一組の閉ループ実験データによる相関関数を利用した多変数制御器調整

若山直矢*・弓場井一裕*・平井淳之*

Correlation-based Multivariable Controller Parameter Tuning by Using One-shot Experimental Data

Naoya WAKAYAMA*, Kazuhiro YUBAI* and Junji HIRAI*

This paper proposes the data-driven method named Fictitious Correlation-based Tuning (FCbT) for the tuning of Linear Time Invariant (LTI) multivariable controllers. The parameters of the controller are updated directly using the data acquired in closed-loop operation. This approach allows one to tune diagonal elements of the controller transfer function matrix to satisfy the desired closed-loop performance, while the other elements are tuned to mutually decouple the closed-loop outputs. Moreover, FCbT requires only one-shot experimental data for an off-line nonlinear optimization in order to obtain the optimal parameter minimizing a “fictitious” cross-correlation function. FCbT is compared with standard Correlation-based Tuning (CbT) for MIMO systems in some simulations.

Key Words: Data-driven control system design, Correlation-based Tuning, Fictitious reference signal, MIMO system

1. はじめに

制御系設計には制御対象の動特性に関する情報の取得と、その情報を効果的に制御器に組み込む手順が含まれている。一般的に広く用いられている数学モデルベースの制御系設計において、制御対象の数学モデルの取得は制御対象の動特性の複雑さやモデリングに費やす過度のコストのためにしばしば困難であり、モデリングが不可能な場合もある。一方、制御器の次数はモデルの次数に依存しているため、制御器実装の観点から、低次元化を施したモデルによる制御器設計が好ましい。しかしながら、低次元化の際無視したモデル化誤差のため制御性能の劣化や不安定化を引き起こす恐れがある。

一方で、制御系設計において制御対象モデルを仲介することなく、制御対象から得られた情報を用いて直接的に制御器を設計、または調整する手法がモデルベース制御系設計の代替手段としてさまざまな形で考案されている。調整可能なパラメータをもつ制御器 (PID 制御器など) により構成された閉ループシステムから得られた入出力データを用いて、実際の応答が望みの閉ループ応答に近づくように制御器パラメータを調整する手法として、現在までに Iterative Feedback Tuning^{1)~3)} (以下, IFT と略する) や Virtual Reference Feedback Tuning^{5), 6)} (以下, VRFT と略する), Correlation-based Tuning^{10), 11)} (以下, CbT と略する), Fictitious Ref-

erence Iterative Tuning^{8), 9)} (以下, FRIT と略する) が提案されており、実システムへの適用例も報告されている。

これらデータ駆動型の制御系設計法は H_∞ 制御などのモデルベース制御系設計と比べ、制御器の構造が固定されている場合や、数学モデルの取得が困難な場合に有効であるといえる。しかしながら、これらデータ駆動型の設計手法を多入力多出力 (Multi-Input, Multi-Output, 以下, MIMO と略する) システムへ適用する際にはいくつか問題点がある。IFT は制御器パラメータ更新ごとに制御器パラメータに関する評価関数の勾配を利用した非線形最適化法を実行する必要がある。そのため、勾配をデータから計算するために複数回の閉ループデータ取得実験を行わなければならない。CbT は観測雑音に対して不感な評価関数が選択されている¹¹⁾が、IFT と同様に制御器導出に複数回のデータ取得実験を要する。一方、VRFT は多入力多出力システムへの適用に対し理論的保証がなく、与える参照モデルに制約が課される⁶⁾。FRIT は一入力一出力 (Single-Input, Single-Output, 以下, SISO と略する) システムについてのみ提案されている⁸⁾。

本論文では、そのような問題を緩和するための一つの手法として、Safonov らによって提案された Unfalsified Control における擬似参照信号⁷⁾ (Fictitious Reference Signal) を CbT に対し導入し、制御器導出の際の実験回数を低減した新たな設計法 Fictitious Correlation-based Tuning (以下, FCbT と略する) を提案する。提案する手法は CbT を基にしているため、VRFT⁶⁾と比較し MIMO システムの参照モデルの制約が少なく、制御器設計の最適性の保証を可能にした。また多変数制御器調整に必要な実験回数を大幅に低減し、かつ観測雑音に対して不感な CbT の利点のある程度保存した制御

* 三重大学大学院工学研究科 津市栗真町屋町 1577

* Graduate School of Engineering, Mie University, 1577 Kurimamachiya, Tsu

(Received December 14, 2006)

(Revised March 2, 2007)

Fig. 1 Achieved multivariable closed-loop system and its reference model M_d

器導出が可能である。

本論文の構成は以下のとおりである。まず、2章では表記や問題設定について述べ、従来の CbT について簡潔に説明する。そして、3章で提案する FCbT の考え方とアルゴリズムについて述べる。さらに、周波数領域における解析を与えることにより、パラメータ調整結果に対する観測雑音によるバイアスを除去する方法を示す。そして、4章で FCbT の有用性を示すためのシミュレーション結果を示し、最後に5章で結論を述べる。

2. 準備

2.1 表記とシステムの記述

本論文では MIMO システムを扱う上で一般性を失うことなく、問題を簡単化するために制御対象は最小位相、2 入力 2 出力正方システムと仮定する。まず、(1) 式で表現される未知の 2 入力 2 出力線形時不変離散時間システムを考える。

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}(q)\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

ここで $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^2$ は時間 t における実際の制御対象からの出力を表わし、 $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^2$ は制御入力、 $\mathbf{v}(t) \in \mathcal{R}^2$ は出力に作用する観測雑音であり、平均 0 の準定常確率過程と仮定する。 $\mathbf{P}(q) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ はシフトオペレータ q により表現される制御対象の動特性を表わす伝達関数行列である。表記の簡単化のために以下よりシフトオペレータ q を省略する。

