射影型反復学習による連続時間閉ループ同定法

酒井 史敏*・杉江 俊治**

Continuous-time Closed-loop Identification Method via Projection Type Iterative Learning

Fumitoshi SAKAI* and Toshiharu SUGIE**

This paper presents a new framework for closed-loop identification of linear continuous-time systems directly from the sampled I/O data based on trial iterations. The method achieves identification through ILC (iterative learning control) concepts without any knowledge of compensators in the loop. The robustness against measurement noise is achieved through both projection of continuous-time I/O signals onto a finite dimensional space and noise tolerant learning algorithms. Its effectiveness is demonstrated through numerical examples for a linear, non-minimum phase and unstable plant.

Key Words: closed-loop identification, continuous-time system, projection type iterative learning

1. はじめに

フィードバック制御されている制御対象の入出力特性を同定する、閉ループ同定は、古くから現場でのニーズの高い問題としてさまざまなアプローチが研究されている^{1)~5)}。特に、制御対象が不安定系の場合にはフィードバックループを切断した状態でデータを取得することが本質的に困難であり、安定化制御器によりフィードバック制御系を構成して制御対象の同定を行ないたい場合などで重要な役割を果たす。

閉ループ同定法を含めたシステム同定理論のほとんどが離散時間上の入出力データに基づき離散時間モデルを同定しているが、連続時間システムは時定数など物理パラメータとの対応が明確で解析が行ない易く、種々のサンプリング時間に応じた離散時間モデルを得ることができるという利点があり、連続時間モデルを直接同定する方法が提案されている^{6)~9)}。しかし、閉ループ系から連続時間モデルを直接同定する手法はほとんど見あたらない。

著者らは、これまでに入力空間の有限次元化による反復学習制御を利用した連続時間システム同定法を提案し、サンプリングされた入出力信号から連続時間システムのパラメータが推定されることを示し、過去の試行における情報を有効に利用した耐雑音性を有する反復学習制御を提案している^{10)~12)}。一方で、反復学習制御をフィードバック制御された制御系に

適用している事例^{13)~15)}もあり、反復学習制御を利用した連続時間システム同定法を閉ループ系に適用することができれば制御対象の連続時間モデルを直接同定することが可能になると考えられる。

そこで、本論文では著者らの提案した反復学習制御を利用した連続時間システム同定法に基づき、フィードバック制御により安定化された制御系から制御対象の連続時間モデルを直接同定する手法を提案する。また、学習更新則および学習ゲインの選択に関しては著者らがこれまでに提案してきた手法をそのまま適用することができ、開ループ系同定と閉ループ系同定を全く同様の枠組みで扱うことができることを示す。提案手法の有効性は、モデル化誤差をもつ不安定かつ非最小位相系に対して連続時間閉ループ同定を行なった数値例により示す。

本論文で用いる記号はつぎのとおりである。試行の反復回数を上付文字で、集合やベクトルの要素を下付文字で表わす。たとえば第 k 試行目の入力 u は u^k 、ベクトル α の第 i 番目の要素は α_i と表わす。

2. 問題設定

つぎの微分方程式によって表現される 1 入力 1 出力システムを制御対象とする。

$$y(t) = \frac{B^o(p)}{A^o(p)} u(t) \\ \triangleq \frac{\beta_0^o + \beta_1^o p + \cdots + \beta_m^o p^m}{\alpha_0^o + \alpha_1^o + \cdots + \alpha_{n-1}^o p^{n-1} + p^n} u(t) \quad (1)$$

ここで、 $u(t) \in L_2[0, T]$, $y(t) \in L_2[0, T]$ はそれぞれ入力と出力であり、 $\alpha_i^o \in \mathbb{R}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$), $\beta_i^o \in \mathbb{R}$ ($i = 0, 1, \dots, m$) は分母・分子の係数である。また、 p は微分オペレータであり、例えば $pu(t) = du(t)/dt$ を意味する。

* 奈良工業高等専門学校 大和郡山市矢田町 22

** 京都大学大学院情報学研究所 宇治市五ヶ庄

* Nara National College of Technology, 22 Yata-cho, Yamatokoriyama

** Graduate School of Informatics, Kyoto University, Gokasho, Uji

(Received March 29, 2007)

(Revised August 7, 2007)

Fig. 1 Data generation scheme

ここで,

- 制御対象は適当なコントローラ $K(p)$ によって安定化されている.
- 1 回の試行は有限時間区間 $[0, T]$ で行われ, それぞれの試行はフィードバック制御系の平衡状態から開始されるものとする.
- 制御対象の分母多項式 $A^o(p)$ と分子多項式 $B^o(p)$ は既約である. また, それぞれの次数 n, m は既知であり, プロバ ($n \geq m$) である.
- 観測出力信号 $\tilde{y}(t)$ は正規性白色雑音 $w(t)$ が付加された信号であり,

$$\tilde{y}(t) = y(t) + w(t)$$

で表わされる.

