放物型分布定数系の適応オブザーバを用いた状態フィードバック安定化

大 室 朗*・山 下 裕*・島 公 脩**

State Feedback Stabilization for Distributed Parameter Systems of Parabolic Type with Adaptive Observers

Akira OHMURO*, Yuh YAMASHITA* and Masasuke SHIMA**

This paper proposes a design method of stabilizing state feedback for distributed parameter systems of parabolic type with adaptive observers. The distributed parameter system with unknown coefficients is described by evolution equations in Hilbert space. The structure of adaptive observer using filtered values generated from input and output is stated. Moreover, control law using estimates of unknown coefficients is derived. Finally, by assuming the persistency of excitation, stability of the proposed control system is shown.

Key Words: distributed parameter system, adaptive observer, state feedback stabilization

1. はじめに

分布定数系における制御問題は、最適制御や適応制御、そして状態推定問題など、今日までさまざまな研究がなされてきている。まず適応制御では、Bentsman¹⁾や小林ら^{2),3)}による平均法を用いた追従制御や、有限次元近似モデルへの追従制御などが挙げられ、つぎに状態推定問題については、坂和⁴⁾やPritchardら^{5),6)}による雑音をもつ系やもたない系に対する推定法などが挙げられる。

また、集中定数系における適応オブザーバの研究は、70年代より線形系から非線形系へと行なわれ、特に80年頃、Kreisselmeier^{7)~9)}やLüders-Narendraら¹⁰⁾により状態変数フィルタを用いた方法が提案された。これにより、線形系においては、ある程度の解決をみたと思われる。

しかし、その後、この適応オブザーバの研究は、非線形系を中心に行なわれ^{11)~13)}、分布定数系までの拡張は、ほとんど行なわれないまま今日に至っている。Lilly¹⁴⁾や宮里^{15),16)}らにより分布定数系への適用も提案されているが、どちらも集中定数系の域に留まっているといえる。

そこで、われわれは適応オブザーバ(Kreisselmeier型)の無限次元系への拡張を提案した¹⁷⁾。また、このオブザーバは閉ループ系全体が非線形になるだけでなく、得られた推定値を状態フィードバックに用いる場合、パラメータの推定値も

併せて制御則に用いられる性質をもっている。そのため、ここでは観測と制御の分離が大域的には成り立たなくなり、安定性については、別途評価する必要がある。

そこで本稿では、得られる推定値を用いた状態フィードバックの安定化問題について考察する。まず、2, 3章において、制御対象および、文献17)での適応オブザーバの構造を述べ、4章にて、状態フィードバック制御則を導出する。そして5章において、集中定数系(文献18))と同様の流れで、無限次元系の適応オブザーバを用いた状態フィードバック系の安定性を評価する。

2. 制御対象

H を可分なヒルベルト空間とし、 H 上での内積を $\phi, \psi \in H$ において $\langle \phi, \psi \rangle$ 、またノルムを $\|\phi\|^2 = \langle \phi, \phi \rangle$ で表わすものとする。また、この H 内の元は、すべて $\bar{\phi} = \phi$ (複素共役) を満足し、共役な内積は $\langle \phi, \psi \rangle^* = \langle \psi, \phi \rangle$ で定義されるものとする。このとき、 H 上の有界作用素 P は、共役作用素 P^* との間において、 $\langle P\phi, \psi \rangle = \langle \phi, P^*\psi \rangle$ を満足する。

ここで、発展方程式で記述される1入力1出力の放物型分布定数系を考える。

$$\dot{u}(t) = Au(t) + bf(t), \quad u(0) = u_0 \quad (1)$$

$$y(t) = \langle c, u(t) \rangle \quad (2)$$

ここで、 $b \in H$, $c \in H$ 、また A は非有界な自己共役作用素とし、 b を未知パラメータとする。そして、対 (A, b) は可制御¹⁹⁾、対 (A, c) は可観測²⁰⁾とする。この作用素 A はコンパクトなリゾルベント $(\lambda I + A)^{-1}$ をもち、扇状閉領域 $S = \{\mu = \delta + \gamma; \omega \leq |\arg \delta| \leq \pi\}$, $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$ に対し、ある $\gamma \in \mathbf{R}$ をとれば、 $S \subset \rho(-A)$ および、

* 北海道大学 札幌市北区北14条西9丁目

** 北海道大学名誉教授 札幌市中央区北2条東7丁目

* Hokkaido University, Kita 14, Nishi 9, Kita-ku, Sapporo

** Professor Emeritus of Hokkaido University, Kita 2, Higashi 7, Cuyoh-ku, Sapporo

(Received May 22, 2007)

(Revised August 16, 2007)

$$\|(\mu I + A)^{-1}\| \leq \frac{C_0}{1 + |\mu|} \quad (\mu \in S, C_0 > 0) \quad (3)$$

を満足すると仮定する. すると, 以下の性質をもつ固有値と正規直交関数の対 $\{\lambda_i, \varphi_i\}$ が存在する (ここでは多重度を 1 とする).

$$-\infty < \gamma \leq \lambda_1 < \lambda_2 < \cdots, \lim \lambda_i = \infty \quad (4)$$

$$A\varphi_i = -\lambda_i\varphi_i \quad (i = 1, 2, \cdots) \quad (5)$$

また, $\lambda_{N+1} > 0$ を満足する有限な自然数 N が存在し, さらに未知パラメータ b が, 既知な自然数 $M (\geq N)$ を用いて,

$$b = \sum_{i=1}^M \bar{b}_i \varphi_i. \quad (6)$$

で表現されると仮定する. これらより, A は解析的半群 $T(t)$ の生成作用素となり,

$$T(t) = \exp(tA) = \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\lambda_i t} \langle \cdot, \varphi_i \rangle \varphi_i \quad (7)$$

が得られ, 系の解は,

$$u(t) = T(t)u_0 + \int_0^t T(t-\tau)bf(\tau)d\tau \quad (8)$$

となる. またこの解析的半群は, 次式で評価される.

$$\|T(t)\| = \|\exp(tA)\| \leq e^{-\gamma t} \quad (9)$$

3. 適応オブザーバ

本章では, 文献 17) にて述べている適応オブザーバの構造について簡単に述べる.

3.1 入出力表現

まず, 複素平面の右半平面に含まれるような複素数列

$$\Sigma_N = \{\alpha_1, \cdots, \alpha_N, \lambda_{N+1}, \cdots\} \quad (10)$$

をとる. すると可観測条件より, $\langle c, \varphi_i \rangle \neq 0$ ($i \leq N$) を満足するので, $\Sigma_N = \sigma(A - g\langle c, \cdot \rangle)$, $\langle g, \varphi_i \rangle = 0$ ($i \geq N+1$) となるような $g \in H$ が存在する^{3), 21)}.