Fig. 1 に示す参照モデル追従問題のブロック線図を考える。ブロックの上部は実際の制御対象において実現される閉ループシステムであり、 $\mathbf{C}(\rho) \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ はパラメータベクトル $\rho \in \mathcal{R}^{n_\rho}$ によりパラメタライズされる制御器の伝達関数行列を表わす。 $\mathbf{r}(t) \in \mathcal{R}^2$ は参照信号を表わし、 $\mathbf{r}(t)$ は観測雑音 $\mathbf{v}(t)$ とは無相関であり、参照信号 $\mathbf{r}(t)$ の各要素 $r^{(1)}(t)$ 、 $r^{(2)}(t)$ は相互に独立であると仮定する。

Fig. 1 の下部は所望の応答 $\mathbf{y}_d(t)$ を指定する参照モデル $M_d \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ を表わす。たとえば、参照モデル M_d は制御対象モデル $\mathbf{P}_0$ とそのモデルを用いて設計した制御器 $\mathbf{C}_0$ により

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_d^{(11)} & \mathbf{M}_d^{(12)} \\ \mathbf{M}_d^{(21)} & \mathbf{M}_d^{(22)} \end{bmatrix} = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_0\mathbf{C}_0)^{-1}\mathbf{P}_0\mathbf{C}_0$$

のように構築することもできる。ここで $\mathbf{I} \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$ は単位行列である。ここで、参照モデル M_d は非干渉化と参照信号への追従を目的とすることから、対角構造 ($M_d^{(12)} = M_d^{(21)} = 0$) であると仮定する。

Fig. 1 のブロックにおける閉ループ出力誤差を $\epsilon_{oe}(\rho, t)$ として (2) 式のように定義する。

$$\epsilon_{oe}(\rho, t) = \mathbf{y}(\rho, t) - \mathbf{y}_d(t) \quad (2)$$

また、感度関数、相補感度関数は以下のように定義される。

$$\mathbf{S}(\rho) = (\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{C}(\rho))^{-1} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}(\rho) = (\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{C}(\rho))^{-1}\mathbf{P}\mathbf{C}(\rho) \quad (4)$$

このとき閉ループ出力応答 $\mathbf{y}(\rho, t)$ は (5) 式のように書き表わすことができる。

$$\mathbf{y}(\rho, t) = \mathbf{T}(\rho)\mathbf{r}(t) + \mathbf{S}(\rho)\mathbf{v}(t) \quad (5)$$

そして制御偏差 $\mathbf{e}(\rho, t)$ は

$$\mathbf{e}(\rho, t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{y}(\rho, t) = \mathbf{S}(\rho)(\mathbf{r}(t) - \mathbf{v}(t)) \quad (6)$$

と書き改めることができる。

制御器伝達関数行列の (i, j) 要素 $C^{(ij)}$ は (7) 式の構造をもつものとする。

$$C^{(ij)}(\rho) = \frac{N^{(ij)}(\rho)}{D^{(ij)}(\rho)} \quad (7)$$

ここで、 $N^{(ij)}(\rho)$ 、 $D^{(ij)}(\rho)$ は以下の多項式により表わされる。

$$\begin{aligned} N^{(ij)}(\rho) &= n_0^{(ij)} + n_1^{(ij)}q^{-1} + \cdots + n_{n_n-1}^{(ij)}q^{-(n_n-1)} \\ D^{(ij)}(\rho) &= 1 + d_1^{(ij)}q^{-1} + \cdots + d_{n_d}^{(ij)}q^{-n_d} \end{aligned}$$

以降では簡単化のためにすべての制御器要素 $C^{(ij)}(\rho)$ は同一の次数であるものと仮定する。そして制御器パラメータベクトル ρ は以下のように書き表わされる。

$$\begin{aligned} \rho^T &= [\rho^{(11)T}, \rho^{(12)T}, \rho^{(21)T}, \rho^{(22)T}] \\ \rho^{(ij)T} &= [n_0^{(ij)}, n_1^{(ij)}, \dots, n_{n_n-1}^{(ij)}, d_1^{(ij)}, d_2^{(ij)}, \dots, d_{n_d}^{(ij)}] \end{aligned}$$

したがって、制御器パラメータの数 n_ρ は $4(n_n + n_d)$ となる。後には制御器パラメータの表記は上式と対応させて (8) 式を用いることとする。

$$\rho^T = [\rho^{(1)}, \rho^{(2)}, \dots, \rho^{(n_\rho)}] \quad (8)$$

制御器 $\mathbf{C}(\rho)$ によって構成された閉ループシステムにより得られる信号の表記には引数 ρ を付け、信号と伝達関数の要素にはボールド体を用いず上付き文字を付ける。

2.2 設計仕様

ループ内で動作している Fig. 2 で与えられる 2×2 の制御器において、制御器要素間の干渉を考慮に入れながら非対角要素である $C^{(21)}(\rho)$ と $C^{(12)}(\rho)$ はそれぞれ $r^{(1)}(t)$ から $y^{(2)}(\rho, t)$ 、 $r^{(2)}(t)$ から $y^{(1)}(\rho, t)$ を非干渉化し、対角要素である $C^{(11)}(\rho)$ と $C^{(22)}(\rho)$ はそれぞれ参照信号 $r^{(1)}(t)$ 、 $r^{(2)}(t)$

Fig. 2 Multivariable 2x2 controller

に対応する出力 $y^{(1)}(t)$, $y^{(2)}(t)$ を所望の出力応答 $y_d^{(1)}(t)$, $y_d^{(2)}(t)$ に近づけることを設計仕様とする. 本論文では, Fig. 1 において, 制御対象の動特性は未知であるとし, Fig. 1 上部の閉ループが初期のある制御器パラメータ ρ_0 によって安定化されているものとする. そして任意の参照モデル M_d を与え M_d と実際の相補感度関数 $T(\rho)$ との差

$$J_{MR}(\rho) = \|T(\rho) - M_d\|_2^2 \quad (9)$$

を最小化するフィードバック制御器パラメータ ρ_* を入出力データより (制御対象の数学モデルを同定することなく) 求めていく.

