{aligned} \text{model 1} & \begin{bmatrix} \frac{e^{-4s}}{4s^2+4s+1} & \frac{5se^{-4s}}{16s^2+8s+1} \\ 0 & \frac{e^{-4s}}{256s^2+32s+1} \end{bmatrix} \\ \text{model 2} & \begin{bmatrix} \frac{e^{-4s}}{256s^2+32s+1} & \frac{5se^{-4s}}{16s^2+8s+1} \\ 0 & \frac{e^{-4s}}{4s^2+4s+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Fig. 15 Closed loop response : model 1, r_1 change Fig. 16 Closed loop response : model 1, r_2 change Fig. 17 Closed loop response : model 2, r_1 change

にステップ変化している。各図において上段のグラフは出力 y_1 を実線、目標値 r_1 を点線、参照モデルの応答（計算値）を破線で示す。中段のグラフは上段のグラフと同様に、出力 y_2 、目標値 r_2 、参照モデルの応答を示す。下段のグラフは操作量を示し、実線が u_1 、破線が u_2 である。

これらの試験結果から、閉ループの応答が参照モデルの応答に近いことが確かめられる。特に、Fig. 16, 18 に見られるように参照モデルの差（非対角項のゲイン）により y_1 の応答が変化することが確かめられる。

6. あとがき

プラントデータを用いた新しい制御パラメータの計算方法を提案した。またシミュレーションによる数値例と実験により提案方法の効果を示した。

提案の方法にはつぎのような特徴がある。

Fig. 18 Closed loop response : model 2, r_2 change

● 提案の方法は FRIT と同様にプラント出力と参照モデルの応答の差を評価しており直接的である。一方 VRFT は操作量を評価しているため間接的である。

● 一入力一出力制御系の場合にはフィルターの選び方により VRFT, FRIT は提案の方法と同一になる。

● 多変数制御系の場合、提案の方法には VRFT のような参照モデルについての制約がないが、操作端に個別に同一パターンのテスト信号を加えてデータを収集する必要がある。VRFT はデータの収集にこのような制約はない。FRIT については多変数制御系への適用は報告されていない。

今後の検討課題として、VRFT の設計方法と同様に、適切な入出力データや参照モデルを選択する条件を求めることなどがある。

参考文献

- 1) M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers, *Automatica*, 38, 1337/1346 (2002)
- 2) A. Lecchini, M. C. Campi and S. M. Savaresi: Virtual reference feedback tuning: a direct method for two degree of freedom controllers, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 16, 355/371 (2002)
- 3) 中本政志: VRFT を応用した多変数のプロセス制御系の調整, 計測自動制御学会論文集, 41-4, 330/337 (2005)
- 4) 相馬, 金子, 藤井, 一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ-Fictitious Reference Iterative Tuning の提案, システム制御情報学会論文誌, 17-12, 528/536 (2004)

[著者紹介]

中本 政志 (正会員)

1951 年 1 月 14 日生まれ。73 年大阪大学基礎工学部電気工学科卒業, 79 年同制御工学科修士課程修了。73 年から 77 年までダイキン工業 (株) 勤務。79 年から (株) 東芝勤務。発電設備の計装制御の設計と開発を担当 (工学博士)。93 年 IFAC World Congress Application Paper Prize, 95 年システム制御情報学会論文賞, 96 年本学会技術賞, 2001 年本学会論文賞・友田賞を受賞。