代理モデル制御則が常に成り立つモデル規範形適応制御系の一構成法

棚 橋 清太郎*・板 宮 敬 悦*

A Design Scheme of Model Reference Adaptive Control System to Guarantee the Surrogate Model Control Law

Seitaro TANAHASHI* and Keietsu ITAMIYA*

It is known that model reference adaptive control system (MRACS) based on surrogate model control (SMC) law can decrease the L_2 -norm of tracking error by increasing the adaptation speed. Generally, the adaptive law combined with parameter projection algorithm is used for avoiding zero singular problem in an adaptive control calculation and maintaining the robust adaptation. However, such an adaptive law may transiently destroy the SMC law. This paper proposes a new design scheme of the MRACS which always guarantees the realization of SMC law. It is accomplished with the high order tuner with a smooth projection. The efficiency of the proposed MRACS is shown by the stability analysis and a numerical simulation.

Key Words: model reference adaptive control system, surrogate model control law, high order tuner, dynamic certainty equivalence law, smooth projection

1. はじめに

モデル規範形適応制御系 (Model Reference Adaptive Control System: MRACS) は、一般に、CE (Certainty Equivalent) 原理に基づいて構成されることが多い。これに対し、DyCE (Dynamic Certainty Equivalent) 原理に基づく MRACS^{1)~4)}は、代理モデル制御 (Surrogate Model Control: SMC) 則と高階調整則 (High Order tuner: HOT) を併用することで、制御誤差が可調整パラメータの変化率に依存しない特徴を有する。このため、適応速度を増加させるほど、制御誤差の L_2 ノルムを理論的に小さくできることが知られている⁵⁾。これは、CE 原理に基づく MRACS にはない性質である^{6), 7)}。

一方、MRACS を構成する場合には、入力合成時の零特異問題の回避や制御系の安定性・ロバスト性の確保という観点から可調整パラメータの値をあらかじめ設計した凸領域に拘束する必要がある。これを実現するため、しばしば射影動作を伴う適応則^{8)~10)}が用いられている。適応則は一般に積分則であるため、従来の射影動作は、可調整パラメータが設計凸領域外に更新されそうになるとき、積分器の入力を零にリセットする方法で実現されていた。

このような理由から、DyCE 原理に基づく MRACS もま

た HOT に射影動作を伴わせる必要がある。しかしながら、従来法^{3), 4)}では積分入力を零にリセットするタイプの射影アルゴリズムが使われていたため、射影動作が起これると、その動作の開始・開放時刻で可調整パラメータの高階微分値が存在せず、SMC 則が不成立となる時間が発生する。これは、適応速度を増加させるほど制御誤差の L_2 ノルムを小さくできるという DyCE 原理に基づく MRACS の特長が損なわれることを意味する。このため、このような現象を排除できる構成法を整備することは工学的に意義があると考えられる。

一方、Akella ら¹¹⁾は、状態フィードバック型の適応レギュレーション問題において、滑らかな射影動作を伴う適応則を提案している。これは、シグモイド関数と適応 I&I (Immersion and Invariance) 手法¹²⁾により設計された適応則で、すべての時刻で可調整パラメータの滑らかさを保証する。われわれはすでに、この方法を拡張して、滑らかな射影動作を伴う適応則を用いた出力フィードバック型 MRACS¹³⁾を提案した。しかしながら、文献 [13] の構成法を含む適応 I&I 手法により設計された出力フィードバック型 MRACS^{14), 15)}では、制御対象の相対次数が 1 の場合に、適応則の実現に制御量の微分値を必要とする。これに対し、われわれはシグモイド関数と勾配法により設計される適応則を新たに開発し、これを用いた安定な MRACS の構成法を示した^{16), 17)}。われわれの構成法によれば、相対次数が 1 の場合でも、適応則の実現に制御量の微分値を必要としない。また、特別な手法を用いることなく適応則を平易に設計することができる。

本論文は、可調整パラメータの射影動作を実現しつつ、SMC 則が常に成り立つ MRACS の一構成法を提案するものである。

* 防衛大学校電気電子工学科 横須賀市走水 1-10-20

* Dept. of Electrical and Electronic Eng., National Defense Academy, 10-20, Hashirimizu 1-chome, Yokosuka
(Received June 11, 2007)
(Revised October 10, 2007)

る。本構成法の鍵は、前述の研究成果を応用した「滑らかな射影動作を伴う HOT」にある。

以下では、2章で問題設定を行ない、3章で従来法の問題を解決する新たな適応制御器を提案する。4章では MRACS の安定解析を行ない、5章では提案法の有効性を示すため従来法と比較した数値実験結果を示す。

本論文ではつぎの表記法を用いる。:= は定義式、^T は転置、ボード体はベクトルまたは行列、準正定対称行列 $\mathbf{R}$ に対して $\mathbf{R}^{\frac{1}{2}}$ は $\mathbf{R}$ の平方根行列、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルム、 s はラプラス演算子、 D は時間微分演算子、 $\mathcal{L}$ はラプラス変換記号、 $\mathcal{L}^{-1}$ は逆ラプラス変換記号、ベクトル $\mathbf{x}$ に対して x_i は $\mathbf{x}$ の i 番目の要素、 L_1, L_2, L_{2e} および L_∞ はそれぞれ絶対値可積分、自乗可積分、有限区間で自乗可積分、一様有界な関数の集合を表わす。 $w(t)$ のラプラス変換を $W(s)$ とするとき

$$\left(W(s)[\mathbf{x}]\right)(t) := \int_0^t w(t-\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau$$

自然数 j と設計定数 $\lambda(>0)$ に対して

$$\mathbf{x}^{[j]}(t) := (D + \lambda)^j \mathbf{x}(t)$$

$$\mathbf{x}^{[-j]}(t) := \left(\frac{1}{(s + \lambda)^j}[\mathbf{x}]\right)(t)$$

$$\mathbf{x}^{(j)}(t) := \frac{d^j}{dt^j} \mathbf{x}(t)$$

$\mathbf{x}(\cdot) \in L_{2e}$ に対して $\mathbf{x}$ の $L_{2\delta}$ ノルムを、以下のように定義する。

$$\|\mathbf{x}_t\|_{2\delta} := \left(\int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} \|\mathbf{x}(\tau)\|^2 d\tau\right)^{\frac{1}{2}}; \delta > 0$$

2. 制御対象と問題設定

制御対象は連続時間一入力一出力線形時不変系とし、制御対象の伝達関数を $N_p(s)/D_p(s)$ とする。また、制御対象の次数を n 、相対次数を $n^* (\leq n)$ 、時刻 t における入力、出力をそれぞれ $u(t)$ 、 $y(t)$ とし、制御対象に以下の仮定を設ける。

[仮定]

(A1) 可制御かつ可観測である。

(A2) 最小位相系である。

(A3) n と n^* は既知。

(A4) 利用可能な信号は $u(t)$ と $y(t)$ 。

ここで、ベクトル $\boldsymbol{\zeta}(t)$ を以下で定義する。

$$\boldsymbol{\zeta}(t) := [\boldsymbol{\zeta}_u^T(t), \boldsymbol{\zeta}_y^T(t)]^T \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_u(t) := [u^{[-n^*]}(t), u^{[-(n^*+1)]}(t), \dots, u^{[-(n^*+n-1)]}(t)]^T \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_y(t) := [y^{[-n^*]}(t), y^{[-(n^*+1)]}(t), \dots, y^{[-(n^*+n-1)]}(t)]^T \quad (3)$$