2.3 CbT による多変数制御器の調整

前節の設計問題 (9) 式を解くための手法として IFT, CbT が挙げられる. そこで以下では特に CbT について要点を簡潔にまとめる (詳細については参考文献 11) などを参照).

CbT はシステム同定における相関法のアイデアを利用した方法で, 評価関数として (10) 式を設定している ($E\{\cdot\}$ は期待値を表わす).

$$\bar{J}(\rho) = E\{\bar{F}^T(\rho)\bar{F}(\rho)\} \quad (10)$$

ここで $\bar{F}(\rho) \in \mathcal{R}^{4n_z}$ は,

$$\bar{F}^T(\rho) = [\bar{f}^{(11)T}(\rho), \bar{f}^{(12)T}(\rho), \bar{f}^{(21)T}(\rho), \bar{f}^{(22)T}(\rho)] \quad (11)$$

であり, $\bar{f}^{(ij)}(\rho) \in \mathcal{R}^{n_z}$ は

$$\bar{f}^{(ij)}(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_{ij}(t) \eta_{ij}(\rho, t) \quad (12)$$

$\bar{f}^{(ij)}(\rho)$ を構成する変数 $\eta_{ij}(\rho, t) \in \mathcal{R}^1$, 補助変数 $\zeta_{ij}(t) \in \mathcal{R}^{n_z}$ を以下のように選択する.

- $i = j$: 閉ループの対角要素 $T^{(ii)}(\rho)$ を $M_d^{(ii)}$ に整形するために, 変数 $\eta_{ii}(\rho, t)$ として閉ループ出力誤差 $\epsilon_{oe}^{(i)}(\rho, t)$ を, 補助変数 $\zeta_{ii}(t)$ として参照信号 $r^{(i)}(t)$ を用いて

$$\zeta_{ii}^T(\rho, t) = [r^{(i)}(\rho, t+l), \dots, r^{(i)}(\rho, t), \dots, r^{(i)}(\rho, t-l)]$$

のように設定する. シフトする時間 l は $C^{(ii)}(\rho)$ に含まれるパラメータ数より十分大きく設定する.

- $i \neq j$: 閉ループの非対角要素 $T^{(ij)}(\rho)$ を $M_d^{(ij)} (= 0)$ に整形するために, 変数 $\eta_{ij}(\rho, t)$ として出力 $y^{(i)}(\rho, t)$ を,

補助変数 $\zeta_{ij}(\rho, t)$ として参照信号 $r^{(j)}(t)$ を用いて

$$\zeta_{ij}^T(\rho, t) = [r^{(j)}(\rho, t+l), \dots, r^{(j)}(\rho, t), \dots, r^{(j)}(\rho, t-l)]$$

と設定する.

(10) 式の評価関数は制御器パラメータ ρ に対して非線形であるため, 非線形最適化法¹³⁾を利用して (準) 最適解を得る必要がある. 文献 11) ではガウス・ニュートン法が利用されており, 解を得るために (13) 式の演算を繰り返すことになる.

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma \left(\frac{\partial^2 \bar{J}(\rho)}{\partial \rho \partial \rho^T} \Big|_{\rho=\rho_i} \right)^{-1} \frac{\partial \bar{J}(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} \quad (13)$$

ここで, ガウス・ニュートン法による i 回目の更新の際の制御器パラメータを ρ_i とし, γ は更新のステップサイズを決めるパラメータである.

IFT はガウス・ニュートン法による制御器パラメータ更新ごとに必要なパラメータに関する評価関数の勾配を閉ループ入出力データのみから計算するために (入力数 $\times$ 出力数 + 1) 回の閉ループ入出力データ取得実験を要し, i 回のパラメータ更新を行なうためには (パラメータ更新回数 i) $\times$ (入力数 $\times$ 出力数 + 1) 回の閉ループデータ取得実験を行なう必要がある¹⁾. 一方 CbT では制御器パラメータ更新ごとのデータ取得実験は 2 回, つまり i 回のパラメータ更新を行なうためには (パラメータ更新回数 i) $\times$ 2 回の閉ループデータ取得実験で済む. また, CbT は他のデータ駆動型制御系設計と比べ, 参照信号 $r(t)$ と観測雑音 $v(t)$ との無相関性を利用していることから, 観測雑音に不感な制御器パラメータの調整が可能である¹¹⁾. しかしながら, CbT においても非線形最適化法による準最適制御器パラメータ導出には繰り返し演算に伴う多数回の閉ループ入出力データ取得実験をする必要がある.

3. 提案する設計法

3.1 擬似参照信号の導入

IFT や CbT で複数回の実験が必要となる理由は, 参照入力 r が固定され, 入出力データ u, y が制御器パラメータに依存するため, 制御器更新ごとに u, y を閉ループシステムから取得しなければならないからである. そこで発想を逆転すると, 最初の閉ループ入出力データ u_0, y_0 を固定し, その入出力に対応する擬似的な参照信号 $\hat{r}$ を制御器パラメータ依存の形で更新することができれば, 1 回の実験データによる制御器パラメータ調整が期待できる. この擬似参照信号は Unfalsified Control⁷⁾において制御器選択の際に現れる信号である. データ駆動型制御系設計への応用例として, SISO システムが対象ではあるが, FRIT が知られている.