を仮定し, つぎの問題を考える.

連続時間閉ループ同定問題: 観測出力信号 $\tilde{y}(t)$ および入力信号 $u(t)$ に基づき制御対象の分母・分子の係数 $\alpha_i^o \in \mathbb{R}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$), $\beta_i^o \in \mathbb{R}$ ($i = 0, 1, \dots, m$) を求めよ.

3. 射影型反復学習による同定法

ここでは, 射影型反復学習により閉ループ系から直接連続時間システム同定を行うための基本的なアイデアを連続時間信号を用いて述べる.

まず, 少なくとも n 回微分可能な滑らかな信号 $r(t) \in L_2[0, T]$ を選び, Fig. 1 に示すように, 第 k 試行目に推定された分子多項式 $B^k(p)$ に通した信号 $B^k(p)r(t)$ に制御対象の出力信号 $y^k(t)$ を追従させること ($\epsilon^k(t) \rightarrow 0, (k \rightarrow \infty)$) を考える. ここで, 第 k 試行目に推定された分母・分子多項式をそれぞれ

$$\begin{aligned} A^k(p) &\triangleq \alpha_0^k + \alpha_1^k p + \dots + \alpha_{n-1}^k p^{n-1} + p^n \\ B^k(p) &\triangleq \beta_0^k + \beta_1^k p + \dots + \beta_m^k p^m \end{aligned}$$

で定義している.

このとき, フィードフォワード入力信号 $u_{ff}^k(t)$ は

$$u_{ff}^k(t) = A^k(p)r(t) \quad (2)$$

で与えられ, 出力信号 $\tilde{y}^k(t)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{y}^k(t) &= \frac{\frac{B^o(p)}{A^o(p)} \left(K(p) + \frac{A^k(p)}{B^k(p)} \right)}{1 + \frac{B^o(p)}{A^o(p)} K(p)} B^k(p)r(t) \\ &\quad + \frac{1}{1 + \frac{B^o(p)}{A^o(p)} K(p)} w^k(t) \end{aligned}$$

で表わされる. よって, 追従誤差信号 $\epsilon^k(t)$ は

$$\begin{aligned} \epsilon^k(t) &\triangleq \tilde{y}^k(t) - B^k(p)r(t) \\ &= T(p)A^k(p)r(t) - S(p)B^k(p)r(t) \\ &\quad + S(p)w^k(t) \end{aligned} \quad (3)$$

によって得られる. ここで,

$$T(p) \triangleq \frac{\frac{B^o(p)}{A^o(p)}}{1 + \frac{B^o(p)}{A^o(p)} K(p)}, \quad S(p) \triangleq \frac{1}{1 + \frac{B^o(p)}{A^o(p)} K(p)}$$

を定義している.

つぎに $n+m+1$ 次元の基底関数 $f_1(t), \dots, f_{n+m+1}(t) \in L_2[0, T]$ を導入し, 誤差信号 $\epsilon^k(t)$ の $n+m+1$ 次元部分空間

$$\mathcal{F} \triangleq \text{span}\{f_1(t), f_2(t), \dots, f_{n+m+1}(t)\}$$

上への射影を考える. $\epsilon^k(t)$ の部分空間 $\mathcal{F}$ 上への射影を

$$\epsilon^k(t)|_{\mathcal{F}} = \delta_1^k f_1(t) + \dots + \delta_{n+m+1}^k f_{n+m+1}(t)$$

として, $n+m+1$ 次元ベクトル $\delta^k \triangleq [\delta_1^k, \dots, \delta_{n+m+1}^k]^T$ で表現する. ここで, 基底関数 $f_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n+m+1$) は

$$\begin{aligned} &\int_0^T (T(p)A^k(p) - S(p)B^k(p)) r(t) f_i(t) dt \\ &= \int_0^T \frac{B^o(p)A^k(p) - A^o(p)B^k(p)}{A^o(p) + B^o(p)K(p)} r(t) f_i(t) dt = 0, \\ &i = 1, 2, \dots, n+m+1 \end{aligned} \quad (4)$$