このとき、以下の関係を満足するパラメータ $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^{2n}$ が一意に存在する。

$$y(t) = \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\zeta}(t) + \epsilon_1(t) \quad (4)$$

$\epsilon_1(t)$ は、以下のように表わされる指数減衰信号である。

$$\epsilon_1(t) := \sum_{i=1}^n \alpha_i \epsilon_2^{[-(i-1)]}(t) \quad (5)$$

$$\mathcal{L}\{\epsilon_2(t)\} := \frac{\mathbf{c}^T \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}_0}{(s + \lambda)^{n^*} \mathbf{c}^T \text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{b}} \quad (6)$$

ここに、 $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ は制御対象の最小実現、 $\mathbf{x}_0$ は対応する内部状態の初期値とする。

ここで、 $\boldsymbol{\alpha}$ に対してつぎの仮定を設ける。

[仮定]

(A5) $\boldsymbol{\alpha}$ は未知であるが、その要素 $\alpha_i (i = 1 \sim 2n)$ の上限 $\alpha_{i,\max}$ と下限 $\alpha_{i,\min}$ は既知である。ただし、一般性を失うことなく $\alpha_{1,\min}$ は正数とする。

[問題設定]

上記の仮定の下で、可調整パラメータの射影動作を実現しつつ、SMC 則が常に成り立つ MRACS を構成せよ。

3. モデル規範形適応制御器

提案する適応制御器を、入力合成部と適応機構に分けて記述する。

《入力合成則》 制御入力 $u(t)$ を以下のように合成する。

$$u(t) := \frac{y_m^{[n^*]}(t) - \hat{\boldsymbol{\alpha}}^T(t) \bar{\boldsymbol{\zeta}}^{[n^*]}(t) - f(t)}{\hat{\alpha}_1(t)} \quad (7)$$

ここに

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(t) := [\hat{\alpha}_1(t), \hat{\boldsymbol{\alpha}}^T(t)]^T \quad (8)$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(t) := [\hat{\alpha}_2(t), \hat{\alpha}_3(t), \dots, \hat{\alpha}_{2n}(t)]^T \quad (9)$$

$$\bar{\boldsymbol{\zeta}}(t) := [\mathbf{0}, \mathbf{I}_{2n-1}] \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (10)$$

$$f(t) := \sum_{j=1}^{n^*} n^* C_j \{\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{(j)}(t)\}^T \bar{\boldsymbol{\zeta}}^{[n^*-j]}(t) \quad (11)$$

$y_m(t)$ は $y(t)$ の目標値で、以下の漸近安定な規範モデルの出力として与えられる。

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{b}_m r(t) \quad (12)$$

$$y_m(t) = \mathbf{c}_m^T \mathbf{x}_m(t) \quad (13)$$

ここに、 $r(t)$ は区分的に連続かつ有界な参照入力である。また、規範モデルの相対次数は n^* 以上とする。

(4) 式に対応した推定モデルを $\hat{y}(t) := \hat{\boldsymbol{\alpha}}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t)$ とすると、(7) 式は SMC 則；

$$y_m(t) = \hat{y}(t) \quad (14)$$

と等価である。(付録 A 参照。) このとき、制御誤差 $\tilde{y}(t)$ は

$$\tilde{y}(t) := y(t) - y_m(t) \quad (15)$$

$$= \tilde{\boldsymbol{\alpha}}^T(t) \boldsymbol{\zeta}(t) + \epsilon_1(t); \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(t) := \boldsymbol{\alpha} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}(t) \quad (16)$$

となる。これに対して、従来のCE原理に基づくMRACS (すなわち (7) 式において $f(t) = 0$) の制御誤差は

$$\tilde{y}(t) = \tilde{\alpha}^T(t)\zeta(t) + \epsilon_1(t) + e_{\text{aux}} \quad (17)$$

$$e_{\text{aux}}(t) := \dot{\tilde{y}}(t) - y_m(t) \quad (18)$$

$$= \sum_{j=0}^{n^*-1} \left(\frac{1}{(s+\lambda)^{j+1}} \left[\phi^T \zeta^{[j]} \right] \right) (t) \quad (19)$$

となる。ここに、 $\phi(t)$ は適応則の積分核である。(16) 式と (17) 式を比べると、CE 原理に基づくMRACS では、制御誤差が可調整パラメータの変化率 $\phi(t) (= \dot{\alpha}(t))$ に依存する拡張信号 $e_{\text{aux}}(t)$ を含まず、同定誤差 $\tilde{\alpha}^T(t)\zeta(t)$ のみで記述される。したがって、適応速度を増加させるほど、制御誤差の L_2 ノルムを理論的に小さくすることができる⁵⁾。

《適応機構》 $\hat{\alpha}_i(t)$ と $\hat{\alpha}_i^{(j)}(t)$ ($i = 1 \sim 2n$, $j = 1 \sim n^*$) は、以下の適応則により更新される。

$$\hat{\alpha}_i(t) := \Delta_i \{1 - \tanh \hat{\psi}_i(t)\} + \alpha_{i,\min} \quad (20)$$

$$\Delta_i := \frac{1}{2} (\alpha_{i,\max} - \alpha_{i,\min}) \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\psi}}_i(t) := -\gamma_i \{q_i(t) - r_i^T(t)\hat{\alpha}(t)\} \quad (22)$$

$$; \gamma_i > 0, \hat{\psi}_i(0) := \frac{1}{2} \ln \frac{\alpha_{i,\max} - \hat{\alpha}_i(0)}{\hat{\alpha}_i(0) - \alpha_{i,\min}},$$

$$\alpha_{i,\min} \leq \hat{\alpha}_i(0) \leq \alpha_{i,\max}$$

$$q_i(t) := \left(\frac{\sigma^{n^*}}{(s+\sigma)^{n^*}} [y_N \zeta_{i,N}] \right) (t); \sigma > 0 \quad (23)$$

$$r_i(t) := \left(\frac{\sigma^{n^*}}{(s+\sigma)^{n^*}} [\zeta_{i,N} \zeta_N] \right) (t) \quad (24)$$

$$y_N(t) := y(t)/N(t), \zeta_{i,N}(t) := \zeta_i(t)/N(t) \quad (25)$$

$$N(t) := \{\rho + \zeta^T(t)\zeta(t)\}^{\frac{1}{2}}; \rho > 0 \quad (26)$$

ここで、提案するMRACSのブロック線図を Fig. 1 に示す。

Fig. 1 Blockdiagram of the proposed MRACS

シグモイド関数を用いずに、(22) 式の $\dot{\hat{\psi}}_i(t)$ を $-\dot{\hat{\alpha}}_i(t)$ で置換した適応則は、以下の評価関数を極小化する勾配法型 HOT である。

$$J(t) := \int_0^t h(t-\tau) \{y_N(\tau) - \tilde{\alpha}^T(t)\zeta_N(\tau)\}^2 d\tau \quad (27)$$

$$h(t) := \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\sigma^{n^*}}{(s+\sigma)^{n^*}} \right] \quad (28)$$