本論文ではこの概念を MIMO システムに対する CbT に導入した Fictitious Correlation-based Tuning (FCbT) を提案する. 仮定として IFT, CbT と同様に, 閉ループシステムを安定化する初期の制御器パラメータ $\rho_0 \in \mathcal{R}^{n_\rho}$ が与えられているものとする. 詳細な制御対象の動特性が未知であって

$$\frac{\partial \bar{J}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} = E \left\{ \frac{\partial \bar{F}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} \bar{F}_{\bar{r}}(\rho) \right\} = 0 \quad (22)$$

となる ρ を反復アルゴリズム (本論文ではガウス・ニュートン法)

$$\rho_{i+1} = \rho_i - \gamma_i Q^{-1} \frac{\partial \bar{J}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} \quad (23)$$

を用いることで得られる。(23) 式の Q は Hessian であり, 近似的に以下のように得る.

$$Q(\rho_i) = \frac{\partial \bar{F}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} \left(\frac{\partial \bar{F}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} \right)^T \quad (24)$$

そして, $\bar{F}_{\bar{r}}(\rho)$ の偏微分は以下のようにして決定される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{F}_{\bar{r}}(\rho)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\frac{\partial Z(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} H(\rho_i, t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial H(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} Z^T(\rho_i, t) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

$H(\rho, t)$ の構成要素である $\tilde{\epsilon}_{oe}(\rho, t)$ の ρ に関する偏微分は $\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\rho, t) / \partial \rho = -\partial \tilde{y}_d(\rho, t) / \partial \rho$ であり, また $Z(\rho, t)$ の構成要素である $\tilde{r}(\rho, t)$ の ρ に関する偏微分は $\partial \tilde{r}(\rho, t) / \partial \rho$ であるが, これらは若干の計算から

$$\begin{aligned} \psi_k(\rho_i^{(k)}, t) &= \frac{\partial \tilde{\epsilon}_{oe}(\rho, t)}{\partial \rho^{(k)}} \Big|_{\rho^{(k)}=\rho_i^{(k)}} \\ &= M_d C(\rho)^{-1} \frac{\partial C(\rho)}{\partial \rho^{(k)}} \Big|_{\rho^{(k)}=\rho_i^{(k)}} C(\rho)^{-1} u_0(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi_k(\rho_i^{(k)}, t) &= \frac{\partial \tilde{r}(\rho, t)}{\partial \rho^{(k)}} \Big|_{\rho^{(k)}=\rho_i^{(k)}} \\ &= -C(\rho)^{-1} \frac{\partial C(\rho)}{\partial \rho^{(k)}} \Big|_{\rho^{(k)}=\rho_i^{(k)}} C(\rho)^{-1} u_0(t) \end{aligned}$$

として得られる. よって $\bar{F}_{\bar{r}}(\rho)$ の偏微分を構成する各値はオフライン演算可能なデータを用いてつぎのように書き改めることができる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} &= [X^{(1)}(\rho_i), X^{(2)}(\rho_i), X^{(1)}(\rho_i), X^{(2)}(\rho_i)] \\ \frac{\partial H(\rho, t)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_i} &= [\Psi^{(1)}(\rho_i), \Psi^{(1)}(\rho_i), \Psi^{(2)}(\rho_i), \Psi^{(2)}(\rho_i)] \end{aligned}$$

ここで,

$$X^{(j)}(\rho_i) = \begin{pmatrix} \chi_1^{(j)}(\rho_i^{(1)}, t+l) \cdots \chi_1^{(j)}(\rho_i^{(1)}, t) \cdots \chi_1^{(j)}(\rho_i^{(1)}, t-l) \\ \chi_2^{(j)}(\rho_i^{(2)}, t+l) \cdots \chi_2^{(j)}(\rho_i^{(2)}, t) \cdots \chi_2^{(j)}(\rho_i^{(2)}, t-l) \\ \vdots \\ \chi_{n_\rho}^{(j)}(\rho_i^{(n_\rho)}, t+l) \cdots \chi_{n_\rho}^{(j)}(\rho_i^{(n_\rho)}, t) \cdots \chi_{n_\rho}^{(j)}(\rho_i^{(n_\rho)}, t-l) \end{pmatrix}$$

$$\Psi^{(j)}(\rho_i) = [\psi_1^{(j)}(\rho_i^{(1)}, t), \psi_2^{(j)}(\rho_i^{(2)}, t), \dots, \psi_{n_\rho}^{(j)}(\rho_i^{(n_\rho)}, t)]^T$$

ここで注目したいのは, 制御器更新におけるガウス・ニュートン法に必要なこれらの値がすべてオフラインで演算可能で

あるために, CbT の場合と異なり制御器パラメータ更新ごとにデータ取得実験をする必要がないことである.

本手法では表記の簡単化のため参照モデル M_d を対角システムとしているが本質的には M_d の構造には制約を受けない. また参考文献6)におけるVRFTでは指定できる制御器は制御器パラメータに対し線形回帰形で表わされる構造のみであったため, 本手法はVRFTと比べ, 参照モデル, 制御器共に指定できる構造のクラスが広いといえる.

3.4 周波数領域における評価関数の解釈

本節ではCbTの評価関数(10)式と本手法で扱う擬似領域での評価関数(16)式との関係を, 達成される閉ループ特性の周波数領域での解析により明らかにする.

