原動機の効率を考慮に入れた回転物体の速度制御

モハメッド エルアラビ

東京工業大学大学院 東京都目黒区大岡山 2-12-1

(昭和 44 年 4 月 3 日受付)

Speed Control of Rotating Load: A Design Method for the Maximum Efficiency Operation of the Prime Mover

Mohamed ELARABY

(Tokyo Institute of Technology, Meguro-ku, Tokyo)

(Received April 3, 1969)

Many papers on speed control systems have been published so far. To the author's knowledge, in these papers the efficiency of the prime mover is not taken into consideration. However, from economical view point, the efficiency of the prime mover could not be ignored when high power is consumed in the load.

This paper shows the results of researches on a special speed control system designed to control the load speed and to maximize the efficiency of the prime mover.

Concerning the efficiency of the prime mover, attention should be paid to the fact that for the required output power, it will reach its maximum at a certain speed. This fact could be adopted to maximize the efficiency of the prime mover, by controlling the reduction ratio of a reduction mechanism with stepless variable reduction ratio installed between the prime mover and the load.

Actually, this paper is a continued report of the paper published under the same title as this one in the Journal of this Society, Vol.8, No.3, 1969.

In the previous report, a hydraulic transmission was used as a reduction mechanism. But due to the existence of leakage losses the efficiency of the whole system decreased when high torque was transmitted to the load.

In this research, a hydro-mechanical transmission is adopted as a reduction mechanism instead of the hydraulic transmission.

It consists of mechanical components considered to have no losses and a hydraulic transmission used to allow changing the reduction ratio continuously in order to maximize the efficiency of the prime mover.

By adopting this reduction mechanism, it was possible to obtain high efficiency over the whole range of the operation of the system.

1. ま え が き

今日多くの調速系の研究結果が発表され、また実用に供せられているが、制御対象が原動機により駆動される方式の現用の調速系のうち、その原動機の効率が最大になるように原動機の運転条件を積極的に制御している例は一見似たような例^{1)~5)}はあるが、ほとんど見あたらない。しかし負荷の駆動に大きなパワー（動力）を必要とする系では、経済上の見地から原動機の

効率を無視することはできない。

そこで池辺洋教授と筆者はすでに原動機効率を最大に保持する装置をもった調速系の研究^{6),7)}を行なった。

これは原動機が負荷を駆動するのに必要なあるパワーを出すさい、原動機の出力トルクと速度が一定の関係をもつとき、その効率が最大になることに着目し原動機と負荷の間に可変減速装置をおき、その減速比を原動機の速度とトルクにより制御するという方法をとったものである。

得られた結果から、たとえば負荷に必要なパワーが一定のとき、かなり広い負荷の速度の範囲にわたり、従来のような固定減速比の調速系に比べよい効率で運転できることが確認できた。しかしながら低速時（トルクが大きくなる）には可変減速装置のパワー損失のため系の効率（原動機効率と可変減速装置の効率の積）が落ちる、安定性が必ずしも十分でないなどの欠点があった。

ちなみに上記系は原動機の出す全パワーを可変減速装置（油圧電動装置^{*1}）を介して負荷に伝える方式——以後単独形（single type）と称する——である。

けっきょく、本研究は単独形の欠点を改善するためのもので、可変減速機の構造を油圧伝導装置とこれと並列におかれた歯車列-機械軸さらに差動歯車よりなるいわば油圧-機械式伝導装置^{*2}に改めた。これは負荷が必要とするパワーのうち、油圧伝導装置を通す分はごくわずかにおさえ、残りの大部分は損失のないと考えられる機械軸を通した後ふたび差動歯車で加え合せて負荷を駆動することにより、減速部の損失を少なくしつつ、しかも油圧伝導装置により減速部減速比を変えて系の効率最大化をはかっている。

またいっぽうでは、系の構成要素の時間おくれをできるだけ小さくするようつとめ安定性の向上を図っている。

2. 記 号

この論文で使用する主な記号は以下のとおりである。
 a_1, a_2, a_3 ：それぞれ油圧乗算装置のノズルフラップ部、固定オリフィス部、可変オリフィス部の油の通路面積 [cm^2]、 C_s ：速度制御系のゲイン定数 [V]、 C_e, C_t ：H.T. のもれのコンダクタンス (0.09, 0.13 [$\text{cm}^3/\text{kg} \cdot \text{s}$])、 D_m ：直流モータの減衰係数 (0.014) [$\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}$]、 e ：直流モータの電機子電圧 [V]、 L_a ：直流モータの電機子電流 [A]、 J_m ：直流モータのロータ慣性モーメント (0.42) [$\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}$]、 J_0 ：負荷の慣性モーメント [$\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}$]、 k_1 ：第1制御装置定数 (0.287) [cm^{-3}]、 k_{e1}, k_{e2} ：それぞれ第1、第2制御装置のゲイン定数 [$\text{cm}^3/\text{kg} \cdot \text{s}$]、 k_r ：油圧乗算装置のフラップのレバー比 (0.12)、 k_t ：直流モータのトルク定数 (7.9) [$\text{kg} \cdot \text{cm}/\text{A}$]、 k_v ：直流モータの速度定数 (0.73) [$\text{V} \cdot \text{s}$]、 m ：直流モータの出力トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_d, m_i ：差動歯車の入力トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_f ：非慣性的負荷トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_h ：H.T. の入力トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_m ：