を満たすとき, $B^o(p)A^k(p) - A^o(p)B^k(p) = 0$ となるものを選ぶものとする. この条件は観測雑音がない場合の追従誤差信号

$$\epsilon^k(t) \triangleq \frac{B^o(p)A^k(p) - A^o(p)B^k(p)}{A^o(p) + B^o(p)K(p)} r(t)$$

を部分空間 $\mathcal{F}$ 上へ射影したとき、これが 0 ならばもとの信号 $e^k(t)$ そのものが 0 でなければならないことを意味している。ところが信号 $e^k(t)$ は $n+m+1$ 個の推定パラメータに関して線形なので、上記条件を満たす基底関数 $f_i(t)$ ($i=1,2,\dots,n+m+1$) を見つけることは容易である。たとえば、後の数値例に示すように $r(t)$ とその高階微分によって基底を構成すればよい。なお、 $A^\circ(p)$ と $B^\circ(p)$ は既約であるので、 $B^\circ(p)A^k(p) - A^\circ(p)B^k(p) = 0$ が成立することは、 $A^k(p) = A^\circ(p)$ 、 $B^k(p) = B^\circ(p)$ を意味する。

さらに、真の制御対象および第 k 試行目に推定されたシステムの分母・分子の係数を用いたパラメータベクトル

$$\begin{aligned}\gamma^\circ &\triangleq [\alpha_0^\circ, \dots, \alpha_{n-1}^\circ, \beta_0^\circ, \dots, \beta_m^\circ]^T \\ \gamma^k &\triangleq [\alpha_0^k, \dots, \alpha_{n-1}^k, \beta_0^k, \dots, \beta_m^k]^T\end{aligned}$$

を定義する。この $n+m+1$ 次元のパラメータベクトルを用いると、フィードバック制御により安定化された閉ループ系は

$$\delta^k = M\gamma^k + \bar{\delta} \quad (5)$$

によって表現される。ここで、 $M \in \mathbb{R}^{(n+m+1) \times (n+m+1)}$ は定数行列であり、 $\bar{\delta}$ は分母多項式 $A^k(p)$ の最高次数の係数 (= 1) に対応するオフセット項である。観測雑音がない場合 ($w^k(t) = 0$) を考えると、 $\delta^k = 0$ が成り立つとき $0 = M\gamma^k + \bar{\delta}$ は、基底関数 $f_i(t)$ の選び方に関する仮定から、唯一解 $\gamma^k = \gamma^\circ$ をもつ。すなわち、 M は正則で $\bar{\delta} = -M\gamma^\circ$ が成り立つ。したがって、(5) 式は

$$\delta^k = M(\gamma^k - \gamma^\circ)$$

と表わされ、観測雑音を考慮したときは

$$\delta^k = M(\gamma^k - \gamma^\circ) + \nu^k \quad (6)$$

となる。ここで、 $\nu^k \in \mathbb{R}^{n+m+1}$ は観測雑音に対する出力 $S(p)w^k(t)$ を部分空間 $\mathcal{F}$ 上に射影したベクトルを表わしている。

以上の準備の下で、 γ^k を何らかの学習更新則により更新し、信号 $B^k(p)r(t)$ に制御対象の出力信号 $y^k(t)$ を追従させることができれば $\gamma^k \rightarrow \gamma^\circ$ が達成される。

4. 学習更新則と学習ゲイン

閉ループ系を (6) 式で記述することによって、著者らがこれまでに提案した学習更新則および学習ゲインをそのまま利用することができる。本論文ではつぎの学習更新則を適用する (Fig. 2)。

$$\gamma^{k+1} = \gamma^k + H^k \delta^k \quad (7)$$

ここで、 $H^k \in \mathbb{R}^{(n+m+1) \times (n+m+1)}$ は試行回数 k に対して逐次的に更新する学習ゲインである。

学習ゲイン H^k に関して以下の結果が得られている¹²⁾。

[命題] 次式で与えられる学習ゲイン H^k を学習更新則 (7) 式に適用する。

$$H^k = -\frac{1}{k+1} M^{-1} \quad (8)$$

このとき、

$$E[(\gamma^k - \gamma^\circ)(\gamma^k - \gamma^\circ)^T] \rightarrow 0, \quad k \rightarrow \infty$$