CbT や FCbT の評価関数は本来,

$$J(\rho) = E \{ \bar{F}_{\bar{r}}^T(\rho) \} E \{ \bar{F}_{\bar{r}}(\rho) \} \quad (26)$$

や,

$$J_{\bar{r}}(\rho) = E \{ \bar{F}_{\bar{r}}^T(\rho) \} E \{ \bar{F}_{\bar{r}}(\rho) \} \quad (27)$$

のように期待値の積で構成されるべきであるが, 適当な最適化の手法がないため, 最適化可能な(10), (16)式を評価関数として定義している.(10), (16)式の最小化は(26), (27)式の上界の最小化を意味することからパラメータ調整結果に大きな影響を与えないが, 以下の周波数領域における解析においては本来の評価関数(26), (27)式に基づいて行なう¹⁰⁾.

まず, CbT の評価関数は相互相関関数 $R^{(jk)}(\tau)$

$$R^{(jk)}(\tau) = E \{ \eta_{jk}(\rho, t) r^{(k)}(t - \tau) \} \quad (28)$$

を用いて

$$J(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{\tau=-l}^l \{ R^{(jk)}(\tau) \}^2 \quad (29)$$

と書き表わすことができる. このとき $l \rightarrow \infty$ とし, 閉ループの信号や参照信号が定常エルゴートのであると仮定する. さらに(29)式にパーセバルの定理を適用して周波数領域で評価関数を表現すると以下のように表わすことができる.

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)|^2 d\omega \quad (30)$$

ここで $\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)$ は $\epsilon_{oe}^{(j)}(\rho, t)$ と $r^{(k)}(t)$ の相互スペクトル密度である. 一方, CbT における閉ループ出力誤差 $\epsilon_{oe}(\rho, t)$ は以下のように表現できる.

$$\epsilon_{oe}(\rho, t) = (\mathcal{T}(\rho) - M_d) r(t) + S(\rho) v(t) \quad (31)$$

つぎに, 参照信号 $r(t)$ と観測雑音 $v(t)$ は仮定より無相関であることから, $\Phi_{R^{(jk)}}(\omega)$ は

$$\Phi_{R^{(jk)}}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega}) \Phi_{r^{(k)}}(\omega) \quad (32)$$

$$\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega}) = \mathcal{T}^{(jk)}(e^{j\omega}, \rho) - M_d^{(jk)}(e^{j\omega})$$

となる. $\Phi_{r^{(k)}}(\omega)$ は参照信号 $r^{(k)}(t)$ のパワースペクトル密

度である。したがって、周波数領域での評価関数

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})|^2 \Phi_{r^{(k)}}^2(\omega) d\omega \quad (33)$$

を得る。(33)式から、CbTの評価関数の最小化は漸近的には観測雑音の影響を受けないため、CbTは他のデータ駆動型制御系設計にはみられない大きな特長を有しているといえる。また参照信号が制御に必要な周波数帯域を十分に励起する信号であり、評価を最小にするような制御器が得られるなら所望の閉ループ特性 M_d が実際の閉ループシステムで実現できる、つまり本来最小化すべき(9)式を評価できているといえる。

一方、本手法における擬似参照信号を利用した評価関数は相互相関関数

$$\tilde{R}^{(jk)}(\tau) = E\{\eta_{jk}(\rho, t) \tilde{r}^{(k)}(\rho, t - \tau)\} \quad (34)$$

を用いて

$$J_{\tilde{r}}(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{\tau=-l}^l \{\tilde{R}^{(jk)}(\tau)\}^2 \quad (35)$$

と書け、CbTと同様にパーセバルの定理を用いて(35)式を周波数領域の表現に直すと(36)式を得る。

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{r}}(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)|^2 d\omega \quad (36)$$

ここで $\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)$ は $\tilde{e}_{oe}^{(j)}(\rho, t)$ と $\tilde{r}^{(k)}(\rho, t)$ の相互スペクトル密度である。この場合、擬似的な閉ループ出力誤差 $\tilde{e}_{oe}(\rho, t)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{e}_{oe} &= y_0(t) - \hat{y}_d(t) \\ &= \mathcal{T}(\rho) \tilde{r}(\rho, t) + \mathcal{S}(\rho) v_0(t) - M_d \tilde{r}(\rho, t) \\ &= (\mathcal{T}(\rho) - M_d) \tilde{r}(\rho, t) + \mathcal{S}(\rho) v_0(t) \end{aligned} \quad (37)$$

となる。一方、擬似参照信号は

$$\begin{aligned} \tilde{r}(\rho, t) &= \mathcal{C}(\rho)^{-1} u_0(t) + y_0(t) \\ &= (\mathcal{T}(\rho_0) + \mathcal{C}(\rho)^{-1} \mathcal{C}(\rho_0) \mathcal{S}(\rho_0)) r(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\rho_0) - \mathcal{C}(\rho)^{-1} \mathcal{C}(\rho_0) \mathcal{S}(\rho_0)) v_0(t) \end{aligned} \quad (38)$$

のように書き表わすことができる。よって、 $\tilde{e}_{oe}^{(j)}(\rho, t)$ と $\tilde{r}^{(k)}(\rho, t)$ の相互スペクトル密度 $\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega)$ は

$$\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega}) \Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega) + \mathcal{I}_{jk}(e^{j\omega}) \Phi_{v_0^{(k)}}(\omega) \quad (39)$$

となる。ここで $\Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega)$, $\Phi_{v_0^{(k)}}(\omega)$ はそれぞれ擬似参照信号 $\tilde{r}^{(k)}(\rho, t)$, 観測雑音 $v_0(t)$ のパワースペクトル密度を表わし、

$$\mathcal{I}_{jk}(e^{j\omega}) = (\mathcal{S}(\rho)(\mathcal{I} - \mathcal{C}(\rho)^{-1} \mathcal{C}(\rho_0)) \mathcal{S}(\rho_0))^{(jk)}(e^{j\omega}) \quad (40)$$