ここで $A_g = A - g\langle c, \cdot \rangle$ とおくと, A_g は安定なスペクトル作用素となるので, この A_g を用いて入出力表現を導出する.

$$\dot{u}(t) = A_g u(t) + bf(t) + gy(t) \quad (11)$$

$$y(t) = \langle c, u(t) \rangle \quad (12)$$

(10) 式内の $\alpha_1, \cdots, \alpha_N$ は, 対 (A_g, c) が可観測となるように選んでいるものとする. さらに, A_g より生成された解析的半群 $T_g(t)$ を用いれば,

$$u(t) = T_g(t)u_0 + \int_0^t T_g(t-\tau)bf(\tau)d\tau + \int_0^t T_g(t-\tau)gy(\tau)d\tau \quad (13)$$

と表現できる.

3.2 状態と出力の推定

ここでは, 作用素 A_g と任意の $\phi \in H$, $\psi \in D(A_g)$ を用いて, Kreisselmeier 型 (K 型) の状態変数フィルタを定義する.

$$\langle \dot{\Phi}_1(t)\phi, \psi \rangle = \langle A_g \Phi_1(t)\phi, \psi \rangle + \langle f(t)\phi, \psi \rangle \quad (14)$$

$$\langle \dot{\Phi}_2(t)\phi, \psi \rangle = \langle A_g \Phi_2(t)\phi, \psi \rangle + \langle y(t)\phi, \psi \rangle \quad (15)$$

$$\dot{\zeta}_1(t) = A_g^* \zeta_1(t) + cf(t) \quad (16)$$

$$\dot{\zeta}_2(t) = A_g^* \zeta_2(t) + cy(t) \quad (17)$$

そして, $\zeta_i(0) = 0$, $\Phi_i(0) = O$ とすると,

$$\Phi_1(t)\phi = \int_0^t T_g(t-\tau)f(\tau)d\tau\phi, \quad (18)$$

$$\Phi_2(t)\phi = \int_0^t T_g(t-\tau)y(\tau)d\tau\phi, \quad (19)$$

$$\zeta_1(t) = \int_0^t T_g^*(t-\tau)f(\tau)d\tau c (= \Phi_1^* c), \quad (20)$$

$$\zeta_2(t) = \int_0^t T_g^*(t-\tau)y(\tau)d\tau c (= \Phi_2^* c). \quad (21)$$

となるので, 内積表現

$$\langle \phi, \zeta_1(t) \rangle = \langle \phi, \Phi_1^*(t)c \rangle \quad (22)$$

$$\langle \phi, \zeta_2(t) \rangle = \langle \phi, \Phi_2^*(t)c \rangle \quad (23)$$

$$\langle \zeta_1(t), \phi \rangle = \langle c, \Phi_1(t)\phi \rangle \quad (24)$$

$$\langle \zeta_2(t), \phi \rangle = \langle c, \Phi_2(t)\phi \rangle \quad (25)$$

が得られる. すると, これらのフィルタを用いることで,

$$u(t) = T_g(t)u_0 + \Phi_1(t)b + \Phi_2(t)g \quad (26)$$

$$y(t) = \langle c, T_g(t)u_0 \rangle + \langle \zeta_1(t), b \rangle + \langle \zeta_2(t), g \rangle \quad (27)$$

となり, 状態や出力の推定値をつぎのようにおく.

$$\hat{b}(t) = \sum_{i=1}^M \hat{\bar{b}}_i(t)\varphi_i \quad (28)$$

$$\hat{u}(t) = \Phi_1(t)\hat{b}(t) + \Phi_2(t)g \quad (29)$$

$$\hat{y}(t) = \langle \zeta_1(t), \hat{b}(t) \rangle + \langle \zeta_2(t), g \rangle \quad (30)$$

その結果, 推定誤差は次式となる.

$$\tilde{u}(t) = \Phi_1(t)\tilde{b}(t) - T_g(t)u_0 \quad (31)$$

$$e(t) = \langle \zeta_1(t), \tilde{b}(t) \rangle - \langle c, T_g(t)u_0 \rangle \quad (32)$$

$$\tilde{b}(t) = \hat{b}(t) - b \quad (33)$$

3.3 適応則

まず, $\{\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_M\}$ を基底にもつ有限次元ヒルベルト空間 $\tilde{H}_M$ を考える. ここで任意の $\phi \in \tilde{H}_M$ に対し, 自己共役で $0 < \langle \phi, Q(0)\phi \rangle < \infty$ を満足する有界線形作用素 $Q(t) \in \mathcal{L}(\tilde{H}_M, \tilde{H}_M)$ と射影作用素 $P_M \in \mathcal{L}(H, \tilde{H}_M)$ をとる (ただし, $\mathcal{L}(H, \tilde{H}_M)$ は H から $\tilde{H}_M$ への有界線形作用素全体を表わす). そして, つぎのような Lyapunov 関数の候補 $V(t)$ を考える.

Fig. 1 Structure of adaptive observer

$$V(t) = \langle \tilde{b}(t), Q(t)\tilde{b}(t) \rangle \quad (34)$$

この $V(t)$ は連続で Frechet 微分可能として, t について微分すると,

$$\dot{V}(t) = 2\langle \tilde{b}, \dot{Q}\tilde{b} \rangle + \langle \tilde{b}, \dot{Q}\tilde{b} \rangle \quad (35)$$

となる. ここで任意の $\phi \in \tilde{H}_M$ に対して, $u_0 = 0$ の場合としての適応則を

$$\dot{\tilde{b}}(t) = -Q^{-1}(t)P_M\zeta_1(t)e(t) (= \dot{\tilde{b}}(t)) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \langle \phi, \dot{Q}(t)\phi \rangle &= -\nu_1 \langle \phi, Q(t)\phi \rangle + \nu_2 \langle \phi, \zeta_1(t)\langle \zeta_1(t), \phi \rangle \rangle \\ (\nu_1 > 0, 0 < \nu_2 < 2) \end{aligned} \quad (37)$$

とおくと,

$$\begin{aligned} Q(t)\phi &= e^{-\nu_1 t}Q(0)\phi \\ &+ \nu_2 \int_0^t e^{-\nu_1(t-\tau)} \langle \zeta_1(\tau), \phi \rangle P_M \zeta_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (38)$$

となることから, 各 $t > 0$ に対しても, 正値作用素 $Q(t) \in \mathcal{L}(\tilde{H}_M, \tilde{H}_M)$ が得られ, $V(t)$ が正定関数となる. また, $e(t) = \langle \tilde{b}(t), \zeta_1(t) \rangle = \langle \zeta_1(t), \tilde{b}(t) \rangle = \langle \tilde{b}(t), P_M \zeta_1(t) \rangle$ となることにより,

$$\dot{V}(t) = -(2 - \nu_2)e(t)^2 - \nu_1 V(t) \leq 0 \quad (39)$$

も成り立つ. その結果, $V(t)$ は Lyapunov 関数となり, さらに $\tilde{b}(t)$ が有限次元であることから, Barbalat の補題が適用でき, $e(t) \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) と $\dot{\tilde{b}}(t) \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) となる¹⁷⁾.