このHOTに射影動作を伴ったMRACSの構成法は、すでに提案されている^{3), 4)}。それらのMRACSでは、入力合成時の零特異問題を回避するため、後述する数値実験において(76)式で示すような射影動作を伴うHOTが用いられている。しかしながら、その射影動作は適応則の積分核を零にリセットすることにより実現されていたため、射影動作が起これば、その動作の開始・開放時刻で可調整パラメータの高階微分値が存在せず、SMC則が不成立となる時間が発生する。その時間の制御誤差方程式は、(16)式に(18)式の $e_{\text{aux}}(t)$ を含むようになる。これは、適応速度を増加させるほど制御誤差の L_2 ノルムを小さくできるというDyCE原理に基づくMRACSの特長が損なわれることを意味する。これに対し提案法では、すべての時刻で滑らかな射影動作が行なわれるため、射影動作によってSMC則が不成立となる時間は存在しない。このため、すべての時間で前述のMRACSの特長を活かした制御を行なうことが可能となる。

(注意1) (22)式によって $\hat{\psi}_i(t)$ が決まると、(20)式から $\hat{\alpha}_i(t)$ が一意に決まることがわかる。また、任意の $\hat{\psi}_i(t)$ に対して、明らかに

$$\alpha_{i,\min} \leq \hat{\alpha}_i(t) \leq \alpha_{i,\max} \quad (29)$$

が満足されることがわかる。

【補題1】 (20)式と(22)式で定義される適応則を用いれば、 $\hat{\psi}_i^{(j)}(t)$ と $\hat{\alpha}_i^{(j)}(t)$ ($i = 1 \sim 2n$, $j = 2 \sim n^*$) は、以下の j に関する漸化式で計算できる。

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_i^{(j)}(t) = & -\gamma_i \left[q_i^{(j-1)}(t) \right. \\ & \left. - \sum_{k=0}^{j-1} C_k \{r^{(j-1-k)}(t)\}^T \hat{\alpha}^{(k)}(t) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_i^{(j)}(t) = & -\frac{\Delta_i}{\cosh \hat{\psi}_i(t)} \hat{\psi}_i^{(j)}(t) \\ & + \frac{2}{\Delta_i} \sum_{k=1}^{j-1} C_k \hat{\psi}_i^{(j-k)}(t) \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} (\alpha_{i,\max} + \alpha_{i,\min}) \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right]^{(k-1)} \end{aligned} \quad (31)$$

ここに、 $\hat{\psi}_i^{(1)}(t)$ は(22)式で与えられる。また、(20)式の両辺を微分することによって

$$\hat{\alpha}_i^{(1)}(t) = -\frac{\Delta_i}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \hat{\psi}_i^{(1)}(t) \quad (32)$$

(証明) 付録B参照。

(注意2) (31)式の $\hat{\alpha}_i^{(j)}(t)$ は、あえて $\hat{\alpha}_i(t)$ や $\hat{\alpha}_i^{(1)}(t)$ を含む式で表す。この理由は、後に示す $\hat{\alpha}_i^{(j)}(t)$ の一樣有界性の証明を考慮したためである。

(注意 3) 適応制御系の構成法で、シグモイド関数を活用して滑らかな射影動作を伴う適応則を実現する方法に初めて言及した論文は文献 [11] である。そこでは、シグモイド関数と適応 I&I 手法¹²⁾により適応機構が設計される。われわれは、この設計法を拡張して出力フィードバック型 MRACS の構成法を提案した¹³⁾。しかしながら、文献 [13] の構成法を含む適応 I&I 手法により設計された出力フィードバック型 MRACS^{14), 15)}では、制御対象の相対次数が 1 の場合に、適応則の実現に制御量の微分値を必要とする。

これに対し、われわれはシグモイド関数と勾配法により設計される適応則を新たに開発し、これを用いた安定な MRACS の構成法を示した^{16), 17)}。文献 [13] と文献 [16] および [17] の適応機構は、シグモイド関数と適応則によって構成されるという点で基本的に同じである。しかしながら、適応則の設計方法が異なるため、文献 [16] および [17] で提案する適応則は以下の特長を有する。

- (1) 制御対象の相対次数が 1 の場合にも、適応則の実現のために制御量の微分値を必要としない。
- (2) 従来までの勾配法型適応則をそのまま用いた構成が可能であるため適応則の設計が平易である。

ここで提案する (20)～(26) 式の適応機構は、文献 [16] および [17] の方法の応用で、シグモイド関数と勾配法型 HOT で構成される。このため、提案する適応機構もまた上述の特長を有する。 ■

4. MRACS の安定性

ここでは、まず、3 節で提案した滑らかな射影動作を伴う HOT が満足する性質を導出し、その結果と仮定を用いて制御系の全信号が一様有界であることを証明する。最後に、出力誤差 $\tilde{y}(t)$ の零収束性を示す。

4.1 適応機構で保証される性質

《定理 1》 (20)～(26) 式で構成される適応機構は、以下の性質を満足させる。

- (P1) $\hat{\psi}_i(\cdot), \hat{\alpha}_i(\cdot) \in L_\infty$
- (P2) $J(\cdot) \in L_1$
- (P3) $\dot{\hat{\psi}}_i(\cdot), \dot{\hat{\alpha}}_i(\cdot), \kappa(\cdot), \varepsilon_N(\cdot), \tilde{y}_N(\cdot) \in L_2$
- (P4) $\hat{\alpha}_i^{(k)}(\cdot) \in L_\infty; k = 1 \sim n^*$

ここに

$$\kappa(t) := R^{\frac{T}{2}}(t)\tilde{\alpha}(t), \varepsilon_N(t) := \tilde{\alpha}^T(t)\zeta_N(t),$$

$$\tilde{y}_N(t) := \tilde{y}(t)/N(t),$$

$$R(t) := \int_0^t h(t-\tau)\zeta_N^T(\tau)\zeta_N(\tau)d\tau$$

(証明) パラメータの推定誤差を

$$\tilde{\psi}_i(t) := \hat{\psi}_i(t) - \psi_i^*; \psi_i^* := \frac{1}{2} \ln \frac{\alpha_{i,\max} - \alpha_i}{\alpha_i - \alpha_{i,\min}} \quad (33)$$

$$\tilde{\alpha}_i(t) := \alpha_i - \hat{\alpha}_i(t) \quad (34)$$

とする。このとき、(20)、(33) および (34) 式より

$$\tilde{\alpha}_i(t) = \Delta_i \{ \tanh(\tilde{\psi}_i(t) + \psi_i^*) - \tanh \psi_i^* \} \quad (35)$$

である。ここで、 $V(t)$ を以下で定義する。 $V(t)$ は、任意の $\tilde{\psi}_i(t)$ と ψ_i^* に対して非負関数¹¹⁾である。

$$V(t) := \sum_{i=1}^{2n} \frac{\Delta_i}{\gamma_i} \left\{ \ln \cosh(\tilde{\psi}_i(t) + \psi_i^*) - \tilde{\psi}_i(t) \tanh \psi_i^* \right\} + \frac{1}{2} \int_t^\infty \int_0^\tau h(\tau-x) \epsilon_{1,N}^2(x) dx d\tau \quad (36)$$