H.T. モータの出力トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_0 ：負荷トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 m_p ：H.T. ポンプの入力トルク [$\text{kg} \cdot \text{cm}$]、 N_1, N_2, N_3 ：H.M.T. で使用する歯車の歯数比、 $n(=d_p/d_m)$ ：H.T. のポンプとモータの delivery の比、 p ：油圧乗算装置の出力圧 [$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$]、 p_1, p_2 ：H.T. の高（低）圧部の圧力 [$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$]、 p_s ：油圧乗算装置固定オリフィスの背圧 [$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$]、 p_{θ} ：歯車ポンプ（直流モータに連結）出力圧 [$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$]、 q_1, q_2, q_3 ：それぞれ油圧乗算装置のノズルフラップ、固定オリフィスの油の流量 [$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]、 q_m, q_p ：それぞれ H.T. のモータ、ポンプを通る油の流量 [$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]、 R ：直流モータ電機子巻線抵抗 [Ω]、 $u(t)$ ：単位ステップ関数、 x ：油圧乗算装置フラップの変位 [cm]、 z ：第2制御装置のアクチュエータの変位 [cm]、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ：流量係数 ($\cong 1$)、 γ ：油の単位体積重量 (0.86×10^{-3}) [$\text{kg} \cdot \text{cm}^{-3}$]、 Δ_m ：H.T. のモータの固定 delivery (1.66) [$\text{cm}^3 \cdot \text{rad}^{-1}$]、 Δ_p ：H.T. ポンプの可変 delivery [$\text{cm}^3 \cdot \text{rad}^{-1}$]、 θ_h ：H.T. のポンプ斜板傾斜角、 $\dot{\theta}$ ：直流モータ速度 [s^{-1}]、 $\dot{\theta}_c, \dot{\theta}_0$ ：それぞれ目標値、負荷の速度 [s^{-1}]、 $\dot{\theta}_m, \dot{\theta}_p$ ：それぞれ H.T. のモータ、ポンプの速度 [s^{-1}]、 $\dot{\theta}_d, \dot{\theta}_t$ ：差動歯車の入力速度 [s^{-1}]。

3. 制御系の概要

この系の負荷の速度を目標値に一致させるよう制御する速度制御系と、系の効率^{*3}を最大に保持するための効率最大化制御系からできている。

速度制御系、効率最大化制御系の詳細はそれぞれ 3.1, 4.3 で述べるが、既報⁷⁾と同様この研究においても、原動機としては直流モータを使っており、その理由は直流モータはトルク-速度特性など基本的な性質はガソリン機関などと大きな差異はなく、実験室内の取扱いが簡便だからである。

なおこの場合直流モータなど 1 HP 程度の小形のものを使っているが、これはモデル実験による基礎的研究のためで本来は大形の系に適用すべきことはいうまでもない。

3.1 速度制御系の構成

速度制御系は Fig. 1 および Fig. 2 の全景写真に示してあるが、負荷の速度を目標値に一致させることが必要で、負荷の速度 ($\dot{\theta}_0$) は速度発電機で検出され、目標値 ($\dot{\theta}_c$) と比較され、その差に比例する電圧は増幅され、速度フィードバックにより時定数をみかけ上へらしてある AC サーボモータを介してスライダッ

*1 Hydraulic Transmission, 以後 H.T. と略称することがある。

*2 Hydro-Mechanical Transmission, 以後 H.M.T. と略称することがある。

*3 系の効率とは直流モータおよびこれと負荷の間の減速部の効率の積で、制御装置で消費されるパワーは考慮されていない。

Fig. 1 Schematic diagram of the speed control system

- (1) efficiency maximizing system
- (2) hydraulic transmission
- (3) inertial load
- (4) differential gear
- (5) non-inertial load simulator
- (6) gear pump
- (7) DC motor
- (8) AC servomotor
- (9) voltage transformer

Fig. 2 Whole view of the system

クのブラシを動かす。

スライダックの出力は整流され原動機としての直流モータの速度を加減する。直流モータは前述の油圧-機械式伝導装置を介して負荷と連続されている。したがって直流モータが、H.M.T. と相まって負荷の速度を目標値に一致させるようになっている。