また, PE 性を仮定する場合には, $0 < \|Q^{-1}(t)\| < \infty$ および, パラメータ推定値 $\hat{b}(t)$ の真値への収束性もいえ, これら結果は, $u_0 \neq 0$ の場合においても同様に得られる¹⁷⁾.

4. 推定値の状態フィードバック系

ここでは, 分布定数系の状態フィードバック制御則の導出と, パラメータ推定値の適用を述べる.

4.1 状態フィードバック

まず, 状態が観測できる場合の状態フィードバック系を考える. 補助入力 $v(t)$ と $k \in H$ をとれば, (1)(2) 式の系におけるフィードバック制御則は,

$$f(t) = \langle k, u(t) \rangle + v(t) = Ku(t) + v(t) \quad (40)$$

で与えられる. すると閉ループ系は,

$$\dot{u}(t) = (A + bK)u(t) + bv(t), \quad u(0) = u_0 \quad (41)$$

となる. 対 (A, b) が可制御なため, 作用素 $A + bK$ が安定なスペクトル作用素となるような $k \in H$ が存在する.

4.2 制御則の導出

ここで, ゲイン K の一設計法を述べる^{4), 18)}. まず, 固有対 $\{\lambda_i, \varphi_i\}$ によって作られる空間を H_i とすると, 固有空間の直交性より, H は $\{H_i\}$ によって直和分解できる. ここで, $H_{M+1}, H_{M+2}, \dots$ で作られる空間を $\tilde{H}_R$ とすると,

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_M + \tilde{H}_R \quad (42)$$

と表わせ, b, k も

$$b = b_1 + b_2 + \dots + b_M \quad (43)$$

$$k = k_1 + k_2 + \dots + k_M + \tilde{k} \quad (44)$$

と分解できる. また $A + bK$ の固有値, 固有関数を μ, ψ とおくと,

$$A\psi + b\langle k, \psi \rangle = -\mu\psi \quad (45)$$

を満足する固有対の列が存在するので, 任意の固有関数 ψ に対しても同様に分解できる.

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_M + \tilde{\psi} \quad (46)$$

また, $\bar{b}_i = \langle b_i, \varphi_i \rangle$, $\bar{k}_i = \langle k_i, \varphi_i \rangle$, $\bar{\psi}_i = \langle \psi_i, \varphi_i \rangle$ とおけば,

$$b_i = \bar{b}_i \varphi_i, \quad k_i = \bar{k}_i \varphi_i, \quad \psi_i = \bar{\psi}_i \varphi_i \quad (47)$$

と書き換えられる.

ここで, 複素平面の右半平面に含まれ, 共役な対からなる複素数列

$$\Sigma_M = \{\beta_1, \dots, \beta_M, \lambda_{M+1}, \dots\} \quad (48)$$

をとり, 固有値の列が $\{\mu_1, \mu_2, \dots\} = \Sigma_M$ となるようなゲイン K を導出する. (45) 式より, 各部分空間において,

$$\begin{aligned} (-\lambda_i + \mu)\psi_i + b_i \left\{ \sum_{j=1}^M \langle k_j, \psi_j \rangle + \langle \tilde{k}, \tilde{\psi} \rangle \right\} &= 0 \\ (i = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (49)$$

$$(A + \mu)\tilde{\psi} = 0 \quad (50)$$

となることから, (49) 式において $\tilde{k} = 0$ と設計しても差し支えない⁴⁾. すると,

$$\begin{aligned} (-\lambda_i + \mu)\psi_i + b_i \sum_{j=1}^M \langle k_j, \psi_j \rangle &= 0 \quad (i = 1, \dots, M) \\ (51) \end{aligned}$$

となり, (47) 式を代入すると,

$$(-\lambda_i + \mu)\bar{\psi}_i + \bar{b}_i \sum_{j=1}^M \bar{k}_j \bar{\psi}_j = 0 \quad (i = 1, \dots, M) \quad (52)$$

を満足する。また、 $\bar{\psi} = (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \dots, \bar{\psi}_M)^T$, $\bar{b} = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_M)^T$, $\bar{k} = (\bar{k}_1, \bar{k}_2, \dots, \bar{k}_M)$, さらに,

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\} \quad (53)$$

とおけば,

$$(\Lambda - \bar{b}\bar{k} - \mu I_M)\bar{\psi} = 0 \quad (54)$$

と変形でき、上式において $\bar{\psi} \neq 0$ となるためには,

$$|\Lambda - \bar{b}\bar{k} - \mu I_M| = 0 \quad (55)$$

となる $\bar{k}$ を求めればよい。このとき、 μ は $\Lambda - \bar{b}\bar{k}$ の固有値となっているのがわかる。したがって、(55) 式は集中定数系における極配置問題と同じであるので、ここに集中定数系において一般的に用いられている Ackermann の設計法²²⁾を適用する。すなわち、

$$\begin{aligned} D(\mu) &= (\mu - \beta_1)(\mu - \beta_2) \cdots (\mu - \beta_M) \\ &= \mu^M + d_M \mu^{M-1} + \cdots + d_2 \mu + d_1 \end{aligned} \quad (56)$$

を用いて、

$$\begin{aligned} D(\Lambda^T) &= (\Lambda^T)^M + d_M (\Lambda^T)^{M-1} + \cdots \\ &\quad + d_2 (\Lambda^T) + d_1 I \end{aligned} \quad (57)$$

とおき、ゲイン $\bar{k}$ を

$$\begin{cases} \bar{k}^T = -D(\Lambda^T)d \\ d = (R^T)^{-1}e_M \\ R = -(\bar{b}, \Lambda\bar{b}, \dots, \Lambda^{M-1}\bar{b}) \\ e_M = (0, 0, \dots, 1)^T \end{cases} \quad (58)$$