ここに、 $\epsilon_{1,N}(t) := \epsilon_1(t)/N(t)$ とする。(36) 式の右辺第 2 項は、 $\epsilon_{1,N}(t)$ が指数減衰信号であるのですべての時刻で有界である。

(22) 式の解軌道に沿った $\dot{V}(t)$ を評価すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{1}{2}J(t) - \frac{1}{2} \left\{ J^{\frac{1}{2}}(t) - J_1^{\frac{1}{2}}(t) \right\}^2 \\ &\leq -\frac{1}{2}J(t) \end{aligned} \quad (37)$$

$$J_1(t) := \int_0^t h(t-\tau) \epsilon_{1,N}^2(\tau) d\tau \quad (38)$$

(37) 式の導出では、シュワルツの不等式を利用した

$$\begin{aligned} &\int_0^t h(t-\tau) \{ y_N(\tau) - \hat{\alpha}^T(t) \zeta_N(\tau) \} \epsilon_{1,N}(\tau) d\tau \\ &\leq J^{\frac{1}{2}}(t) \cdot \left\{ \int_0^t h(t-\tau) \epsilon_{1,N}^2(\tau) d\tau \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (39)$$

と (27) 式の関係を用いた。(37) 式と $J(t) \geq 0$ より、 $V(t)$ は単調減少関数であることがわかる。ここで、 $V(t) \geq 0$ 、 $V(0)$ は有限であるから

$$V(\infty) := \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \text{const.} \quad (40)$$

$$0 \leq V(\infty) \leq V(t) \leq V(0) \quad (41)$$

を得る。この結果から、 $\hat{\psi}_i(\cdot) \in L_\infty$ が成り立つ。また、 $\hat{\alpha}_i(t)$ は (20) 式から、 $\hat{\alpha}_i(\cdot) \in L_\infty$ を満足する。したがって、(P1) が成り立つ。

つぎに、(37) 式を区間 $[0, \infty)$ で定積分すると

$$\int_0^\infty J(\tau) d\tau \leq 2 \{ V(0) - V(\infty) \} < \infty \quad (42)$$

この結果から、(P2) が成り立つ。

以下、(P3) を証明する。

(22) 式に (23) 式と (24) 式を代入したものを積分表現し、両辺を 2 乗する。これに、シュワルツの不等式と (27) 式の関係を用いると $\dot{\psi}_i^2(t)$ は、以下で評価できる。

$$\dot{\psi}_i^2(t) \leq \gamma^2 \int_0^t h(t-\tau) \zeta_{i,N}^2(\tau) d\tau \cdot J(t) \quad (43)$$

ここで、 $\zeta_{i,N}(\cdot) \in L_\infty$ 、 $J(\cdot) \in L_1$ なので、 $\dot{\psi}_i(\cdot) \in L_2$ を得る。

つぎに、 $\hat{\psi}_i(\cdot) \in L_\infty$ なので、次式を満たす正数 c が存在する。

$$0 < c \leq \frac{1}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \leq 1 \quad (44)$$

したがって、このことと $\dot{\hat{\psi}}_i(\cdot) \in L_2$ および (32) 式より、 $\dot{\hat{\alpha}}_i(\cdot) \in L_2$ が成り立つ。

$\mathbf{R}(t)$ は準正定対称行列より $\mathbf{R}^{\frac{1}{2}}(t)$ が存在し、(27) 式の $J(t)$ は

$$J(t) := \|\mathbf{R}^{\frac{T}{2}}(t)\tilde{\alpha}(t)\|^2 + J_2(t) \quad (45)$$

$$J_2(t) := \int_0^t h(t-\tau) \{2\tilde{\alpha}^T(\tau)\zeta_N(\tau)\epsilon_{1,N}(\tau) + \epsilon_{1,N}^2(\tau)\} d\tau \quad (46)$$

と表わすことができる。ここで、 $\epsilon_N(\cdot) \in L_\infty$, $\epsilon_{1,N}(\cdot) \in L_1 \cap L_2$ なので $J_1(\cdot) \in L_1$ 。これと (P2) から、 $\kappa(\cdot) \in L_2$ が成り立つ。

$\tilde{y}_N(\cdot) \in L_2$ の証明には以下の補題が有用である。

[補題 2] $\ell = 0 \sim n^*$ に対して

$$w_\ell(t) := \frac{1}{\sigma^\ell} \tilde{\alpha}^T(t) \mathbf{R}^{[\ell]}(t) \tilde{\alpha}(t) \quad (47)$$

で定義される $w_\ell(t)$ は L_1 関数である。

(証明) 付録 C 参照。

補題 2 において $\ell = n^*$ とすると、 $\epsilon_N(\cdot) \in L_2$ が成り立つ。ここで、正規化された制御誤差は

$$\tilde{y}_N(t) := \tilde{\alpha}^T(t)\zeta_N(t) + \epsilon_{1,N}(t) \quad (48)$$

であるので、 $\epsilon_{1,N}(\cdot) \in L_2$ を考慮すると、 $\tilde{y}_N(\cdot) \in L_2$ が成り立つ。したがって、(P3) が成り立つ。

つぎに、(P4) を証明する。

(30) 式と (31) 式から、 $\hat{\psi}_i^{(j)}(t)$ を消去すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_i^{(j)}(t) &= \frac{\Delta_i \gamma_i}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \left[q_i^{(j-1)}(t) \right. \\ &\quad - \sum_{k=0}^{j-1} C_k \left\{ \mathbf{r}_i^{(j-1-k)}(t) \right\}^T \tilde{\alpha}^{(k)}(t) \Big] \\ &\quad - \frac{2\gamma_i}{\Delta_i} \sum_{k=1}^{j-1} C_k \left[q_i^{j-k-1}(t) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{\ell=0}^{j-k-1} C_\ell \left\{ \mathbf{r}_i^{(j-k-1-\ell)}(t) \right\}^T \tilde{\alpha}^{(\ell)}(t) \right] \\ &\quad \cdot \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) - \frac{1}{2}(\alpha_{i,\max} + \alpha_{i,\min}) \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right]^{(k-1)} \end{aligned} \quad (49)$$

(49) 式をもとに、 $\hat{\alpha}_i^{(1)}(t), \hat{\alpha}_i^{(2)}(t), \dots, \hat{\alpha}_i^{(n^*)}(t)$ を順番に求める。この際、右辺から $\hat{\alpha}_i(t)$ の高階微分値を消去するよう再帰的に計算すると、 $\hat{\alpha}_i^{(j)}(t)$ ($j = 1 \sim n^*$) は、 $1/\cosh^2 \hat{\psi}_i(t), q_i^{(k)}(t), \mathbf{r}_i^{(k)}(t)$ ($k = 0 \sim j-1$) および $\hat{\alpha}_i(t)$ の四則演算で計算できることがわかる。ここで、(44) 式および $\tilde{\alpha}(\cdot) \in L_\infty$ 。また、(23) 式と (24) 式の定義から $q_i^{(k)}(\cdot), \mathbf{r}_i^{(k)}(\cdot) \in L_\infty$ である。以上から、 $\hat{\alpha}_i^{(j)}(\cdot) \in L_\infty$ を得る。したがって、(P4) が成り立つ。