3.2 主構成要素の特性

3.2.1 直流モータ 他励磁、電機子制御の直流モータの原理を示す Fig. 3 を参照しつつ、電機子インダクタンスは無視できるので、

$$e = i_a R + k_v \dot{\theta} \quad (3.1)$$

Fig. 3 Schematic diagram of the DC motor

モータ内で発生する電磁トルクに対しては、

$$m_i = k_t i_a = J_m \ddot{\theta} + D_m \dot{\theta} + m \quad (3.2)$$

定常状態における直流モータの効率 η_m は P_i をその入力パワーとすれば、

$$\eta_m = \frac{m \dot{\theta}}{P_i} = \frac{m \dot{\theta}}{i_a e + P_e} = \frac{m \dot{\theta}}{\frac{R}{k_e^2} [m^2 + (B + D_m) m \dot{\theta}] + P_e} \quad (3.3)$$

ただし $B = D_m + \frac{k_t k_v}{R} (= 0.75 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s})$ 、また P_e

は励磁パワーで実用上一定と考えられる。

3.2.2 油圧伝導装置 油圧伝導装置は無段階の減速装置として使われていて、その主要部は可変吐出量のアキシアルプランジャポンプと固定吐出量のアキシアルプランジャモータの油圧的な結合でできている。

減速比をかえるのはポンプ斜板の傾斜角をかえることによって行なわれる。

Fig. 4 に原理図が示してあるが、周知のように

Fig. 4 Schematic diagram of the hydraulic transmission ($n = \Delta_p / \Delta_m$)

H.T. には高压側と低压側があり、内部もれと称する両者間のもれのほか、各部から容器内側（大気圧）へ外部もれ⁸⁾と称するもれがある。

外部もれによって容器内側にもれた油を回収するために、普通小形で H.T. のポンプ軸と機械的に結ばれた回収ポンプ (replenishing pump) が内蔵されている。

この回収ポンプもやはり容積形で軸の回転方向にかわりなく吐出側は一定し、またこの吐出側はレリーフ弁で常に一定圧 $P_r (= 4.5 \text{ kg/cm}^2)$ に保たれ、しか

も H. T. の両圧部 (p_1 と p_2) とそれぞれ逆止弁で接続され、両圧部のいずれでも P_r より下がるとただちに油の回収が開始され、このようにして H. T. 主要部の油は常に充満されていることになる。

したがって外部もれによってもれた油量だけ回収ポンプで補充されることになる。

ただし以上の説明は回収ポンプが正常な機能を発揮できないように速度 ($\dot{\theta}_p$) が低くなった場合はあてはまらない。

H. T. の動作方程式を導くにあたって、油の圧縮性、装置各部の弾性変形は無視できる、内部もれ、外部もれのもれ量はともに圧力差に比例する、などの仮定をおく。

なお、Fig. 4 では H. T. のポンプおよびモータは理想的なものとし、もれは配管部に集中して書きなおしてある。この図においてポンプ、モータに関しては、

$$q_p = \Delta_p \dot{\theta}_p, \quad m_p = \Delta_p (p_1 - p_2) \quad (3.4)$$

$$q_m = \Delta_m \dot{\theta}_m, \quad m_m = \Delta_m (p_1 - p_2) \quad (3.5)$$

また、 p_1 と p_2 の大小関係に注意して、H. T. 各所の流量と圧力に関しては次のような関係が成立する。

$$q_p = q_m + \frac{2C_i + C_e}{2} (p_1 - p_2) + \frac{C_e}{2} (p_1 + p_2) \operatorname{sgn}(p_1 - p_2)^* \quad (3.6)$$

さて前述のように H. T. の低圧部はつねに一定値 P_r に保たれ、また (3.5) 式を考慮して、

$$p_1 + p_2 = 2P_r + \frac{m_m}{\Delta_m} \operatorname{sgn}(m_m) \quad (3.7)$$

になることに注目し、(3.6) 式に (3.4)、(3.5) 式を代入し、圧力や流量の代わりにトルクや速度で書きなおせば、

$$\frac{\Delta_p}{\Delta_m} \dot{\theta}_p = n \dot{\theta}_p = \dot{\theta}_m + C_h m_m + \frac{C_e}{\Delta_m} P_r \operatorname{sgn}(m_m) \quad (3.8)$$

ただし、 $C_h = \frac{C_i + C_e}{\Delta_m^2}$, $n = \frac{\Delta_p}{\Delta_m}$

また、Fig. 4 からわかるように H. T. の入力側のトルク m_h で回収用ポンプを同時に駆動しているから、

$$m_h = m_p + m_r \quad (3.9)$$

この m_r はほぼ一定の値で、実測の結果は H. T. 内部の摩擦トルクなどに比べてもかなり小さく実用上 m_p に対し省略できる。

したがって H. T. の入力パワーは (3.8) より、

$$m_h \dot{\theta}_p = m_m \dot{\theta}_m + C_h m_m^2 + \frac{C_e}{\Delta_m} P_r |m_m| \quad (3.10)$$