とする。すると、 $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M\} = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M\}$ となり、 $\{\mu_i\}$ が安定な固有値となる。これらと (44)(47) 式より

$$k = \sum_{j=1}^M \bar{k}_j \varphi_j \quad (59)$$

とできるので、(40) 式に代入すれば制御則 $f(t)$ が得られる。

4.3 推定値による状態フィードバック

ここでの系は、未知係数を含んでいることから、(57)~(59) 式を用いてゲイン K を決定することは不可能である。そこで、適応オブザーバにより得られるパラメータ推定値からゲイン K を推定しつつ、制御入力を決定する制御則を用いる。すると制御則は、次式のように構成できる。

$$f(t) = \langle \hat{k}(t), \hat{u}(t) \rangle + v(t) = \hat{K}(t)\hat{u}(t) + v(t) \quad (60)$$

$$\hat{k}(t) = \sum_{j=1}^M \hat{k}(t)_j \varphi_j \quad (61)$$

$$\begin{cases} \hat{k}(t)^T = -D(\Lambda^T)\hat{d}(t) \\ \hat{d}(t) = (\hat{R}(t)^T)^{-1}e_M \\ \hat{R}(t) = -(\hat{b}(t), \Lambda\hat{b}(t), \dots, \Lambda^{M-1}\hat{b}(t)) \\ e_M = (0, 0, \dots, 1)^T \end{cases} \quad (62)$$

これにより、閉ループ系は、

Fig. 2 Structure of feedback system with adaptive observer

$$\dot{u}(t) = Au(t) + b\hat{K}\hat{u}(t) + bv(t) \quad (63)$$

と書き換えられる。

5. フィードバック系の安定性

ここから、本論文の主題である適応オブザーバをもつ状態フィードバック系の安定性について評価する。

5.1 準備

まず、つぎのような仮定をおく。

(A1): $v(t)$ は一様有界で、PE 条件を満足するものとする。

(A2): $\text{rank} \hat{R}(t) = M$, $(t \geq 0)$

(A3): $\hat{k}(t)$ は $\hat{b}(t)$ に関し連続微分可能とする。

さらに、安定性の評価に必要な補題 1, 2 を述べる。

[補題 1] $0 < \|\psi\| < \infty$ のすべての $\psi \in \tilde{H}_M$ に対し、ある正数 M_{pi} をとれば、次式が成り立つ。

$$\|\Phi_i(t)\psi\| \leq M_{pi}\|\zeta_i(t)\|\|\psi\| \quad (i = 1, 2) \quad (64)$$

(証明) まず A_g の $\tilde{H}_M$ 上の制限を $A_{gM} (= A_g|_{\tilde{H}_M})$ とすると、 $D(A_{gM}) = \tilde{H}_M$ となるだけでなく、 $T_g(t)$ の構造から $\Phi_i(t)\psi \in \tilde{H}_M$ となる。すると、 $A_{gM}\Phi_i(t)\psi$ の表現が可能となり、さらに作用素 A_{gM} と半群 $T_g(t)$ が可換²³⁾となるので、

$$\begin{aligned} \langle c, A_{gM}\Phi_i(t)\psi \rangle &= \langle \Phi_i^*c, A_{gM}\psi \rangle \\ &= \langle \zeta_i(t), A_{gM}\psi \rangle \end{aligned} \quad (65)$$

と変形できる。ここで、作用素 Γ を

$$\Gamma\psi = \sum_{j=1}^M \langle c, A_{gM}^{j-1}\psi \rangle \varphi_j \quad (66)$$

のようにとると、(65) 式より、

$$\Gamma\Phi_i\psi = \sum_{j=1}^M \langle \zeta_i(t), A_{gM}^{j-1}\psi \rangle \varphi_j \quad (67)$$

と書ける。このとき、 $\tilde{H}_M$ が $\mathbb{R}^M$ と同形であることから、 A_{gM} および Γ と同一視できる $M \times M$ 行列を A'_{gM} および Γ' 、そして $P_M c$ と同一視できる $1 \times M$ ベクトルを c'_M とおけば、

$$\Gamma' = \begin{pmatrix} c'_M \\ c'_M A'_{gM} \\ c'_M A'^2_{gM} \\ \vdots \\ c'_M A'^{M-1}_{gM} \end{pmatrix} \quad (68)$$

となり、対 (A_g, c) の可観測性より $\text{rank}(\Gamma') = M$ となる。この Γ' の正則性は、作用素 Γ の正則性も併せて示していることから、(67) 式はつぎのように変形できる。

$$\Phi_i \psi = \Gamma^{-1} \sum_{j=1}^M \langle \zeta_i(t), A'^{j-1}_{gM} \psi \rangle \varphi_j \quad (69)$$

よって、 A_{gM} の有界性を考慮し、ある正数 M_{pi} をとれば、

$$\begin{aligned} \|\Phi_i(t)\psi\| &\leq \|\Gamma^{-1}\| \sum_{j=1}^M \|\zeta_i\| \|A'^{j-1}_{gM} \psi\| \\ &\leq M_{pi} \|\zeta_i(t)\| \|\psi\| \end{aligned} \quad (70)$$

が成り立つ。

【補題2】 スカラー関数 $s(t)$ および、ベクトル値関数 $\sigma(t)$ に関し、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{s(t)^2}{c_1 + c_2 \|\sigma(t)\|} = 0, \quad (c_1, c_2 > 0) \quad (71)$$

$$\|\sigma(t)\| \leq c_3 + c_4 \max_{0 \leq \tau \leq t} |s(\tau)|, \quad (c_3, c_4 > 0) \quad (72)$$

は成り立つとき、つぎの2式が成立する。

$$\|\sigma(t)\| < \infty \quad (73)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |s(t)| = 0 \quad (74)$$

(証明は文献18) および、付録参照)

5.2 有限発散時刻の有無

【補題3】 (1)(2)(16)(17)(36)(37) 式で記述される閉ループ系は、 $0 \leq t < \infty$ で有限発散時刻をもたない。

(証明) $0 \leq t < t_f$, $t_f < \infty$ としたとき、解のノルムがその区間内の任意の t に関し上界をもつことを示せばよい。まず、PE 性が仮定された場合 (A1) において、指数的減衰性 $\|\tilde{b}(t)\| \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) が示されているので¹⁷⁾,

$$\|\tilde{b}(t)\| \leq M_b(b_0, u_0) \quad (75)$$

となるのは明らかである。このことと (61) 式と仮定 (A2) より、

$$\|\hat{k}(t)\| \leq M_{\hat{k}}(b_0, u_0) \quad (76)$$

も成り立ち、さらに $\|Q(t)\|$ も PE 性より、この区間で有界となる。そして (63) 式より

$$\begin{aligned} u(t) &= T_g(t)u_0 + \int_0^t T_g(t-\tau)b\hat{k}(\tau)\hat{u}(\tau)d\tau \\ &\quad + \int_0^t T_g(t-\tau)bv(\tau)d\tau \end{aligned} \quad (77)$$