Q. E. D.

4.2 MRACS の安定性

《定理 2》 仮定 (A1)～(A5) を満足する制御対象に対して、(7)～(13) 式の入力合成則および (20)～(26) 式の適応機構で構成される MRACS の全信号は一様有界である。また、制御誤差 $\tilde{y}(t)$ は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y}(t) = 0 \quad (50)$$

(証明) 仮定 (A1) の下、MRACS の全信号が一様有界であることは、 $u(\cdot), y(\cdot) \in L_\infty$ を示せば保証される。(4) 式より、 $\zeta(\cdot) \in L_\infty$ ならば $y(\cdot) \in L_\infty$ である。いま、適応機構は、 $\hat{\alpha}^{(j)}(\cdot)$ ($j = 0 \sim n^*$) $\in L_\infty, \hat{\alpha}_1(t) \geq \alpha_{1,\min} > 0$ を保証する。したがって、(7) 式より、 $\bar{\zeta}^{[n^*]}(\cdot), \zeta^{[\ell]}(\cdot)$ ($\ell = 0 \sim n^* - 1$) $\in L_\infty$ ならば $u(\cdot) \in L_\infty$ である。ここで (1) 式より、 $i = 1 \sim n - 1$ に対して

$$\bar{\zeta}_i^{[n^*]}(t) = \zeta_i^{[n^*-1]}(t), \bar{\zeta}_{n+i}^{[n^*]}(t) = \zeta_{n+i}^{[n^*-1]}(t) \quad (51)$$

が成り立つ。したがって、 $\zeta^{[\ell]}(\cdot)$ ($\ell = 0 \sim n^* - 1$) $\in L_\infty$ を示せば、 $u(\cdot), y(\cdot) \in L_\infty$ を証明することができる。そこで、以下では、 $\zeta^{[\ell]}(\cdot)$ ($\ell = 0 \sim n^* - 1$) $\in L_\infty$ を証明する。

まず、 $\zeta^{[\ell]}(t)$ の関係式を求める。 $u(t), y(t)$ のラプラス変換を $U(s), Y(s)$ とすると

$$U(s) = \frac{D_p(s)}{N_p(s)} Y(s) - \mathcal{L} \left\{ \epsilon_2^{[n^*]}(t) \right\} \quad (52)$$

ここで、(1), (6), (16) および (52) 式から、 $\zeta(t)$ は以下で表わすことができる。

$$\zeta(t) := \beta(t) + \left(\mathbf{z}(s) [\tilde{\alpha}^T \zeta] \right)(t) \quad (53)$$

ここに

$$\beta(t) := \left(\mathbf{z}(s) [y_m] \right)(t) + \left(\mathbf{z}_1(s) [\epsilon_2] \right)(t) \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(s) &:= \left[\frac{1}{(s+\lambda)^{n^*}} \frac{D_p(s)}{N_p(s)}, \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*+1}} \frac{D_p(s)}{N_p(s)}, \dots, \right. \\ &\quad \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*+n-1}} \frac{D_p(s)}{N_p(s)}, \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*}} \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*+1}}, \\ &\quad \left. \dots, \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*+n-1}} \right]^T \end{aligned} \quad (55)$$

$$\mathbf{z}_1(s) := \mathbf{z}(s) \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{(s+\lambda)^{i-1}} - \mathbf{z}_2(s) \quad (56)$$

$$\mathbf{z}_2(s) := \left[1, \frac{1}{s+\lambda}, \dots, \frac{1}{(s+\lambda)^{n-1}}, \mathbf{0}_n^T \right]^T \quad (57)$$

(53) 式の両辺に $(D+\lambda)$ を $\ell (= 1 \sim n^*)$ 回作用させると、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \zeta^{[\ell]}(t) &= \beta^{[\ell]}(t) + \\ &\quad \left(\mathbf{z}(s) \left[\sum_{i=0}^{\ell} C_i \left\{ \tilde{\alpha}^{(\ell-i)} \right\}^T \zeta^{[i]} \right] \right)(t) \end{aligned} \quad (58)$$

双プロパーな伝達関数ベクトル $\mathbf{z}(s)$ は、直達項と厳密にプロパーな伝達関数ベクトル $\bar{\mathbf{z}}(s)$ に分けられる。このことを考慮し、上式の両辺の $\zeta^{[\ell]}(t)$ をまとめ、整理すると、以下の

関係式を得る.

$$\begin{aligned} M(t)\zeta^{[\ell]}(t) &= \beta^{[\ell]}(t) + \left(\bar{z}(s)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell]}] \right)(t) \\ &+ \left(z(s) \left[\sum_{i=0}^{\ell-1} \ell C_i \{ \tilde{\alpha}^{(\ell-i)} \}^T \zeta^{[i]} \right] \right)(t) \end{aligned} \quad (59)$$

ここに

$$\bar{z}(s) := z(s) - [1/\alpha_1, \mathbf{0}_{2n-1}^T] \quad (60)$$

$$M(t) := \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1(t)/\alpha_1 & \mathbf{m}_1^T(t) \\ \mathbf{0}_{2n-1} & \mathbf{I}_{2n-1} \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_1(t) &:= [-\tilde{\alpha}_2(t)/\alpha_1, -\tilde{\alpha}_3(t)/\alpha_1, \dots \\ &\quad -\tilde{\alpha}_{2n-1}(t)/\alpha_1]^T \end{aligned} \quad (62)$$

ここで, 射影動作を伴う適応則により $\hat{\alpha}_1(t) \geq \alpha_{1,\min} > 0$ であるから, $M^{-1}(t)$ が存在する. また, (59) 式の右辺第 2 項は, 以下のように変形できる.

$$\begin{aligned} \left(\bar{z}(s)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell]}] \right)(s) &= \left(\bar{z}(s)(s+\lambda)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell-1]}] \right)(t) \\ &- \left(\bar{z}(s)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell-1]}] \right)(t) \end{aligned} \quad (63)$$

これらを考慮して (59) 式を整理すると, 以下の関係式を得る.

$$\begin{aligned} \zeta^{[\ell]}(t) &= M^{-1}(t)\beta^{[\ell]}(t) \\ &+ M^{-1}(t) \left(\bar{z}(s)(s+\lambda)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell-1]}] \right)(t) \\ &- M^{-1}(t) \left(\bar{z}(s)[\tilde{\alpha}^T \zeta^{[\ell-1]}] \right)(t) \\ &+ M^{-1}(t) \left(z(s) \left[\sum_{i=0}^{\ell-1} \ell C_i \{ \tilde{\alpha}^{(\ell-i)} \}^T \zeta^{[i]} \right] \right)(t) \end{aligned} \quad (64)$$

つぎに, (64) 式をもとにした $\|\zeta_t^{[\ell]}\|_{2\delta}^2$ の評価について, 以下の補題が成り立つ.

[補題 3] ある有限な定数 c と $0 < \delta < \min\{2\lambda, 2s_0\}$ を満たす δ に対して, $\zeta^{[\ell]}(t)$ の $L_{2\delta}$ の 2 乗は

$$\|\zeta_t^{[\ell]}\|_{2\delta}^2 \leq c + c\|\zeta_t\|_{2\delta}^2 \quad (65)$$

で評価できる. ここに, $-s_0$ ($s_0 > 0$) は制御対象の零点の中で最も虚軸に近いものの実部を表わす. ■

(証明) 付録 D 参照.