が達成される。

読者の便宜のため、付録に証明を与えておく。

(8) 式の学習ゲインは、閉ループ系のパラメータ空間表現行列 M が推定できていればその他の事前情報は一切必要ないという利点がある。また、実験などにより推定した不確かさをもつ行列 $\hat{M}$ を用いた場合においても、任意のベクトル $x \neq 0$ に対して $x^T \hat{M}^{-1} M x > 0$ を満たせば $E[(\gamma^k - \gamma^\circ)(\gamma^k - \gamma^\circ)^T] \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$ が成り立ち、行列 M の推定誤差に対してロバスト性を有することが示されている¹²⁾。

なお、初期推定誤差の共分散行列 P^0 および観測雑音の共分散行列 V の情報が利用できる場合には、つぎの Kalman フィルタに基づく学習ゲインを用いることでさらによい推定結果を得ることもできる¹²⁾。

$$H^k = -P^k M^T (M P^k M^T + V)^{-1} \quad (9)$$

$$P^{k+1} = P^k - P^k M^T (M P^k M^T + V)^{-1} M P^k \quad (10)$$

ここで、

$$V \triangleq E[\nu^k (\nu^k)^T]$$

$$P^0 \triangleq E[(\gamma^0 - \gamma^\circ)(\gamma^0 - \gamma^\circ)^T]$$

である。

5. デジタル実装と行列 M の推定

ここでは、デジタル実装するための準備を行ない、制御対象のパラメータ空間表現である行列 M の推定を考える。

第3節における条件を満たす基底関数 $f_i(t)$ ($i=1,2,\dots,n+m+1$) をそれぞれサンプリング時間 T_s でサンプルし、縦に並べた行列を

Fig. 2 Update law in parameter space

$$V_{df} \triangleq \begin{bmatrix} f_1(0) & f_2(0) & \dots & f_{n+m+1}(0) \\ f_1(T_s) & f_2(T_s) & \dots & f_{n+m+1}(T_s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_1(NT_s) & f_2(NT_s) & \dots & f_{n+m+1}(NT_s) \end{bmatrix}$$

と定義し、この行列 V_{df} を QR 分解により次式を満足する $U \triangleq [f_1, f_2, \dots, f_{n+m+1}] \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (n+m+1)}$ と正則な上三角行列 $R \in \mathbb{R}^{(n+m+1) \times (n+m+1)}$ との積により表わす。

$$V_{df} = UR, \quad U^T U = I_{n+m+1} \quad (11)$$

さらに、 n 回微分可能な信号 $r(t)$ を選び、 $V_r(t)$ 、 α^k 、 β^k を

$$V_r(t) = \left[r(t), \frac{dr(t)}{dt}, \dots, \frac{d^n r(t)}{dt^n} \right]$$

$$\alpha^k \triangleq [\alpha_0^k, \alpha_1^k, \dots, \alpha_{n-1}^k, 1]^T$$

$$\beta^k \triangleq [\beta_0^k, \beta_1^k, \dots, \beta_m^k]^T$$

で定義する。このとき、 $u_{ff}^k(t) = A^k(p)r(t)$ と $B^k(p)r(t)$ は

$$A^k(p)r(t) = V_r(t)\alpha^k$$

$$B^k(p)r(t) = V_r(t)[1:m+1]\beta^k$$

と表わすことができる。ここで、 $V_r(t)[1:m+1]$ は $V_r(t)$ の 1 から $m+1$ 列目によって構成されるベクトルを意味している。

サンプリング時間 T_s でサンプルされた第 k 試行目の入出力信号をベクトル化して

$$u_{ff}^k \triangleq [u_{ff}^k(0), u_{ff}^k(T_s), \dots, u_{ff}^k(NT_s)]^T \in \mathbb{R}^{N+1}$$

$$\tilde{y}^k \triangleq [\tilde{y}^k(0), \tilde{y}^k(T_s), \dots, \tilde{y}^k(NT_s)]^T \in \mathbb{R}^{N+1}$$