となり、 $\hat{u}(t)$ が (29) 式となっていることから、 $\|u(t)\|$ と

$\|\zeta_1(t)\|$, $\|\zeta_2(t)\|$ の有界性を示せばよいことになる。

まず射影作用素 P_M を用いて、(42) 式と同様に $H = \tilde{H}_M + \tilde{H}_R$ に分解する。すると、それぞれのパラメータも、 $u = u_M + u_R$, $c = c_M + c_R$, $\zeta_1 = \zeta_{1M} + \zeta_{1R}$, $\zeta_2 = \zeta_{2M} + \zeta_{2R}$ と分解でき、さらに、 $\tilde{H}_M$ 上および、 $\tilde{H}_R$ 上の A の制限が $A_M = A|_{\tilde{H}_M}$, $A_R = A|_{\tilde{H}_R \cap D(A)}$ となるので、 A_g の制限は、

$$\begin{aligned} A_{gM} &= A_M - g\langle c_M, \cdot \rangle \\ A_{gR} &= A_R \end{aligned} \quad (78)$$

となる。すると、入出力表現 (11)(12) 式は、

$$\begin{aligned} \dot{u}_M(t) &= A_{gM}u_M(t) + bf(t) + gy(t) \\ \dot{u}_R(t) &= A_{gR}u_R(t) \\ y(t) &= \langle c_M, u_M \rangle + \langle c_R, u_R \rangle \end{aligned} \quad (79)$$

と書き換えられ、また状態変数フィルタ (16)(17) 式は、

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_{1M} &= A_{gM}^* \zeta_{1M} + c_M f(t) \\ \dot{\zeta}_{1R} &= A_{gR}^* \zeta_{1R} + c_R v(t) \\ \dot{\zeta}_{2M} &= A_{gM}^* \zeta_{2M} + c_M y(t) \\ \dot{\zeta}_{2R} &= A_{gR}^* \zeta_{2R} + c_R y(t) \end{aligned} \quad (80)$$

と変形できる。ここで $\tilde{H}_R$ 上の系を考察すると、(8)(9) 式より、

$$\begin{aligned} \|u_R\| &\leq \|u_R(0)\| \\ |\langle c_R, u_R \rangle| &\leq \|c_R\| \|u_R\| \\ \|\zeta_{1R}\| &\leq \int_0^{t_f} \|T_g^*(t-\tau)\| \|c_R\| \|v\| d\tau \\ \|\zeta_{2R}\| &\leq \int_0^{t_f} \|T_g^*(t-\tau)\| \|c_R\| \\ &\quad \times |\langle c_M, u_M \rangle + \langle c_R, u_R \rangle| d\tau \end{aligned} \quad (81)$$

と評価できるので、 $\|u_R(t)\|$, $\|\zeta_{1R}(t)\|$ は $t \in [0, t_f]$ において有界となる。

つぎに、 $\tilde{H}_M$ 上の系を考察する。(79)(80) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|u_M\| &\leq \|\dot{u}_M\| \leq \|A_{gM}\| \|u_M\| + \|b\| \|f\| \\ &\quad + \|g\| \{ |\langle c_M, u_M \rangle| + |\langle c_R, u_R \rangle| \} \\ \frac{d}{dt} (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) &\leq (\|\dot{\zeta}_{1M}\| + \|\dot{\zeta}_{2M}\|) \\ &\leq \|A_{gM}^*\| (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \\ &\quad + \|c_M\| (|\langle c_M, u_M \rangle| + |\langle c_R, u_R \rangle| + |f|) \end{aligned} \quad (82)$$

となる。ここで補題1を用いれば、ある $M_p > 0$ を用いて、

$$\begin{aligned} |f(t)| &\leq \|\hat{k}(t)\| \|\hat{u}(t)\| + |v(t)| \\ &= \|\hat{k}\| \|\Phi_1 \hat{b}(t) + \Phi_2 g\| + |v| \\ &\leq \|\hat{k}\| \{ \|\Phi_1 \hat{b}\| + \|\Phi_2 g\| \} + |v| \\ &\leq \|\hat{k}\| M_p (\|\zeta_{1M}\| \|\hat{b}\| + \|\zeta_{2M}\| \|g\|) + |v| \\ &\leq \|\hat{k}\| M_p (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \\ &\quad \times (\|\tilde{b}(t)\| + \|b\| + \|g\|) + |v| \end{aligned} \quad (84)$$

も成り立つ。よって (82)~(84) 式をまとめると、

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} (\|u_M\| + \|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \\
 & \leq \|A_{gM}\| \|u_M\| + \|b\| |f| + \|g\| |\langle c_M, u_M \rangle| \\
 & \quad + (\|g\| + \|c_M\|) |\langle c_R, u_R \rangle| \\
 & \quad + \|A_{gM}^*\| (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \\
 & \quad + \|c\| (|\langle c_M, u_M \rangle| + |f|) \\
 & \leq \|A_{gM}\| \|u_M\| + \|b\| \left\{ \|\hat{k}\| M_p (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \right. \\
 & \quad \times (\|\tilde{b}\| + \|b\| + \|g\|) + |v| \Big\} + \|g\| \|c_M\| \|u_M\| \\
 & \quad + (\|g\| + \|c_M\|) \|c_R\| \|u_R\| \\
 & \quad + \|A_{gM}^*\| (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) + \|c_M\|^2 \|u_M\| \\
 & \quad + \|c\| \left\{ \|\hat{k}\| M_p (\|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \right. \\
 & \quad \times (\|\tilde{b}\| + \|b\| + \|g\|) + |v| \Big\} \quad (85)
 \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} (\|u_M\| + \|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) \\
 & \leq \kappa_1 (\|u_M\| + \|\zeta_{1M}\| + \|\zeta_{2M}\|) + \kappa_2 |v| + \kappa_3 \\
 & \quad \kappa_1 = \|A_{gM}\| + \|c_M\| (\|g\| + \|c_M\|) \quad (86) \\
 & \quad + \kappa_2 M_p \|\hat{k}\| (\|\tilde{b}\| + \|b\| + \|g\|) \\
 & \quad \kappa_2 = \|b\| + \|c_M\| \\
 & \quad \kappa_3 = (\|g\| + \|c_M\|) \|c_R\| \|u_R\|
 \end{aligned}$$