* $\operatorname{sgn}(x)$ は $x > 0$ のとき 1, $x = 0$ のとき 0, $x < 0$ のとき -1 である。

3.2.3 差動歯車 これは油圧-機械式伝導装置の出力側 (Fig. 1) に使われている。差動歯車回転部分の慣性モーメント、摩擦は省略できるほど小さいのでこれを省略すると、速度、トルクの関係はそれぞれ、

$$\dot{\theta}_0 = \frac{1}{2} (\dot{\theta}_t + \dot{\theta}_d) \quad (3.11)$$

$$m_d = m_t = \frac{1}{2} m_0 \quad (3.12)$$

4. 効率最大化制御系

本章ではまず系の効率について考察し、つぎに効率を最大化するための条件をもとめ最後に効率最大化制御系の構成について述べる。

4.1 系のパワーと効率

3. のべた主構成要素の動作方程式、さらに油圧-機械式伝導装置の歯車の歯数比 N_1, N_2, N_3 を考慮に入れば、直流モータの出力トルク m と負荷トルク m_0 の関数は式 (3.4)、(3.5)、(3.10)、(3.12) などより、

$$m = \frac{1}{2} (N_1 + N_2 N_3 n) m_0 \quad (4.1)$$

この式を誘導するにあたって n^{-1} は油圧伝導装置 (H. T.) のトルク伝達比 (出力トルク/入力トルク)、さらに結果として $[(N_1 + N_2 N_3 n)/2]^{-1}$ は H. M. T. のトルク伝達比になっていることに注意する必要がある。

また、直流モータの出力速度と負荷速度、負荷トルクの関係は (3.4)、(3.5)、(3.8)、(3.12) 式などより、

$$\dot{\theta} = \frac{m_0 \dot{\theta}_0 + \frac{C_h N_3^2}{4} m_0^2 + \frac{C_e P_r}{2 \Delta_m} |N_3 m_0|}{\left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) m_0} \quad (4.2)$$

上式より、H. M. T. の減速比 ($\dot{\theta}_0/\dot{\theta}$) はそのトルク伝達比のように N_1, N_2, N_3, n のみの関数として一義的に定まらず、負荷トルク m_0 にも影響 (H. T. 内のもれに起因) されることに注目しなければならない。

次に系の効率を求める準備として、(3.3) 式の中の直流モータの入力パワー P_i を、(4.1)、(4.2) 式を使って負荷トルク m_0 、速度 $\dot{\theta}_0$ で表わすと、

$$P_i = \frac{R}{k_t^2} \left[\left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right)^2 m_0^2 + (B + D_m) \left(m_0 \dot{\theta}_0 + \frac{C_h N_3^2}{4} m_0^2 + \frac{C_e P_r}{2 \Delta_m} |N_3 m_0| \right) + \frac{\left(m_0 \dot{\theta}_0 + \frac{C_h N_3^2}{4} m_0^2 + \frac{C_e P_r}{2 \Delta_m} |N_3 m_0| \right)^2}{\left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right)^2 m_0^2} \right]$$

$$+P_e \quad (4.3)$$

また定常状態における系の効率 η は、

$$\eta = \frac{m_0 \dot{\theta}_0}{P_i} \quad (4.4)$$

さて η を最大にする H.M.T. のトルク伝達比と負荷トルク m_0 、速度 $\dot{\theta}_0$ との関係を求めるため η を $(N_1 + N_2 N_3 n)/2$ で偏微分し 0 とおくと、

$$\begin{aligned} \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) &= n_t \\ &= (BD_m)^{1/4} \left(\frac{\dot{\theta}_0}{m_0} + \frac{C_h N_3^2}{4} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_e P_r}{2 A_m} \left| \frac{N_3}{m_0} \right| \right)^{1/2} \quad (4.5) \end{aligned}$$

この式が系の効率の最大化条件式である。

さて、上式右边は元来複号士を有しており、これは H.M.T. の出力トルクを入力トルク (= 直流モータの出力トルク) と同方向にとるか反対にするかという物理的な意味をもち、この方向自体はさして重要な問題でないので本研究では負号はすてている。

または簡単に (4.2) 式より、

$$\dot{\theta} = \mu \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) m_0 = \mu n_t m_0 \quad (4.6)$$

ここで、

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{BD_m}} = 9.9 \left[\frac{\text{rad}}{\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}} \right], \quad n_t = \frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2}$$

なおここで注意すべきことは、過渡状態での系の効率最大化条件は非常に複雑で、実際にはこれを得ることは困難なので本研究では定常状態の効率のみに考慮をほらい過渡状態のほうは断念した。