とする。同様に他の信号も $y^k \in \mathbb{R}^{N+1}$ 、 $\epsilon^k \in \mathbb{R}^{N+1}$ 、 $w^k \in \mathbb{R}^{N+1}$ と表わしておく。時変ベクトル $V_r(t)$ もサンプリし、 $V_{dr} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (n+1)}$ を

$$V_{dr} \triangleq \begin{bmatrix} r(0) & \dot{r}(0) & \dots & r^{(n)}(0) \\ r(T_s) & \dot{r}(T_s) & \dots & r^{(n)}(T_s) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r(NT_s) & \dot{r}(NT_s) & \dots & r^{(n)}(NT_s) \end{bmatrix}$$

と定義しておけば、第 k 試行目におけるフィードフォワード入力信号 u_{ff}^k は

$$u_{ff}^k = V_{dr}\alpha^k$$

と表わされる。

つぎに、定数行列 M を推定することを考える。(3) 式の $T(p)$ と $S(p)$ は 1 入力 1 出力線形時不変系であるから、0 次ホールドされた入力 u^k に対応する出力 y^k は試行回数 k に関係なくそれぞれ

$$y_T^k = G_T u^k, \quad y_S^k = G_S u^k \quad (12)$$

によって表わされる。ここで、 $G_T, G_S \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ は

$$G_T = \begin{bmatrix} g_{T0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{T1} & g_{T0} & 0 & \dots & 0 \\ g_{T2} & g_{T1} & g_{T0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_{TN} & g_{TN-1} & g_{TN-2} & \dots & g_{T0} \end{bmatrix}$$

$$G_S = \begin{bmatrix} g_{S0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{S1} & g_{S0} & 0 & \dots & 0 \\ g_{S2} & g_{S1} & g_{S0} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ g_{SN} & g_{SN-1} & g_{SN-2} & \dots & g_{S0} \end{bmatrix}$$

である。 G_T, G_S の第 1 列目は、それぞれ $T(p)$ 、 $S(p)$ に $u = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$ を入力したときの出力 y_T および y_S である。実験によって得られる行列 G_T および G_S を用いると、誤差信号 ϵ^k は

$$\epsilon^k = G_T V_{dr} \alpha^k - G_S V_{dr} [1:m+1] \beta^k$$

のように表わされる。 f_i ($i = 1, 2, \dots, n+m+1$) は正規直交基底であるので、誤差信号 ϵ^k の射影は

$$\delta^k = U^T \epsilon^k$$

で表わされる。したがって、(5) 式の M と $\bar{\delta}^k$ は

$$M = U^T [G_T V_{dr} [1:n], -G_S V_{dr} [1:m+1]] \quad (13)$$

$$\bar{\delta} = U^T G_T V_{dr} [n+1] \quad (14)$$

となり、パラメータベクトルの初期推定値 γ^0 は

$$\gamma^0 = -M^{-1} \bar{\delta} \quad (15)$$

によって求めることができる。

行列 M を求めるためには安定化された閉ループ系の応答のみが必要であり、コントローラ $K(p)$ の複雑さは影響しないことに注意する。

6. 数 値 例

次式の伝達関数で表わされる非最小位相かつ不安定なシステムを同定したい実システムと考える。

$$P(s) = \frac{-0.5s + 1}{s^3 + 5s^2 + 4s - 10} \quad (16)$$

このシステムの正確なパラメータはわかっておらず、ノミナルモデルが

$$\hat{P}(s) = \frac{-0.6s + 0.8}{s^3 + 6s^2 + 5s - 8} \quad (17)$$

で与えられるとする。ノミナルモデルおよび実システムを安定化するコントローラ $K(s)$ として、ノミナルモデルに基づき $\mathcal{H}^\infty$ ループ整形法により設計したコントローラ

$$K(s) = \frac{1193.6(s + 4.489)(s + 2.289)(s + 0.000838)}{s(s + 15.65)(s + 7.43)(s^2 + 1.412s + 10.3)}$$

を用いる。

つぎに、前述の議論に基づき、パラメータ推定誤差が $\delta^k \rightarrow 0$, $k \rightarrow \infty$ を達成するようなフィードフォワード入力 $u_{ff}(t)$ を加えることを考える。 n 回微分可能な信号 $r(t)$ をつぎの伝達関数で記述されるフィルタに ± 1 のピーク値をもつ矩形波信号を入力したときの出力信号として与え V_{dr} を求める。

$$F(s) = \frac{10^5}{(s+10)^5}$$

また、基底関数も信号 $r(t)$ を用いて

$$f_1(t) = r(t), f_2(t) = \frac{dr(t)}{dt}, \dots, f_5(t) = \frac{d^4 r(t)}{dt^4}$$