が得られる。これにより、

$$\|u_M(t)\| + \|\zeta_{1M}(t)\| + \|\zeta_{2M}(t)\| \leq \theta(t) \quad (87)$$

$$\theta(t) = e^{\kappa_1 t} \theta(t_0) + \int_0^{t-t_0} e^{\kappa_1(t-\tau)} (\kappa_2 |v| + \kappa_3) d\tau \quad (88)$$

$$\theta(0) = \|u_M(0)\| + \|\zeta_{1M}(0)\| + \|\zeta_{2M}(0)\|$$

と評価される。この結果、仮定 A1 および (81) 式より $v(t)$, $\|u_R\|$ は一様有界なので、 $\|u_M(t)\|$, $\|\zeta_{1M}(t)\|$, $\|\zeta_{2M}(t)\|$, そして $\|\zeta_{2R}(t)\|$ も $t \in [0, t_f]$ において有界となる。よって、 $t \in [0, t_f]$ における $\|u(t)\|$, $\|\zeta_1(t)\|$, $\|\zeta_2(t)\|$ の有界性がいえる。 ■

5.3 系の安定性

つぎに補題 2 の条件式 (71)(72) に適用するための補題 4, 5 を述べ、系の安定性について考察する。

[補題 4] 右半平面の複素数列 (48) 式を用いて、 $\gamma' = \inf\{\operatorname{Re}\beta_1, \dots, \operatorname{Re}\beta_M, \lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots\}$ とおき、ある正数 $M_{\tilde{u}}$ をとれば、次式が成り立つ。

$$\frac{\|\tilde{u}(t)\|}{\{1 + M_{p1}^2 \|\zeta_1(t)\|^2\}^{1/2}} \leq M_{\tilde{u}} e^{-\bar{\sigma} t}, \quad (t \geq 0) \quad (89)$$

ただし、 $\bar{\sigma} = \min(\frac{\nu_1}{2}, \gamma')$ とし、 ν_1 は適応則 (37) 式による。(証明) (1) 式の解を $f_e(t) = T_g(t)u_0$ とおくと、(31) 式より、 $\tilde{u}(t) = \Phi_1(t)\tilde{b}(t) - f_e(t)$ となる。これに補題 1 を適用すると、

$$\begin{aligned}
 \|\tilde{u}(t)\|^2 & \leq \|\Phi_1(t)\tilde{b}(t)\|^2 + 2\|f_e\| \|\Phi_1(t)\tilde{b}(t)\| \\
 & \quad + \|f_e\|^2 \\
 & \leq (1 + M_{p1}^2 \|\zeta_1\|^2) \|\tilde{b}\|^2 \\
 & \quad + 2\|f_e\| (1 + M_{p1}^2 \|\zeta_1\|^2)^{1/2} \|\tilde{b}\| + \|f_e\|^2
 \end{aligned} \quad (90)$$

が成り立つ。よって、

$$\begin{aligned}
 \frac{\|\tilde{u}(t)\|^2}{1 + M_{p1}^2 \|\zeta_1\|^2} & \leq \|\tilde{b}\|^2 + 2\|f_e\| (1 + M_{p1} \|\zeta_1\|^2)^{-1/2} \|\tilde{b}\| \\
 & \quad + (1 + M_{p1} \|\zeta_1\|^2)^{-1} \|f_e\|^2 \\
 & \leq (\|\tilde{b}\| + \|f_e\|)^2 \quad (91)
 \end{aligned}$$

と評価できる。ここで $\|\tilde{b}(t)\|$ と $\|f_e(t)\|$ は共に指数的減衰となることから¹⁷⁾, (89) 式が得られる。 ■

[補題 5] 初期値 $\tilde{b}_0$ と u_0 がともに微小のとき、ある正数 M_1 , M_2 をとれば、次式が成り立つ。

$$\|\zeta_1(t)\| \leq M_1 + M_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} \|\tilde{u}(\tau)\| \quad (92)$$

(証明) (41) 式の解を $u_r(t)$, $\Delta u(t) = u(t) - u_r(t)$, そして $\Delta K(t) = \langle \Delta k(t), \cdot \rangle = \langle (\hat{k}(t) - k), \cdot \rangle = \hat{K}(t) - K$ とおけば、(41)(63) 式より、

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{u}(t) & = (A + bK + b\Delta K(t))\Delta u(t) \\
 & \quad + b\Delta K(t)u_r(t) + b\hat{K}(t)\tilde{u}(t) \quad (93)
 \end{aligned}$$

となる。ここで、自己共役で正定な有界作用素 $P \in \mathcal{L}(H, H)$ をとり、2 次形式

$$V(t) = W(t)^2 = \langle \Delta u(t), P\Delta u(t) \rangle \quad (94)$$

をとると、

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) & = 2W(t)\dot{W}(t) \\
 & = \langle \Delta \dot{u}(t), P\Delta u(t) \rangle + \langle \Delta u(t), P\Delta \dot{u}(t) \rangle \\
 & = \langle (A + bK + b\Delta K)\Delta u, P\Delta u \rangle \\
 & \quad + \langle \Delta u, P(A + bK + b\Delta K)\Delta u \rangle \\
 & \quad + \langle b\Delta K u_r, P\Delta u \rangle + \langle \Delta u, P b\Delta K u_r \rangle \\
 & \quad + \langle b\hat{K}\tilde{u}, P\Delta u \rangle + \langle \Delta u, P b\hat{K}\tilde{u} \rangle
 \end{aligned} \quad (95)$$

が得られる。ここで $A + bK$ が安定なスペクトル作用素なことから、すべての $\phi \in D(A + bK)$ に対し、

$$\langle (A + bK)^* P\phi, \phi \rangle + \langle P(A + bK)\phi, \phi \rangle = -\langle \phi, \phi \rangle \quad (96)$$

となる P が存在し^{1), 24), 25)}, またある $\gamma'' \in \mathbf{R}$ をとれば、

$$\begin{aligned}
 \langle (A + bK + \gamma'' I)^* P\phi, \phi \rangle + \langle P(A + bK + \gamma'' I)\phi, \phi \rangle \\
 = -2\langle \phi, \phi \rangle \quad (97)
 \end{aligned}$$