4.2 歯数比 N_1, N_2 および N_3 の選定

歯数比の決定にあたっては、与えられた負荷条件に対しなるべく系の効率をよくする配慮はもちろん、系の構成要素の構造、定格トルク、速度にまで考慮を払わなければならない。

以下に考慮すべき項目を列挙すると、

- 1) 油圧伝導装置の構造から、 $-1 \leq n \leq 1$
- 2) 直流モータの定格速度および H.M.T. の機械軸の軸受寿命から、

$$|N_1| \leq \frac{\text{機械軸軸受定格速度}}{\text{直流モータ定格速度}} = \frac{125 [\text{rad/s}]}{250 [\text{rad/s}]}$$

- 3) 直流モータ定格速度および H.T. のポンプ定格速度から、

$$|N_2| \leq \frac{\text{ポンプ定格速度}}{\text{直流モータ定格速度}} = \frac{330 [\text{rad/s}]}{250 [\text{rad/s}]}$$

- 4) (4.3), (4.4), (4.6) 式から得られる系の最高効率 $\eta_{\max}$ は、

$$\begin{aligned} \eta_{\max} &= \frac{R}{k_t^2 (\sqrt{B} + \sqrt{D_m})^2} \left(m_0 \dot{\theta}_0 + \frac{C_h N_3^2}{4} m_0^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_e P_r}{2 A_m} |N_3 m_0| \right) + P_e \quad (4.7) \end{aligned}$$

この式が示すように、分母の N_3 を含む項は H.T. のもれによる損失パワーで、したがって $|N_3|$ はできるだけ小さいことが望ましい。

しかし、 $N_3=0$ は H.T. の除去、すなわち効率最大化制御系の除去を意味するので $N_3 \neq 0$ の必要がある。

- 5) 構成要素主要部のトルクおよび速度 (系の効率が最大化されている状態での) を負荷トルク m_0 、速度 $\dot{\theta}_0$ の関数として表わすと、直流モータ速度は (4.2), (4.6) 式より、

$$\dot{\theta} = \mu^{1/2} \left(m_0 \dot{\theta}_0 + \frac{C_h N_3^2}{4} m_0^2 + \frac{C_e P_r}{2 A_m} |N_3 m_0| \right)^{1/2} \quad (4.8)$$

以下今までの式を使うと $\dot{\theta}_m, m, m_m, m_p, m_d$ はすべて $m_0, \dot{\theta}_0$ の関数として表わすことができる。けっきょく、 N_1, N_2, N_3 の数値決定にさいしては上記 (1) ~ (4) の項目よりその数値を一応定め、それらの値を項目 (5) の系主要要素の最大 (小) トルク、最大 (小) 速度などが定格値の範囲内であるか否かのチェックをし、結果が可ならば決定できたことになり、否ならば以上の手続きをくりかえさねばならない。

実際にはかなり複雑なので数値例をあげて実際の手順を示そう。

まず、仕様によって与えられた負荷は Fig. 5 の

Fig. 5 System working domain

$m_0, \dot{\theta}_0$ 平面上の斜線内部の閉曲線のようにであったとする。

次にこの平面上で $m_0, \dot{\theta}_0$ = 一定の 2 本の曲線と $\dot{\theta}_0$ = 一定の 2 本の直線でかこまれなるべく負荷領域に近かつこれをつつむ四辺形 A_1, A_2, A_3, A_4 をつくりこれを修正 (負荷) 領域と称する。わざわざこのような領域をつくった理由はこれの内部の負荷条件に対し N_1

～ N_3 などをきめておけば仕様の負荷範囲内では装置は適正に動作すること、また修正領域内では前記(5)の $\theta, \dot{\theta}_m, m$ の最大、最小値に対応する点が N_1, N_2, N_3 などの数値にだいたい無関係に定まるからである。

すなわち項目(5)で、

$\dot{\theta}$ の最大、最小値はそれぞれ A_1, A_3 で、

$\dot{\theta}_m$ の最大、最小値は $N_1 > 0$ のときそれぞれ A_3, A_1 で、

m の最大、最小値はそれぞれ A_1, A_3 で生ずることになる。

さて、(4.5)式の n_t をかえるのは n を変化させる。項目(1)から $-1 \leq n \leq 1$ であるから n_t は $N_1/2$ を中心とし片幅 $N_2 N_3/2$ の範囲で変わるので $N_2 N_3$ は正でも負でもよいはずである。そこでここでは $N_2 > 0, N_3 > 0$ とする。次に N_1 も原理的には正でも負でもよいが、今の場合は負荷条件($m_0 > 0, \dot{\theta} > 0$)から $n_t > 0$ 、それゆえ $N_1 > 0$ にしたほうが n_t の変動範囲が大きくなるということで $N_1 > 0$ とする。