(65) 式において $\ell = n^*$ とすると

$$\|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta}^2 \leq c + c\|\zeta_t\|_{2\delta}^2 \quad (66)$$

このとき, $\|\zeta_t\|_{2\delta}^2$ は (53) 式より, 以下のように評価できる.

$$\|\zeta_t\|_{2\delta}^2 \leq c + c\|(\tilde{\alpha}^T \zeta)_t\|_{2\delta}^2 \quad (67)$$

(67) 式を (66) 式の右辺に代入すると

$$\|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta}^2 \leq c + c\|(\tilde{\alpha}^T \zeta)_t\|_{2\delta}^2 \quad (68)$$

を得る. ここで,

$$\tilde{\alpha}^T(t)\zeta(t) = \tilde{\alpha}^T(t)\zeta_N(t) \cdot N(t) \quad (69)$$

また, $\|\zeta(t)\|$ は, ある有限な定数 c が存在して

$$\|\zeta(t)\| \leq \left\| \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*}} [\zeta_t^{[n^*]}](t) \right\| \leq c\|\zeta_t^{n^*}\|_{2\delta} \quad (70)$$

と評価できる^{18), 19)}. したがって, これらと (68) 式から

$$\begin{aligned} \|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta}^2 &\leq \\ &c + c \int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} \{ \tilde{\alpha}^T(\tau)\zeta_N(\tau) \}^2 \|\zeta_\tau^{[n^*]}\|_{2\delta}^2 d\tau \end{aligned} \quad (71)$$

この評価式に, Bellman-Gronwall の補題を用いると

$$\|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta}^2 \leq c \cdot e^{c\|(\tilde{\alpha}^T \zeta_N)_t\|^2} \quad (72)$$

を得る. この結果と適応機構で保証される $\tilde{\alpha}^T(\cdot)\zeta_N(\cdot) \in L_2$ から, $\|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta} \in L_\infty$ が成り立つ.

ところで, $\ell = 0 \sim n^* - 1$ に対して $\|\zeta^{[\ell]}(t)\|$ は

$$\|\zeta^{[\ell]}(t)\| \leq \left\| \frac{1}{(s+\lambda)^{n^*-\ell}} [\zeta_t^{[n^*]}](t) \right\| \leq c\|\zeta_t^{n^*}\|_{2\delta} \quad (73)$$

と評価できる^{18), 19)}から, $\zeta^{[\ell]}(\cdot)$ ($\ell = 0 \sim n^* - 1$) $\in L_\infty$ が成り立つ. したがって, MRACS の全信号は一様有界である.

最後に, 制御誤差 $\tilde{y}(t)$ の零収束性を示す. $\zeta(\cdot) \in L_\infty$ より $N(\cdot) \in L_\infty$. これと $\tilde{y}_N(\cdot) \in L_2$ より, $\tilde{y}(\cdot) \in L_2 \cap L_\infty$. ここで, (16) 式より $\hat{y}(t)$ は

$$\dot{\hat{y}}(t) = \dot{\tilde{\alpha}}^T(t)\zeta(t) + \tilde{\alpha}^T(t)\dot{\zeta}(t) + \dot{\epsilon}_1(t) \quad (74)$$

である. ここで, $\tilde{\alpha}(\cdot), \dot{\tilde{\alpha}}(\cdot), \zeta(\cdot), \dot{\zeta}(\cdot), \dot{\epsilon}_1(\cdot) \in L_\infty$ より $\dot{\hat{y}}(\cdot) \in L_\infty$ であるから, $\hat{y}(t)$ は一様連続である. これらの性質と Barbalat の定理より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}(t) = 0 \quad (75)$$

が成り立つ.

Q. E. D.

5. 数値実験

ここでは, 以下の数値実験を行ない, 提案法が有効である一例を示す. まず, 従来法によれば, 射影動作に起因して SMC 則が成立しない場合があることを示す. 次いで, 同じ条件下で提案法によれば, 可調整パラメータの射影動作を実現しつつ, SMC 則が常に成り立つことを示す.

数値実験は, DC モータの適応位置制御 (n と n^* がともに 2) を想定し, 以下の条件で行なった.

(制御対象)

$\lambda = 1.0$ とするとき, $t = 10$ [s] で α が

$\alpha_1 : 1.0 \rightarrow 0.25$

$\alpha_2 : 1.5 \rightarrow 0.46875$

$\alpha_3 : 1.75 \rightarrow 2.640625$

$\alpha_4 : -0.75 \rightarrow -1.640625$

と変動するケースを考える. これは, DC モータの負荷が $t = 10$ [s] で当初の 4 倍に変動することを意味する.

(制御対象に関する事前情報)

負荷変動も含めて α の概略の存在範囲を見積もり, その結果から $\alpha_1 \sim \alpha_4$ の存在範囲が以下のように既知であると仮定

する.

$$\alpha_{1,\min} = 0.15, \alpha_{1,\max} = 1.20$$

$$\alpha_{2,\min} = 0.21, \alpha_{2,\max} = 2.31$$

$$\alpha_{3,\min} = 1.21, \alpha_{3,\max} = 3.12$$

$$\alpha_{4,\min} = -2.12, \alpha_{4,\max} = -0.21$$

(制御系の規範モデル)

2次遅れ系で, 減衰係数が0.8, 固有角振動数が1のものを考える. すなわち

$$A_m := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1.6 \end{bmatrix}$$

$$b_m := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, c_m := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$r(t)$: 周期 20[s], ± 1 の大きさをとる矩形波

(適応制御器の設定値)

$$\hat{\psi}_i(0) = \frac{1}{2} \ln \frac{\alpha_{i,\max} - \hat{\alpha}_i(0)}{\hat{\alpha}_i(0) - \alpha_{i,\min}}; i = 1 \sim 4$$

$$\hat{\alpha}_1(0) = 1.1, \hat{\alpha}_2(0) = 1.595$$

$$\hat{\alpha}_3(0) = 1.6525, \hat{\alpha}_4(0) = -0.6525$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 1000, \rho = 0.01, \sigma = 1.0$$

(その他の設定)

数値実験の終了時刻 $t = 30$ [s]

従来の射影型 HOT⁴⁾;

$$\hat{\alpha}_i(t) := \hat{\alpha}_i(0) + \gamma_i \int_0^t \phi_i(\tau) d\tau; i = 1 \sim 4 \quad (76)$$

$$\phi_i(t) := \begin{cases} 0 & (t \in \Omega_{1i}, \Omega_{2i}) \\ q_i(t) - r_i^T(t) \hat{\alpha}(t) & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

Fig. 2 Response of the MRACS used by the HOT with the conventional parameter projection

Fig. 3 Response of the MRACS used by the HOT with the smooth parameter projection

Fig. 4 A magnification of $\hat{\alpha}_1$ in Fig. 2 and Fig. 3 in $t \in [11, 16]$

$$\Omega_{1i} := \{t \mid \hat{\alpha}_i(t) = \alpha_{i,\min}, q_i(t) - r_i^T(t) \hat{\alpha}(t) < 0\}$$

$$\Omega_{2i} := \{t \mid \hat{\alpha}_i(t) = \alpha_{i,\max}, q_i(t) - r_i^T(t) \hat{\alpha}(t) > 0\}$$

を用いた数値実験結果を Fig. 2 に示す. また, 提案法による数値実験結果を Fig. 3 に示す.