が成り立つ。すると、(95) 式の右辺の 1, 2 項目は、

$$\begin{aligned}
 & \langle (A + bK + b\Delta K)\Delta u, P\Delta u \rangle \\
 & \quad + \langle \Delta u, P(A + bK + b\Delta K)\Delta u \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \langle \Delta u, \{(A + bK + b\Delta K)^* P \\
&\quad + P(A + bK + b\Delta K)\} \Delta u \rangle \\
&= \langle \Delta u, \{(A + bK + \gamma'' I)^* P \\
&\quad + P(A + bK + \gamma'' I)\} \Delta u \rangle \\
&\quad + \langle \Delta u, (-2\gamma'' P + (b\Delta K)^* P + Pb\Delta K) \Delta u \rangle \\
&= -2\langle \Delta u, \Delta u \rangle - 2\gamma'' \langle \Delta u, P\Delta u \rangle \\
&\quad + \langle \Delta u, (b\Delta K)^* P\Delta u \rangle + \langle \Delta u, Pb\Delta K\Delta u \rangle \\
&= -2\gamma'' \langle \Delta u, P\Delta u \rangle \\
&\quad - 2\left\langle \Delta u - \frac{1}{2}Pb\Delta K\Delta u, \Delta u - \frac{1}{2}Pb\Delta K\Delta u \right\rangle \\
&\quad + \frac{1}{2}\langle Pb\Delta K\Delta u, Pb\Delta K\Delta u \rangle \\
&\leq -2\gamma'' W(t)^2 + \frac{\|Pb\|\|\Delta K\|}{\|P\|_{\min}} W(t)^2 \quad (98)
\end{aligned}$$

と評価でき、さらに、3~6項目は、

$$\begin{aligned}
&\langle Pb\Delta K u_r, \Delta u \rangle + \langle \Delta u, Pb\Delta K u_r \rangle \\
&\leq \frac{2\|Pb\|\|\Delta K\|\|u_r\|}{\|P\|_{\min}^{1/2}} W(t) \quad (99)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\langle b\hat{K}\tilde{u}, P\Delta u \rangle + \langle \Delta u, Pb\hat{K}\tilde{u} \rangle \\
&\leq \frac{2\|Pb\|\|\hat{K}\|\|\tilde{u}\|}{\|P\|_{\min}^{1/2}} W(t) \quad (100)
\end{aligned}$$

となる。ここでの $\|P\|_{\min} = \inf \|P\phi\|/\|\phi\|$ ($\|\phi\| \neq 0, \phi \in H$) とする。そして、 $M_{\hat{K}}, M_{u_r}$ をとれば、(95)(98)(99)(100) 式より、つぎのような関係式が得られる。

$$\dot{W}(t) \leq -a_1 W(t) + a_2 \|\Delta K\| + a_3 \|\tilde{u}(t)\| \quad (101)$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \gamma'' - \frac{\|Pb\|\|\Delta K\|}{2\|P\|_{\min}}, \quad a_2 = \frac{\|Pb\|M_{u_r}}{\|P\|_{\min}^{1/2}}, \\
a_3 &= \frac{\|Pb\|M_{\hat{K}}}{\|P\|_{\min}^{1/2}} \quad (102)
\end{aligned}$$

この結果、仮定 (A2)(A3) から $\hat{k}(t)$ が $\tilde{b}(t)$ に関して連続となり、 $\lim_{\tilde{b} \rightarrow 0} \hat{k}(t) = k$ となることから、微小な $\tilde{b}_0, u_0$ に対して、 $\|\Delta K\|$ は微小となるだけでなく、指数減衰となる。よって、 $a_1 \geq a'_1 \geq 0, (t \geq 0)$ となる定数 a'_1 がとれ、 $W(t)$ の上界となるような $W_1(t)$ が存在する。

$$\dot{W}_1(t) = -a'_1 W_1(t) + a_2 \|\Delta K(t)\| + a_3 \|\tilde{u}(t)\| \quad (103)$$

$$W_1(0) = W(0)$$

上式を解くと、

$$\begin{aligned}
W_1(t) &= e^{-a'_1 t} W_1(0) + \int_0^t e^{-a'_1(t-\tau)} \\
&\quad \times (a_2 \|\Delta K(\tau)\| + a_3 \|\tilde{u}(\tau)\|) d\tau \quad (104)
\end{aligned}$$

となるので、正数 M_{W_1}, M_{W_2} が存在して、

$$W_1(t) \leq M_{W_1} + M_{W_2} \max_{0 \leq \tau \leq t} \|\tilde{u}(\tau)\| \quad (105)$$

と評価できる。この結果、(94) 式より、ある正数 c_5, c_6 をと

れば、

$$\|\Delta u(t)\| \leq c_5 + c_6 \max_{0 \leq \tau \leq t} \|\tilde{u}(\tau)\| \quad (106)$$

が成り立つ。さらに (16) 式より $\zeta_1(t)$ についても同様に考えると、ここでも

$$\|\zeta_1(t)\| \leq c_7 + c_8 \max_{0 \leq \tau \leq t} |f(\tau)| \quad (107)$$

となる正数 $c_7 \sim c_8$ が存在し、また、ある正数 $c_9 \sim c_{11}$ をとれば、

$$\begin{aligned}
\|f(t)\| &\leq \|\hat{K}\hat{u}(t)\| + |v(t)| \\
&\leq c_9 + c_{10} \|\Delta u(t)\| + c_{11} \|\tilde{u}(t)\| \quad (108)
\end{aligned}$$

も成り立つ。よって、(106)~(108) 式より、

$$\|\zeta_1(t)\| \leq M_1 + M_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} \|\tilde{u}(\tau)\| \quad (109)$$

が得られる。

ここで $|s(t)| = \|\tilde{u}(t)\|, \|\sigma(t)\| = \|\zeta_1(t)\|$ とおくと、補題 4, 5 より補題 2 の条件式 (71)(72) が成り立つので、 $\tilde{b}_0$ と u_0 がともに微小ならば、 $\|\zeta_1(t)\|$ が有界となり、また $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{u}(t)\| = 0$ となる。その結果、 $\hat{u}(t) \rightarrow u(t), u(t) \rightarrow u_r(t) (t \rightarrow \infty)$ がいえる。

《定理 1》 分布定数系 (1)(2) 式に対し、(20)(21)(28)(29) (30)(36)(37) 式で定式化された適応オブザーバを用いて、状態フィードバック制御則 (60)~(62) 式を構成したとき、得られる閉ループ系は、初期値 $u_0, \tilde{b}_0$ に関し、大域的漸近安定となる。

(証明) K 型表現の適応オブザーバにより、 $\|\tilde{b}(t)\|$ は $\zeta_1(t)$ の値にかかわらず指数的に収束する¹⁷⁾。また補題 3 から、ある時刻 $t_1 (< \infty)$ をとれば、 $\|\Delta K(t_1)\|$ を十分小さくできるだけでなく、その間、他の変数も有界に留まることになる。その結果、 t_1 以降は、 $t_1 = 0$ とみなした補題 5 の局所的漸近安定性を適用できることになり、よって、 $\hat{u}(t)$ および $u(t)$ は漸近的に $u_r(t)$ に収束する。