ここで項目(2)、(3)を考慮に入れ、

$$0 < N_1 \leq 0.5 \quad (4.9)$$

$$0 < N_2 \leq 4/3 \quad (4.10)$$

次に前記(4)で述べたように $|N_3|$ 、したがって N_3 は一般に小さな値をとるべきであり、さらに効率最大化条件(4.5)式の右辺で N_3 を含む項の係数は一般に小さいので省略できると仮定すれば(N_3 の数値決定後チェックは必要)(4.5)式の右辺の最大(小)値は近似的にそれぞれ1, 0.25となる。

なおこれらの値はそれぞれ修正領域の点 A_3, A_1 に対応する。

さて、この場合(4.5)式より n_t の変化範囲は少なくとも0.25～1の必要はあるが、いっぽうこれ以上広くとる必要はない。

そこで、

$$(n_t)_{\min} = \frac{N_1 + N_2 N_3 (n)_{\min}}{2} = 0.25 \quad (4.11)$$

$$(n_t)_{\max} = \frac{N_1 + N_2 N_3 (n)_{\max}}{2} = 1 \quad (4.12)$$

(4.9)、(4.11)式より $n_{\min} \geq 0$ になること、 N_3 はなるべく小にすることに留意すると、

(4.10)、(4.11)、(4.12)式より、

$$N_1 = 0.5, N_2 = 4/3, N_3 = 9/8$$

$$0 \leq n \leq 1$$

N_3 のこの値を(4.5)式右辺に入れ、さきの省略は妥当であったことが確認でき、さらに項目(5)の $\dot{\theta}, \dot{\theta}_m$ などの極値を定格値と照合した結果これもすべて可であったので、

最終的に $N_1 = 0.5, N_2 = 4/3, N_3 = 9/8, 0 \leq n \leq 1$ と決定した。

なお項目(5)の $\dot{\theta}, \dot{\theta}_m, m$ などの極値は修正負荷領域の A_1, A_3 点に対応しているのもその作業は機械的に行なえる。さらに上で決定した $N_1, N_2, \dots$ は修正負荷領域外で使えないということだけでなく、事実この場合には $m_0 \dot{\theta}_0 = \text{const.}$ の曲線 $A_2 B_1^{*1}, A_4 B_2^{*1}$ 上の負荷条件に対しては支障なく使える。

Fig. 6 Schematic diagram of the efficiency maximizing system

*1 $m_0 - \dot{\theta}_0$ の平面の原点をOとすれば、 B_1, B_2 はそれぞれ線分 OA_1, OA_3 上にある。

4.3 効率（最大化）制御系の構造

効率制御系は系の効率を定常状態で最高に保つためのもので、直流モータ速度 $\dot{\theta}$ および H. T. のトルク逆伝達比 n 、負荷トルク m_0 を常時検出して、これらの間に変形した効率最大化条件 (4.5) 式の関係満足させることによって行なわれる。この場合 (4.5) 式の成立を直接の目的としていないのは、検出の具体的な手段など技術的な理由によるものである。

この系は Fig. 6 に示すように 3 つの主要部からできていていずれも油圧系であるが、これはまず応答速度を速くするため、次にはエネルギーの統一をはかるためである。主要部第 1 のものは m_0 に比例する圧力 p_s を発生させる局部的閉ループ系で以後第 1 制御装置と称する。

第 2 の部分は特殊なノズルフラップ系で油圧乗算装置ともいべきものであり m_0 と $(N_1 + N_2 N_3 n)/2$ の乗算を行なう。

第 3 の部分は、DC モータの出力速度 $\dot{\theta}$ と $\mu((N_1 + N_2 N_3 n)/2)m_0$ を定常状態で一致させるよう n を制御する部分で、これまた局部的な油圧閉ループ系で以後第 2 制御装置と称する。

これらの詳細を述べる前にまず、 $\dot{\theta}$, n , m_0 の検出法について述べよう。

$\dot{\theta}$ の検出は直流モータに機械的に連結された歯車ポンプとその吐出側につないだ抵抗管で行なわれる。これは抵抗管のポンプの吐出圧 p_θ は $\dot{\theta}$ に比例することを利用* している。

n , m_0 の検出にさいしては次の H. T. の重要な性質を利用する。

(1) H. T. のトルク逆伝達比 n は斜板傾斜角 θ_h の tangent に比例する。

$$n \propto \tan \theta_h (\because |\theta_h| < 20^\circ)$$

(2) H. T. の高・低圧部の圧力差 $p_1 - p_2$ は H. T. のモータ出力トルク m_m 、結果として負荷トルク、

$$m_0 = \frac{2}{N_3} m_m \quad ((3.12) \text{ 式参照})$$

に比例する。

そこで n の検出は後述の斜板を駆動する第 2 制御装置のアクチュエータ “2” の変位 z で行なう。これは z は $\tan \theta_h$ 、したがって n に比例することによる。

m_0 は H. T. の高・低圧部の圧力それぞれを 2 つの同形のベローズ (A_m) に導き、力の形で ($p_1 - p_2$) を測ることにより検出する。