と選び、 $U = [f_1, f_2, \dots, f_5]$ を求めておく。

制御対象およびコントローラに関して全く事前情報のない場合は前章で述べたように実験により G_T および G_S を求めればよいが、ここでは制御対象のノミナルモデル $\hat{P}(s)$ およびコントローラ $K(s)$ の情報が利用できるとして、ノミナルモデルを用いた閉ループ系から (12) 式の G_T および G_S を求め、ノミナルモデルを用いた閉ループ系のパラメータ空間表現である行列 $\hat{M}$ および $\hat{\delta}$ をそれぞれ (13), (14) 式により計算し、(15) 式により初期推定値 γ^0 を求める。

以上の準備のもとで、(7) 式の学習更新則に、(8) 式の学習ゲインを用い、50 回の試行を行なった結果を以下に示す。ここで、各試行における時間区間は $T = 10[s]$ であり、サンプリング時間は $T_s = 10[ms]$ としている。すなわち、1 試行におけるデータ数は 1001 である。第 0 回目および第 10 回目の試行における観測出力 $\hat{y}^k(t)$ と信号 $B^k(p)r(t)$ を Fig. 3 に示している (図中、実線が信号 $B^k(p)r(t)$ 、破線が観測出力 $\hat{y}^k(t)$)。ここで、出力信号 $y^k(t)$ には雑音対信号比 (NSR) がおよそ 10% となるように正規性白色雑音を加えている。試行の繰り返しにより信号 $B^k(p)r(t)$ に観測出力 $\hat{y}^k(t)$ が追従していることが確認できる。また、各試行ごとに同定されたシステムのパラメータを Fig. 4 に示しているが、10 回程度の試行ではほぼ正確にそれぞれのパラメータが実システムのパラメータ ($\alpha_0 = -10$, $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 5$, $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = -0.5$) に収束しており、Fig. 5 に示すように各試行におけるパラメータ推定誤差のユークリッドノルム $\|\gamma^k - \gamma^0\|$ は試行の繰り返しによって指数的に減少していることが確認できる。Fig. 6 には 50 種類の異なる観測雑音を加えたときの同定結果において、第 10 回目の試行で同定されたシステムの Bode 線図を重ねてプロットしている。ここで、実線は真のシステム ((16) 式) を表わしているが、観測雑音の影響をほとんど受けず正確に真のシステムと一致する結果が得られた。

7. おわりに

本論文では、射影型反復学習を利用しフィードバック制御により安定化された制御系から制御対象の連続時間モデルを直接同定する連続時間閉ループ同定法を提案した。また、学習更新則および学習ゲインの選択に関しては著者らがこれま

Fig. 3 Measured output $\hat{y}^k(t)$ and $B^k(p)r(t)$

Fig. 4 Identified coefficients γ^k in each trial (True value: $\alpha_0 = -10$, $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 5$, $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = -0.5$)

Fig. 5 Euclidean norm of the parameter estimation error $\|\gamma^k - \gamma^0\|$

でに提案してきた手法をそのまま適用することができ、開ループ系同定と閉ループ系同定を全く同様の枠組みで扱うことができることを示した。最後に、モデル化誤差をもつ不安定かつ非最小位相系の連続時間閉ループ同定を行なった数値例を示し、提案法の有効性を示した。今後の課題としては本結果の多変数系やあるクラスの前線形系への拡張があげられる。

参考文献

- 1) T. Söderström and P. Stoica: System identification, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1989)

Fig. 6 Bode plots of the identified system ($k = 10$)