である。(39)式からわかるように、 $\tilde{r}(\rho, t)$ が観測雑音 $v_0(t)$ に関して相関をもっているため、CbTとは別のデータ駆動型制御系設計と同様、導出された制御器パラメータに観測雑音

によるバイアスが生じてしまうことがわかる。そこで、本手法において観測雑音の影響を緩和することを考える。

最初の閉ループ入出力データ取得実験で使用した同一の参照信号 $r(t)$ を用い、データサンプル数 N で2回目のデータ取得実験を行なう。そして2回目に得られた入出力を $u'_0(t)$, $y'_0(t)$ とすると、それらによって得られる擬似参照信号は

$$\begin{aligned} \tilde{r}'(\rho, t) &= \mathcal{C}(\rho)^{-1} u'_0(t) + y'_0(t) \\ &= (\mathcal{T}(\rho_0) + \mathcal{C}(\rho)^{-1} \mathcal{C}(\rho_0) \mathcal{S}(\rho_0)) r(t) \\ &\quad + (\mathcal{S}(\rho_0) - \mathcal{C}(\rho)^{-1} \mathcal{C}(\rho_0) \mathcal{S}(\rho_0)) v'_0(t) \end{aligned} \quad (41)$$

となる。2回の閉ループ実験による観測雑音 $v_0(t)$, $v'_0(t)$ が互いに無相関であると仮定すると、ガウス・ニュートン法の演算を1回目の実験データにより計算される $\tilde{e}_{oe}(\rho, t)$ と2回目の実験データにより計算される $\tilde{r}'(\rho, t)$ を用いることによってそれらの相互スペクトル

$$\Phi_{\tilde{R}^{(jk)}}(\omega) = \mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega}) \Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega) \quad (42)$$

は漸近的に観測雑音が存在しない場合と同等となる。すなわち、修正されたFCbTの周波数領域での評価関数は(43)式となる。

$$\lim_{l \rightarrow \infty} J_{\tilde{r}}(\rho) = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\mathcal{H}_{jk}(e^{j\omega})|^2 \Phi_{\tilde{r}^{(k)}}^2(\omega) d\omega \quad (43)$$

CbTとFCbTとの違いは、達成される閉ループ特性 $\mathcal{T}(\rho)$ と所望の閉ループ特性 M_d との誤差システムにかかる重みが参照信号 $r(t)$ のパワーの2乗であるか、擬似参照信号 $\tilde{r}(\rho, t)$ のパワーの2乗であるかの違いであり、本来最小化すべき評価関数(9)式はCbT, FCbT共に評価できている。また、(33), (43)式より与えられた制御器により M_d が実現可能であるならばCbTとFCbTの制御器パラメータの収束先は(局所解に収束しなければ)同じであることがいえる。すなわち、擬似参照信号を導入したFCbTにおける評価関数の最小化とCbTにおける評価関数の最小化は対応していることがわかる。 M_d が実現可能な伝達関数のクラスに属さない場合は制御器パラメータの収束先は $\Phi_{r^{(k)}}(\omega)$ や $\Phi_{\tilde{r}^{(k)}}(\omega)$ の影響を受けるため当然異なるが、本手法においても制御帯域を十分励起するよう初期の閉ループ実験における参照信号を適切に選択したり、新たに周波数重みを導入することで両手法によるパラメータ調整結果を近づけることができる。

3.5 FCbTのアルゴリズム

本手法のアルゴリズムをまとめると以下ようになる。

(1) 初期設定: $r(t)$ から $y(t)$ までの参照モデル M_d および初期のシステムを安定化させる初期制御器パラメータ ρ_0 を決定する。

(2) 1回目の実験: 初期制御器パラメータ ρ_0 を使った制御器 $\mathcal{C}(\rho_0)$ を実装し参照信号 $r(t)$ をシステムに印加して閉ループ入出力データ $u_0(t)$, $y_0(t)$ を N サンプル取得

する。

(3) 2 回目の実験: (2) と同様の条件で閉ループ入出力データ $u'_0(t)$, $y'_0(t)$ を N サンプル取得する。

(4) 制御器パラメータのオフライン調整: 以下のガウス・ニュートン法を実行する。

(a) $i = 0$ とする。

(b) 1 回目の実験データから擬似閉ループ出力誤差 $\bar{\epsilon}(\rho_i, t)$, 2 回目の実験データから擬似参照信号 $\bar{r}'(\rho_i, t)$ を計算する。

(c) (23) 式に沿った制御器パラメータの更新を行ない ρ_{i+1} を得る。

(d) 十分小さな $\mu > 0$ を用いて $(\rho_{i+1} - \rho_i)^T (\rho_{i+1} - \rho_i) < \mu$ の成立を調べる。

* No: $i = i + 1$ として (b) へ戻る。

* Yes: $\bar{\rho}_* = \rho_i$ とし, (5) に進む。

(5) $\bar{\rho}_*$ を用いた制御器 $C(\bar{\rho}_*)$ を Fig. 1 上部のように実装し, 閉ループ実験を行なう。

以上のアルゴリズムから明らかなように, 実験は 2 回の初期閉ループデータ取得のみで, あとはオフラインでの制御器調整により準最適な制御器パラメータを求めることができる。また (38) 式からわかるように, 観測雑音出力に顕著に作用しておらず, 初期制御器パラメータが最適解から大きく離れていなければ (3) を省略して 1 回の閉ループデータ取得実験による制御器調整も可能である。