さて第 1 制御装置の動作は以下のようなのである。

圧力差 ($p_1 - p_2$) は力 f_1 に、油圧乗算装置の圧力 p_s はベローズ A_s で力 f_2 に変換される。

平衡ばねのつけてあるレバー “1” に上記 2 力が作用し、スプール弁のスプールを u_1 だけ変位させる。いっぽう、油圧サーボモータ (スプール弁とアクチュエータ) の性質としてアクチュエータの速度 dv/dt とスプール変位 u_1 は比例する。さらにこのアクチュエータは油圧乗算装置の可変オリフィスの開度 v をかえその結果 p_s を制御することになる。さて前記 ($p_1 - p_2$) が出力トルク、 f_2 が p_s に比例することを考えれば第 1 制御装置の動作方程式は、

$$k_{e1}(k_1 m_0 - p_s) = \frac{dv}{dt} \quad (4.13)$$

のように表わされ (k_{e1}, k_1 : 定数)、定常状態では $k_1 m_0 = p_s$ となり結局、第 1 制御装置は m_0 に比例した圧力 p_s を発生させることになる。

油圧乗算装置の動作原理は以下のようなのである。

この部の従来のノズルフラップ系と異なる点は固定オリフィスと定圧部 P_c の間に可変オリフィスが存在することである。

そして固定オリフィスの背圧 p_s は前記第 1 制御装置によって制御されている。

さて、 p_s とノズル背圧 p およびフラップ位置の関数は周知のようであるが、このうち p/p_s とフラップ位置が直線関係にある所では、

$$\frac{p}{p_s} = k_h \cdot (X_i + x) \quad (4.14)$$

と表わすことができる。ただし ($X_i + x$) はフラップ位置を表わし、 $k_h (= 5.24 \text{ cm}^{-1})$, X_i はともに定数で、 X_i は後に述べる条件から定まる。

いっぽう、H. M. T. の $(N_1 + N_2 N_3 n)/2$ とフラップ位置の間に k_3 を定数とし次のような比例関係を成立させることができる。

$$\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} = k_3 (X_i + x) \quad (4.15)$$

$$\frac{N_2 N_3 n}{2} = k_3 x \quad (4.16)$$

まず (4.16) 式を成立させるために、Fig. 6 のように、斜板を駆動するアクチュエータ “2” のロッド、リンクを介して斜板とフラップを連結する。

この k_3 の値は任意に選べようであるが、4.2 で述べたように、この場合は n の変化範囲は $0 \leq n \leq 1$ ($0 \leq \theta_h \leq 20^\circ$) で、これに対するフラップ位置の変化が ((4.14) 式の成立) 範囲をこえないよう k_3 の値を定めなければならない。この k_3 に対し X_i は (4.15)、

(4.16) 式より $X_i = \frac{N_1}{2k_3}$ となる。

そこで (4.14)、(4.15) 式より、

* 歯車ポンプ駆動用のトルクは直流モータ速度に比例するので、このトルクはモータの減衰項に含ませて考えている。

$$p = \frac{k_h}{k_3} \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) p_s \quad (4.17)$$

さらに定常状態では、

$$p = \frac{k_1 k_h}{k_3} \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) m_0 \quad (4.18)$$

けっきょく、油圧乗算装置は定常状態で $(N_1 + N_2 N_3 n)/2$ と負荷トルク m_0 の積に比例する圧力 p を発生させることになる。

第2制御装置の動作は次のようである。

Fig. 6 を参照しつつ、直流モータ速度に比例する歯車ポンプの出力圧 p_θ はペローズ A_θ で力 f_3 に、油圧乗算装置のノズル背圧 p はペローズ A_p で力 f_4 に変換される。以下第1制御装置の場合と全く同様に、2力に不平衡があるときはスプール(“2”)を u_2 だけ動かし、さらにアクチュエータ(“2”)は u_2 に比例した速度 dz/dt で動き、H.T. の斜板傾斜(n)と同時に油圧乗算装置のフラップ位置を訂正する。これらの動作方程式は k_2, k_{e2} を定数として、

$$k_{e2}(k_2 \dot{\theta} - p) = \frac{dz}{dt} \quad (4.19)$$

定常状態では $k_2 \dot{\theta} = p$ となり、けっきょく、定常状態では、

$$\dot{\theta} = \frac{k_1 k_h}{k_2 k_3} \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) m_0 = \mu \left(\frac{N_1 + N_2 N_3 n}{2} \right) m_0$$