それぞれの図の上段は $y(t)$ (実線) と $y_m(t)$ (破線) の応答波形を, 中段は $\hat{y}(t) := y(t) - \hat{y}(t)$ (実線), $\varepsilon(t) := y(t) - \hat{y}(t)$ (点破線) と $e_{\text{aux}}(t) := \hat{y}(t) - y_m(t)$ (破線) の応答波形を, 下段は $\hat{\alpha}_1(t)$ の応答波形 (実線) を表す. また, 下段における破線は $\alpha_{1,\max}$, 点破線は $\alpha_{1,\min}$ である. いずれも横軸は時間 t を表す.

また, 時刻 11[s] から 16[s] の間の $\hat{\alpha}_1(t)$ の応答波形を拡大したものを Fig. 4 に示す. ここに, 破線が従来法による $\hat{\alpha}_1(t)$ を表わし, 実線が提案法による $\hat{\alpha}_1(t)$ を表わす.

まず, 従来法を用いた数値実験では, 結果的に, $\hat{\alpha}_1(t)$ の下限値に対してのみ射影動作が起きた. Fig. 2 下段および Fig. 4

より、時刻 11.3[s] から 12.3[s] 付近の間および 13.4[s] から 13.9[s] 付近の間で射影動作が起きていること、また、その開始・開放時刻で $\hat{\alpha}_1(t)$ の滑らかさが失われていることを確認できる。このため、Fig. 2 中段のグラフより、最初の射影動作が起きた時刻 11.3[s] 付近から $e_{aux}(t)$ の発生を確認できる。これから、従来法では射影動作に起因して SMC 則が成立しないことがわかる。

一方、同じ条件で行なった提案法による数値実験では、Fig. 3 下段および Fig. 4 より、すべての時刻で滑らかな射影動作が行なわれていることを確認できる。このため、Fig. 3 中段のグラフより、すべての時刻で SMC 則が成立していることを確認できる。

6. おわりに

滑らかな射影動作を伴う HOT を DyCE 原理に基づく MRACS に適用し、可調整パラメータの射影動作を実現しつつ、SMC 則が常に成り立つ MRACS の一構成法を提案した。また、その安定解析を行なうとともに、数値実験により従来法と比較して提案法が有効である一例を示した。

これまでの DyCE 原理に基づく MRACS でも、射影動作が起きないという保証があれば、適応速度を増加させるほど制御誤差の L_2 ノルムを減少させることができる。しかしながら、射影動作が起きるか否かは動作条件や環境条件に依存するため、その予測は困難である。一方、提案法は、射影動作によって SMC 則が不成立となることがないため、適応速度を増加させるほど、すべての時間で制御誤差の L_2 ノルムを減少させることができる。

提案法では、シグモイド関数によって可調整パラメータの推定値 $\hat{\alpha}(t)$ の有界性が保証される。しかしながら、 $\hat{\psi}_i(t)$ の調整自体には通常の積分則を用いているため、未知の外乱や寄生要素の存在下で、 $\hat{\psi}_i(t)$ の有界性は保証されない。ここで提案した MRACS をロバスト適応則によって再構成することは、今後の課題である。

謝辞 最後にりましたが、丁寧かつ的確な指摘をしていただいた査読者の方々に感謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) A.S. Morse: High Order Parameter Tuners for the Adaptive Control of Nonlinear Systems, in Proc., *US-Italy Joint Seminar Syst., Model Feedback Theorem Appl., Capri, Italy* (1992)
- 2) R. Ortega: On Morse's New Adaptive Controller: Parameter Convergence and Transient Performance, *IEEE Trans.*, **AC-38**-8, 1191/1202 (1993)
- 3) 板宮, 山野, 鈴木: DyCE 原理に基づくモデル規範形適応制御系の一構成法とその安定性, 計測自動制御学会論文集, **34**-9, 1205/1213 (1998)
- 4) 板宮, 鈴木: 間接法型適応制御系の設計に関する新展開, 計測と制御, **40**-10, 686/691 (2003)
- 5) R. Ortega: Transient Bounds of Dynamic Certainty Equivalent Adaptive Controllers, *Int. J. Adaptive Control and Signal Processing*, **7**, 291/295 (1993)
- 6) 新, 北森: 拡張誤差を用いない連続時間モデル規範形適応制御系の構成, 第 3 回適応制御シンポジウム, 57/60 (1983)
- 7) 大森浩充: 高階調整法による適応制御, 計測と制御, **35**-6, 424/429 (1996)
- 8) G.C. Goodwin and D.Q. Mayne: A Parameter Estimation Perspective of Continuous Time Model Reference Adaptive Control, *Automatica*, **23**-1, 57/70 (1987)
- 9) R. Bakker and A.M. Annaswamy: Stability and Robustness Properties of a Simple Adaptive Controller, *IEEE Trans.*, **AC-41**-9, 1352/1358 (1996)
- 10) J.B. Pomet and L. Praly: Adaptive Nonlinear Regulation: Estimation from the Lyapunov Equation, *IEEE Trans.*, **AC-37**-6, 729/740 (1992)
- 11) M.R. Akella and K. Subbarao: A novel parameter projection mechanism for smooth and stable adaptive control, *Systems & Control Letters*, **54**, 43/51 (2005)
- 12) A. Astolfi and R. Ortega: Immersion and Invariance: A New Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems, *IEEE Trans.*, **AC-48**-4, 590/606 (2003)
- 13) 板宮, マルテン・ロイ・タムス: 滑らかな射影則に基づく MRACS の一構成法, 計測自動制御学会第 6 回適応学習制御シンポジウム資料, 7-10 (2006)
- 14) R. Ortega, A. Astolfi and L. Hsu: Immersion and Invariance model reference adaptive control: New parameterization for the problem, *Proc. of the 42nd IEEE CDC*, ThA06-1, 3239/3243 (2003)
- 15) 加藤, 大森: 確定外乱を考慮したロバスト I&I—モデル規範形適応制御システムの構成法, 計測自動制御学会第 4 回適応学習制御シンポジウム資料, 5-10 (2004)
- 16) 棚橋, 板宮: 滑らかな射影則に基づく直接法 MRACS の一構成法, 計測自動制御学会第 7 回適応学習制御シンポジウム資料, 73-76 (2007)
- 17) 棚橋, 板宮: 滑らかな射影動作をする間接法モデル規範形適応制御系の一構成法, 計測自動制御学会第 7 回制御部門大会資料, 62-3-1 (2007)
- 18) P.A. Ioannou and J. Sun: Robust Adaptive Control, 85/96, *Prentice Hall* (1996)
- 19) 鈴木 隆: アダプティブコントロール, 44/50, コロナ社 (2001)

《付 録》

A. (7) 式の導出

(14) 式の両辺に $(D + \lambda)^{n^*}$ を作用させると

$$y_m^{[n^*]}(t) = (D + \lambda)^{n^*} \left\{ \hat{\alpha}^T(t) \zeta(t) \right\} \quad (A.1)$$