- 2) L. Ljung: System Identification - Theory for the User; Second Edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1999)
- 3) F.G. Hansen and G.F. Franklin: On a fractional representation approach to closed-loop experiment design, Proc. of American Control Conference, 1319/1320 (1988)
- 4) M. Verhaegen: Application of a subspace model identification technique to identify LTI systems operating in closed-loop, Automatica, **29**-4, 1027/1040 (1993)
- 5) B. Codrons, B.D.O. Anderson and M. Gevers: Closed-loop identification with an unstable or nonminimum phase controller, Automatica, **38**-12, 2127/2137 (2002)
- 6) P. Young: Parameter estimation for continuous-time models - a survey, Automatica, **17**-1, 23/39 (1981)
- 7) H. Unbehauen and G.P. Rao: Continuous-time approaches to system identification - a survey, Automatica, **26**-1, 23/35 (1990)
- 8) N.K. Sinha and G.P. Rao: Identification of Continuous-Time Systems, Kluwer Academic Publishers (1991)
- 9) H. Garnier and M. Mensler: The CONTSID toolbox: a Matlab toolbox for CONTinuous-Time System IDentification, Proc. of the 12th IFAC Symposium on System Identification (2000)
- 10) 酒井, 杉江: 反復学習制御に基づく連続時間システム同定, 計測自動制御学会論文集, **40**-11, 1098/1104 (2004)
- 11) 酒井, 杉江: 連続時間システム同定のための耐雑音性を有する反復学習制御, 計測自動制御学会論文集, **42**-5, 543/550 (2006)
- 12) M.C. Campi, T. Sugie and F. Sakai: Iterative identification method for linear continuous-time systems, Proc. of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, 817/822 (2006)
- 13) N. Amman, D.H. Owens, E. Rogers and A. Wahl: An H_∞ approach to linear iterative learning control design, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, **10**-6, 767/781 (1996)
- 14) R.W. Longman: Iterative learning control and repetitive

control for engineering practice, International Journal of Control, **73**-10, 930/954 (2000)

- 15) S. Gunnarsson and M. Norrlöf: On the design of ILC algorithms using optimization, Automatica, **37**-12, 2011/2016 (2001)

《付 録》

A. 命題の証明

(7) 式に (6) 式を代入すると

$$\gamma^{k+1} = \gamma^k + H^k M (\gamma^k - \gamma^\circ) + H^k \nu^k$$

となり, $\tilde{\gamma}^k \triangleq \gamma^k - \gamma^\circ$ を定義すれば

$$\tilde{\gamma}^{k+1} = (I + H^k M) \tilde{\gamma}^k + H^k \nu^k \quad (\text{A.2})$$

を得る. (8) 式の学習ゲインを適用すると

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}^{k+1} &= \left(I - \frac{1}{k+1} M^{-1} M \right) \tilde{\gamma}^k - \frac{1}{k+1} M^{-1} \nu^k \\ &= \frac{k}{k+1} \tilde{\gamma}^k - \frac{1}{k+1} M^{-1} \nu^k \end{aligned}$$

となるので, $V \triangleq E [\nu^k (\nu^k)^T]$ を定義すると

$$\begin{aligned} &E [\tilde{\gamma}^{k+1} (\tilde{\gamma}^{k+1})^T] \\ &= \frac{k^2}{(k+1)^2} E [\tilde{\gamma}^k (\tilde{\gamma}^k)^T] + \frac{1}{(k+1)^2} M^{-1} V (M^{-1})^T \\ &= \underbrace{\left[\frac{1}{(k+1)^2} + \cdots + \frac{1}{(k+1)^2} \right]}_{(k+1)\text{-times}} M^{-1} V (M^{-1})^T \\ &= \frac{1}{k+1} M^{-1} V (M^{-1})^T \end{aligned}$$

となるから, $k \rightarrow \infty$ のとき $E [\tilde{\gamma}^{k+1} (\tilde{\gamma}^{k+1})^T] \rightarrow 0$. $\square$

[著 者 紹 介]

酒 井 史 敏 (正会員)

2001 年金沢大学大学院自然科学研究科博士後期課程修了. 同年奈良工業高等専門学校助手. 2007 年同助教. システム同定, メカトロニクスシステムの制御などの研究に従事. 博士 (工学). システム制御情報学会, 日本機械学会, IEEE の会員.

杉 江 俊 治 (正会員・フェロー)

1978 年京都大学大学院修士課程精密工学専攻修了. 84 年同博士後期課程研究指導認定退学. 78 年~80 年日本電信電話公社勤務. 84 年大阪府立大学工学部助手. 88 年京都大学工学部助教授を経て, 現在情報学研究科教授. ロバスト制御, システム同定, 非線形制御などの研究に従事. 工学博士. 91 年システム制御情報学会榎木記念論文賞. 98 年同論文賞. 94, 2000, 2003 年計測自動制御学会論文賞を受賞. IEEE フェロー. システム制御情報学会, 日本ロボット学会, IEEE などの会員.