4. 数 値 例

この章では提案手法の有効性を示すために CbT との比較シミュレーションを行なう。MATLAB/Simulink において多変数 PI 制御器設計のケーススタディで紹介されている LV100 gas turbine engine をシミュレーションの制御対象とする。gas turbine engine モデルは文献 2) で IFT の設計ベンチマークにも用いられており, 今回, 従来法との比較を定量的に行なうために初期の閉ループで使用する制御器やシミュレーション条件はすべて文献 2) と合わせて行なう。制御対象は 5 つの状態量をもつ以下の連続時間状態空間モデルで表現される 2 入力 2 出力システムである。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1.4122 & 0.0552 & 0 & 42.9536 & 6.3087 \\ 0.0927 & -0.1133 & 0 & 4.2204 & -0.7581 \\ -7.8467 & -0.2555 & -3.3333 & 300.4167 & -44894 \\ 0 & 0 & 0 & -25.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 33.3333 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (44)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \quad (45)$$

Fig. 4 Reference signal $r(t)$, desired output signal $y_d(t)$, initial closed-loop output signal $y_0(t)$

モデルはサンプリング周期 0.1 秒で双一次変換によって離散化を行なう。また, 観測雑音 $v(t)$ は平均 0, 分散 0.0025 の白色雑音とし閉ループデータ取得実験ごとに異なり, 互いに無相関とした。制御器の構造は文献 2) と同様, 多変数 PI 制御器

$$C(\rho) = \begin{bmatrix} \frac{\rho^{(1)} + \rho^{(2)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{\rho^{(3)} + \rho^{(4)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \\ \frac{\rho^{(5)} + \rho^{(6)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} & \frac{\rho^{(7)} + \rho^{(8)} q^{-1}}{1 - q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (46)$$

とし, 初期制御器パラメータ $\rho_0^T = [\rho_0^{(1)}, \rho_0^{(2)}, \rho_0^{(3)}, \rho_0^{(4)}, \rho_0^{(5)}, \rho_0^{(6)}, \rho_0^{(7)}, \rho_0^{(8)}] = [1, -0.99, 0.1, -0.099, -1, 0.99, 1, -0.99]$ とした。ここで制御器の構造を PI 制御器以外に設定しても, ガウス・ニュートン法によって評価関数を十分に小さくすることができれば提案法は IFT, CbT と同様に調整が可能である。データ取得時間は 15 秒 ($N = 151$), 相互相関関数を計算する際のデータシフト数 $l = 20$ とし, 初期の閉ループデータ取得時には参照信号に交互にステップ指令を加えた。そして所望の応答を与える参照モデルは以下のように指定した。

$$M_d = \begin{bmatrix} \frac{0.4z^{-1}}{1 - 0.6z^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4z^{-1}}{1 - 0.6z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (47)$$

Fig. 4 にこのときの初期制御器による閉ループデータとしての出力を示す。Fig. 4 を見てもわかるように, 初期の制御器による閉ループ応答は制御仕様として与えた所望の応答 y_d を達成できていない。得られたデータに対し CbT と本論文で提案した FCbT の 2 通りで所望の応答を実現するような制御器パラメータを求めていく。

まず, CbT の調整ではガウス・ニュートン法 (13) 式の計算ごとに得られた制御器を実装した閉ループデータ取得実験を 60 回, ガウス・ニュートン法 (23) 式による制御器パラメータ更新を 30 回繰り返した結果, 評価関数 $\bar{J}(\rho^*)$ の値は 3.40×10^{-5} に収束し, 制御器として (48) 式を得た。一方, 提案手法では初期の制御器で閉ループデータ取得実験を 2 回行ない, オフラインによるガウス・ニュートン法 (23) 式

Fig. 5 Controller parameter tuning result by CbT with M_d

による制御器パラメータ更新を 30 回繰り返した結果, 評価関数 $\bar{J}_{\hat{r}}(\rho^*)$ の値は 8.61×10^{-4} に収束し, (49) 式の制御器を得た.

$$C(\rho_{CbT}^*) = \begin{bmatrix} \frac{0.36-0.063q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.37-0.26q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{19.95-19.34q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-2.43+1.52q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$C(\rho_{FCbT}^*) = \begin{bmatrix} \frac{0.30-0.005q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{0.56-0.43q^{-1}}{1-q^{-1}} \\ \frac{20.08-19.29q^{-1}}{1-q^{-1}} & \frac{-3.66+2.38q^{-1}}{1-q^{-1}} \end{bmatrix} \quad (49)$$

これらの制御器で閉ループを構成した際の出力結果を Fig. 5, Fig. 6 に示す. 結果から, 比較的大きな観測雑音が印加されているが, 本手法では閉ループデータ取得回数を 60 回から 2 回へと大幅に低減しても CbT とほぼ同等の性能を得ることができた. ちなみに, IFT において 30 回の制御器パラメータ更新を行なう場合, $(2 \times 2 + 1) \times 30 = 150$ 回の閉ループデータ取得実験が必要となる. 実際, コストや時間の観点から大規模なシステムほど多数回の閉ループデータ取得実験は困難となるため, 提案手法は大きな意義をもっている. CbT と FCbT の評価関数は 3.4 節で述べたように異なるため, 定量的に評価するために閉ループ出力誤差の 2 乗

Fig. 6 Controller parameter tuning result by FCbT with M_d .

Fig. 7 Controller parameter tuning result by FCbT with $\hat{M}_d$

平均

$$J_{OE} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\mathbf{y}(\rho, t) - \mathbf{y}_d(t))^T (\mathbf{y}(\rho, t) - \mathbf{y}_d(t)) \quad (50)$$

の値を比較する. CbT では $J_{OE} = 3.75 \times 10^{-4}$ であるのに対し, 本手法では $J_{OE} = 8.03 \times 10^{-4}$ となった. ここで本論文では CbT と本手法との性能の優劣ではなく, ほぼ同様の制御器調整をわずか 2 回の実験により行なえることを強調したい. しかし, 本手法においても初期に適切な参照信号を選択するか, 非線形最適化法に工夫を施すことなどによって性能の改善が期待できるであろう.