このとき, (A.1) 式の右辺は

$$\begin{aligned} & \hat{\alpha}_1(t)u(t) + \hat{\alpha}^T(t)\tilde{\zeta}^{[n^*]}(t) \\ & + \sum_{j=1}^{n^*} n^* C_j \left\{ \hat{\alpha}^{(j)}(t) \right\}^T \zeta^{[n^*-j]}(t) \end{aligned} \quad (A.2)$$

と表わせる。したがって, (11) 式で $f(t)$ を定義し, (A.2) 式の関係を $u(t)$ について解けば, (7) 式が得られる。

B. (31) 式の証明

(i) $j = 2$ のとき (32) 式の両辺を微分し, $\sinh \hat{\psi}(t)$ および $\cosh \hat{\psi}(t)$ を $\tanh \hat{\psi}(t)$ で表わすと

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_2^{(2)}(t) = & -\frac{\Delta_i}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \hat{\psi}_i^{(2)}(t) \\ & + \frac{2\Delta_i \tanh \hat{\psi}_i(t)}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \hat{\psi}_i^{(1)}(t) \end{aligned} \quad (B.1)$$

(32) 式から

$$-\Delta_i \tanh \hat{\psi}_i(t) = \hat{\alpha}_i(t) - \nu \quad (\text{B.2})$$

$$\nu := -\frac{1}{2}(\alpha_{i, \max} + \alpha_{i, \min}) \quad (\text{B.3})$$

(B.1) 式に (32) および (B.2) 式を代入すると, (31) 式が成り立つ.

(ii) $j = \ell$ のとき (31) 式が成り立つことを仮定する. このとき, $j = \ell$ とした (31) 式に (B.3) 式を代入し, その両辺を微分する. そして, $j = 2$ のときと同様の変形を行なうと

$$\hat{\alpha}_i^{(\ell+1)}(t) = -\frac{\Delta_i}{\cosh^2 \hat{\psi}_i(t)} \hat{\psi}_i^{(\ell+1)}(t) + \beta(t) \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \beta(t) := & \frac{2}{\Delta_i} \hat{\psi}_i^{(\ell)}(t) \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) - \nu \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right] \\ & + \frac{2}{\Delta_i} \sum_{k=1}^{\ell-1} {}_{\ell-1}C_k \hat{\psi}_i^{(\ell+1-k)}(t) \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) - \nu \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right]^{(k-1)} \\ & + \frac{2}{\Delta_i} \sum_{k=1}^{\ell-1} {}_{\ell-1}C_k \hat{\psi}_i^{(\ell-k)}(t) \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) - \nu \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right]^{(k)} \end{aligned}$$

ここで ${}_{\ell-1}C_k + {}_{\ell-1}C_{k-1} = {}_{\ell}C_k$ に留意すると, $\beta(t)$ は以下のようにまとめることができる.

$$\beta(t) = \frac{2}{\Delta_i} \sum_{k=1}^{\ell} {}_{\ell}C_k \hat{\psi}_i^{(\ell+1-k)}(t) \left[\left\{ \hat{\alpha}_i(t) - \nu \right\} \hat{\alpha}_i^{(1)}(t) \right]^{(k-1)}$$

この $\beta(t)$ を (B.4) 式に代入すると $j = \ell + 1$ のときにも成り立つことがわかる. ゆえに, 帰納法によってすべての j に対して (31) 式が成り立つ. Q. E. D.

C. 補題2の証明

(i) 定理1(P3)の $\kappa(\cdot) \in L_2$ より, $w_0(\cdot) \in L_1$.

(ii) $w_k(\cdot) \in L_1$ を仮定する. これは, $\tau(\cdot) \in L_2$ を意味する. ここに, $\tau(t) := \left\{ \mathbf{R}^{[k]}(t) \right\}^{\frac{1}{2}} \tilde{\alpha}(t)$ である. このとき, $\ell = k$ とした (47) 式の両辺に $(D + \sigma)/\sigma$ を作用させて整理すると

$$\begin{aligned} w_{k+1}(t) = & \frac{D}{\sigma} w_k(t) \\ & + w_k(t) + \frac{2}{\sigma^k} \dot{\hat{\alpha}}^T(t) \mathbf{R}^{[k]}(t) \tilde{\alpha}(t) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

上式の両辺を $[0, \infty)$ で定積分すると

$$\begin{aligned} \int_0^\infty w_{k+1}(t) dt = & \frac{1}{\sigma} w_k(t) \\ & + \int_0^\infty w_k(t) dt + \frac{2}{\sigma^2} \int_0^\infty \dot{\hat{\alpha}}^T(t) \mathbf{R}^{[k]}(t) \tilde{\alpha}(t) dt \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$w_k(\cdot) \in L_\infty$ と仮定および $\dot{\hat{\alpha}}(\cdot) \in L_2$ より, 上式の右辺は有界である. すなわち, $w_{k+1}(\cdot) \in L_1$. ゆえに, 数学的帰納法によりすべての ℓ に対して補題が成り立つ. Q. E. D.

D. 補題3の証明

定義より, $\mathbf{z}(s), \mathbf{z}_1(s), \bar{\mathbf{z}}(s)(s + \lambda)$ は安定でプロパーな伝達関数ベクトル, $\bar{\mathbf{z}}(s)$ は安定で厳密にプロパーな伝達関数ベクトルである. そして, $\hat{\alpha}(\cdot) \in L_\infty, \hat{\alpha}_1(t) \geq \alpha_{1, \min} > 0$ より $\mathbf{M}^{-1}(\cdot) \in L_\infty, y_{\text{in}}^{[\ell]}(\cdot) \in L_\infty$ と $\epsilon^{[\ell]}(\cdot) \in L_1 \cap L_2$

より $\beta^{[\ell]}(\cdot) \in L_\infty$, また, 適応機構で保証される性質 $\hat{\alpha}^{(k)}(\cdot) (k = 0 \sim n^* - 1) \in L_\infty$ を考慮し, (64) 式の両辺を $L_{2\delta}$ の2乗で評価すると, ある有限な正数 c が存在して

$$\|\zeta_t^{[\ell]}\|_{2\delta}^2 \leq c + c \sum_{i=0}^{\ell-1} \|\zeta_t^{[i]}\|_{2\delta}^2 \quad (\text{D.1})$$

上式をもとに $\|\zeta_t^{[1]}\|_{2\delta}^2, \|\zeta_t^{[2]}\|_{2\delta}^2, \dots, \|\zeta_t^{[n^*]}\|_{2\delta}^2$ の評価式を順次計算し, 得られた結果を逐次代入することで (65) 式が成り立つ. Q. E. D.

[著者紹介]

棚橋 清太郎

2002年防衛大学校地球科学科卒業. 同年海上自衛隊入隊. 2006年防衛大学校理工学研究科博士前期課程(電子工学専攻)入校. モデル規範形適応制御系の構成法に関する研究に従事.

板宮 敬悦(正会員)

1993年筑波大学大学院工学研究科電子・情報工学専攻博士課程修了. 博士(工学). 同年防衛大学校電気工学教室助手, 95年講師, 99年助教授, 2000年電気電子工学科助教授となり現在に至る. 適応・学習制御などの研究に従事. システム制御情報学会, 電気学会, IEEEなどの会員.