6. おわりに

本稿では、未知係数を含んだ放物型分布定数系に対し、適応オブザーバによる推定値を用いて、状態フィードバック系の安定性を考察した。集中定数系と同様に、パラメータ推定値を用いてゲインを推定する制御則を構成し、その後、PE 性を仮定する場合において、閉ループ系が有限発散時刻をもたないことと、状態フィードバック系の漸近安定性を示した。

本論文の投稿にあたり、ご精読の上、的確なご指摘を頂きました校閲者の方々に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) K.S. Hong and J. Bentsman: Direct adaptive control of parabolic systems: Algorithm synthesis and convergence and stability analysis, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-39-10**, 2018/2033(1994)
- 2) T. Kobayashi: A digital adaptive control law for a

parabolic distributed parameter system, Systems & Control Letters, **4-3**, 175/179(1984)

- 3) T. Kobayashi: Finite dimensional adaptive control for infinite dimensional systems, Int. J. Contr., **48-1**, 289/302(1988)
- 4) 坂和, 松下: 放物形分布定数系の安定化とオブザーバの構成, 計測自動制御学会論文集, **11-2**, 168/174(1975)
- 5) R.F. Curtain and A.J. Pritchard: The infinite dimensional Riccati equations, J. Math. Anal. & Appl., **47**, 43/57(1974)
- 6) R.F. Curtain: Infinite dimensional filtering, SIAM J. Contr. & Optim., **13-1**, 89/104(1975)
- 7) G. Kreisselmeier: Adaptive observers with exponential rate of convergence, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-22-1**, 2/8(1977)
- 8) G. Kreisselmeier: The generation of adaptive law structures for globally convergent adaptive observers, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-24-3**, 510/513(1979)
- 9) G. Kreisselmeier: On adaptive state regulation, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-27-1**, 3/17(1982)
- 10) G. Lüders and K.S. Narendra: A new canonical form for an adaptive observer, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-19-2**, 117/118(1974)
- 11) G. Bastin and M.R. Gevers: Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-33-7**, 650/658(1988)
- 12) R. Marino: Adaptive observers for single output nonlinear systems, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-35-9**, 1054/1058(1990)
- 13) Y.M. Cho and R. Rajamani: A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-42-4**, 534/537(1997)
- 14) J.H. Lilly: Finite-dimensional adaptive observers applied to distributed parameter systems, IEEE Trans. Automat. Contr., **AC-38-3**, 469/474(1993)
- 15) 宮里義彦: 放物型分布定数系の有限次元モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **26-6**, 662/668(1990)
- 16) 宮里義彦: 放物型分布定数系の有限次元モデル規範形適応 H_∞ 制御, 第5回計測自動制御学会部門大会予稿集, 345/350(2005)
- 17) 大室, 山下, 島: 放物型分布定数系における適応オブザーバ, 計測自動制御学会論文集, **42-10**, 1100/1106(2006)
- 18) 岩井善太他: オブザーバ, コロナ社 (1988)
- 19) 坂和愛幸: 放物形分布定数系の可制御性, 計測自動制御学会論文集, **9-5**, 601/606(1973)
- 20) 坂和愛幸: 放物形分布定数系における可観測性と状態決定問題, 計測自動制御学会論文集, **9-6**, 658/664(1973)
- 21) T. Kobayashi: Model reference adaptive control for spectral systems, Int. J. Contr., **46-5**, 1511/1523(1987)
- 22) J. Ackermann: On the synthesis of linear control systems with specified characteristics, Automatica, **13-1**, 89/94(1977)
- 23) 田辺広城: 発展方程式, 岩波書店 (1975)
- 24) J. Zabczyk: Remarks on the algebraic Riccati equation in Hilbert spaces, Appl. Math. & Optim., **2-3**, 251/258(1976)
- 25) R. Datko: Extending a theorem of A.M. Liapunov to Hilbert space, J. Math. Anal. & Appl., **32**, 610/616(1970)

《付 録》

A. 補題2の証明

まず $\|\sigma(t)\|$ が非有界と仮定すると, (72) 式より $s(t)$ も非有界となる. このとき, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\sigma(t)\| = \infty$, $|s(t)| \leq |s(t_n)|$, $t \leq t_n$ なる時刻列 $\{t_n\}$ が存在する. この時刻列に

対し, (71)(72) 式より,

$$\frac{|s(t_n)|}{\{c_1 + c_2 \|\sigma(t_n)\|^2\}^{1/2}} \geq \frac{|s(t_n)|}{c_1^{1/2} + c_2^{1/2} \|\sigma(t_n)\|} \geq \frac{|s(t_n)|}{c_1^{1/2} + c_2^{1/2} (c_3 + c_4 |s(t_n)|)} \quad (\text{A.1})$$

が成立する. したがって,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{|s(t)|}{\{c_1 + c_2 \|\sigma(t)\|^2\}^{1/2}} \geq \frac{1}{c_2^{1/2} c_4} > 0 \quad (\text{A.2})$$

が得られ, これは (71) 式と矛盾する. よって, 補題2が成り立つ.

〔著 者 紹 介〕

大 室 朗 (学生会員)

2000年3月北海道大学工学研究科修士課程修了(システム情報工学専攻). 同年4月日立電線(株)に入社. 2002年8月(株)ACS(アドバンストケーブルシステムズ)へ出向. 2003年6月退職. 同年10月北海道大学工学研究科博士課程入学(同専攻), 現在に至る. 分布定数系理論などの研究に従事. IEICE, OR学会の会員.

山 下 裕 (正会員)

1986年北海道大学工学研究科修士課程修了. 88年同博士課程退学. 同年北海道大学工学部助手. 96年奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教授. 2004年北海道大学大学院情報科学研究科教授, 現在に至る. 非線形制御理論などの研究に従事. 博士(工学). システム制御情報学会, 電子情報通信学会, 化学工学会などの会員.

島 公 脩 (正会員)

1963年京都大学工学部数理工学科卒業. 68年同大学院工学研究科博士課程単位取得退学. 同年大阪大学基礎工学部制御工学科助手. 70年京都大学工学部数理工学科助教授. 82年北海道大学工学部精密工学科教授. 2004年北海道大学名誉教授, 現在に至る. その間, 非線形制御系の設計論の研究に従事. 工学博士. 計測制御学会フェロー. 81年システム情報学会論文賞. 2004年同および砂原賞. 99年計測制御学会論文賞. システム情報制御学会, 日本応用数理学会の会員.