つぎに, 同様の条件で参照モデルの対角要素を変更した場合の調整結果を示す. 参照モデルを

$$\hat{M}_d = \begin{bmatrix} \frac{0.1148z^{-1}-0.00942z^{-2}}{1-1.79z^{-1}+0.8106z^{-2}} & 0 \\ 0 & \frac{0.4z^{-1}}{1-0.6z^{-1}} \end{bmatrix} \quad (51)$$

とし, FCbT によって得られた制御器による応答結果を Fig. 7 に示す.

0 秒, 5 秒付近でわずかに非干渉化が行なえていないが, ほぼ設計仕様を満たす結果が得られた. このように対角要素に別の伝達特性をもたせても良好な制御器パラメータ調整が可能であることがわかる. 一方, VRFT で同様の条件で制御器を導出したところ, やはり文献 6) で述べられているように非干渉化および追従特性ともに設計仕様を満足する制御器を得ることができなかった.

5. おわりに

本論文では, 制御対象の入出力データを利用した MIMO システムに対する新たな制御器調整法を提案し, シミュレーションによる数値例で提案手法の有効性を示した. 提案手法の特徴を以下にまとめる.

- IFT, CbT と同様に非線形最適化法を利用しているが, 勾配を得るための閉ループデータ取得は 1 回, または 2 回で制御器調整が可能である.

• VRFT⁶⁾と比較して参照モデルの制約がなく、得られた制御器パラメータの最適性に関して周波数領域での解析を示した。

• データ取得実験を2回行なうことによって観測雑音に強いCbTの特徴をある程度保存できる。

なお、今後の課題としては以下の点が挙げられる。まず一点目に、実験においてFCbTの有効性を確認すべきである。二点目に、本研究では入出力データを得る際の参照信号をステップ指令のみを印加して行なっていたが、初期に得た入出力データが制御仕様を満たすような制御器調整に十分な制御対象の情報を含むための定量的、理論的な解析が必要である。三点目に、制御器調整後も制御系の安定性が保持されるような改良も課題となる。四点目に、文献4)(SISOシステムのみ)で提案されているような非最小位相システムへの拡張や、より設計に一般性をもたせるために非正方システムへの拡張も大きな課題であろう。また以上の課題は今後すべてのデータ駆動型制御系設計で超えなければならない課題である。

謝辞 本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金若手(B)課題番号 18760188 のサポートを受けましたので、ここに謝意を表わします。

参考文献

- 1) H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson and O. Lequin: Iterative feedback tuning: Theory and applications, *IEEE Control System Magazine*, **18**, 26/41 (1998)
- 2) H. Hjalmarsson: Efficient tuning of linear multivariable controllers using iterative feedback tuning, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, **13**, 553/572 (1999)
- 3) K. Hamamoto, T. Fukuda and T. Sugie: Iterative feedback tuning of controllers for a two-mass-spring system with friction, *Control Engineering Practice*, **11**, 1061/1068 (2003)
- 4) A. Lecchini and M. Gevers: On Iterative Feedback Tuning for non-minimum phase plants, CD-ROM Proc. of 41st IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2002), 4658/4663, Las Vegas, USA (2002)
- 5) M. C. Campi, A. Lecchini and S. M. Savaresi: Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT): A direct method for the design of feedback controllers, *Automatica*, **38**, 1337/1346 (2002)
- 6) 中本政志: VRFTを応用した多変数のプロセス制御系の調整, 計測自動制御学会論文集, **39-10**, 924/932 (2003)
- 7) M. G. Safonov and T. C. Tsao: The unfalsified control concept and learning, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, **42-6**, 843/847 (1997)
- 8) 相馬, 金子, 藤井: 一回の実験データを用いた制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ—Fictitious Reference Iterative Tuningの提案, システム制御情報学会論文誌, **17-12**, 528/536 (2004)
- 9) 金子, 吉田, 松本, 藤井: 一回の閉ループ実験データを用いた最小二乗法に基づく制御器パラメータチューニング—Fictitious Reference Iterative Tuningの拡張, システム制御情報学会論文誌, **18-11**, 400/409 (2005)
- 10) A. Karimi, L. Mišković and D. Bonvin: Iterative correlation-based controller tuning, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, **18**, 645/664 (2004)
- 11) L. Mišković, A. Karimi, D. Bonvin and M. Gevers: Correlation-based tuning of linear multivariable decoupling controller, Proc. of the joint CDC-ECC Conference 2005, 7144/7149, Seville, Spain (2005)
- 12) 足立修一: MATLABによる制御のための上級システム同定, 東京電機大学出版局 (2004)
- 13) 長尾智晴: 最適化アルゴリズム, 昭晃堂 (2000)

[著者紹介]

若山 直 矢

1983年2月10日生。2005年三重大大学工学部卒業。2007年同大学院工学研究科博士前期課程修了、(株)デンソーに入社し、現在に至る。在学中は制御系設計の理論と応用の研究に従事。電気学会学生会員。

弓場井 一 裕 (正会員)

1971年12月23日生。2000年名古屋大学大学院工学研究科博士課程後期課程電気工学専攻修了。2000年より三重大大学工学部電気電子工学科助手となり、現在に至る。博士(工学)。メカニカルシステムのロバスト制御、システム同定、故障検出に関する研究に従事。システム制御情報学会、電気学会、IEEEの各会員。

平 井 淳 之

1951年10月27日生。1976年東京大学工学部電気工学科卒業。日本碍子(株)、(株)安川電機を経て、2002年三重大大学工学部電気電子工学科教授着任。研究分野は、次世代ロボット、メカトロニクス全般、パワーエレクトロニクスおよびモーションコントロールなど。電気学会、IEEE会員。