の効率最大化条件が成立することになる、ただし、 k_1, k_2 は $\mu = k_1 k_h / k_2 k_3$ が成立するように選ぶ必要がある。

5. 総合系の動特性と安定性

今までの説明ではぼ明らかであるが、総合系(速度制御系および効率制御系)内では2変量の乗算が行なわれ非線形系となるが、なんらかの形で安定性を調べる必要がある。以下順をおってこれを考察する。

5.1 要素の動作方程式と系のブロック線図表示

系の要素の方程式は以下のようになる。

速度制御系に関しては、交流サーボモータ(タコマフィードバックつき)目標値(速度) $\dot{\theta}_c$ 、負荷の速度 $\dot{\theta}_0$ 、直流モータの電機子電圧 e に関しては、

$$C_s(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_0) \cong \frac{de}{dt} \quad (5.1)$$

直流モータの動作は、

$$\frac{k_t}{R} e = J_m \frac{d\dot{\theta}}{dt} + B\dot{\theta} + m \quad (5.2)$$

ここで m は(4.1)式で、負荷の速度は(4.2)式より与えられる。効率最大化制御系に関してはまず第1制御装置の動作は(4.13)式で与えられる。

ついで油圧乗算装置での特性を導くため圧力降下と

流量の関係を求めると以下の諸式のようになる。

ノズルとフラップの間を流れる流量に関して、

$$q_1 = \alpha_1 a_1^* (X_i + x) \sqrt{\frac{2g}{r}} \sqrt{p} \quad (5.3)$$

固定オリフィスを流れる流量に関して、

$$q_2 = \alpha_2 a_2 \sqrt{\frac{2g}{r}} \sqrt{p_s - p} \quad (5.4)$$

可変オリフィスを流れる流量に関して、

$$q_3 = \alpha_3 a_3(v) \sqrt{\frac{2g}{r}} \sqrt{P_c - p_s} \quad (5.5)$$

式中 g は重力加速度 ($=980 \text{ cm/s}^2$)、 r は油の単位体積重量、 P_c は一定の供給油圧である。厳密にはこのほか過渡時にはペローズ A_p, A_s に流れこむ流量があるがこれらと連結されているレバーの平衡はねがこわい、ペローズ断面積が小さいなどの理由で省略することができるので、過渡状態を含めて、

$$q_1 \cong q_2 \cong q_3 \quad (5.6)$$

(5.3), (5.4), (5.6) 式から p/p_s と $(X_i + x)$ の関係をもとめ、これを近似的に表示したのが(4.14)式である。

また(5.4), (5.5)式より、

$$\left(\frac{B_v}{a_2} \right)^2 P_c v^2 + p = \left\{ 1 + \left(\frac{B_v}{a_2} \right)^2 v^2 \right\} p_s \quad (5.7)$$

ただし、 $B_v = \alpha_3 a_3 / \alpha_2 v (\cong 0.33 \text{ cm})$ と表わされる。けっきょく、(4.14), (5.7)式が油圧乗算装置の特性を与えることになる。さらにフラップとアクチュエータ“2”の動きに関しては、

$$x = k_{rz} \quad (5.8)$$

$$\text{また、} \quad z = nr \tan 20^\circ \quad (5.9)$$

ここで $r (=3.6 \text{ cm})$ は H.T. のポンプ斜板に固定された回転用腕(アクチュエータ“2”)のロッドとピンで結ばれている)の長さで、 20° は H.T. のモータの固定斜板の傾斜角である。最後に負荷トルク m_0 に関しては、

$$m_0 = J_0 \frac{d\dot{\theta}_0}{dt} + m_f \quad (5.10)$$

J_0 は負荷の慣性モーメントで、 m_f は θ_0 (または $\dot{\theta}_0$ など) と無関係なトルクである。

さて、上の説明で明らかのようにこの系は非線形特性を示すだけでなく非常に複雑で安定性などを厳密に求めることは困難であるが、近似的に求めるためいわゆる“平衡点からの微小変動”の方法によって線形化を行ない、その結果を整理してブロック線図にしたのが Fig. 7 である。ただし、図中従来のシステム変数($\dot{\theta}_c$ など)に Δ をつけたものは平衡点からの微小変動

* $a_1(X_i + x)$ は a_1 が $(X_i + x)$ の関数であるという表示である。

Fig. 7 Block diagram of the system with inertial load

量, n_e に対する N_e など各システム変数の大文字をもってそれぞれの平衡値を表わし, さらに $\zeta, \omega_n, \zeta_0, \omega_0$ などはシステム定数およびシステム変数の平衡値の組み合わせからできている。

5.2. 系の安定性とステップ応答

Fig. 7 より明かなように, まず負荷の慣性モーメント $J_0 = 0$ の場合図中局部的閉ループ部の伝達関数は 1 となり, その結果総合系の開ループ伝達関数より明かなように, C_s (速度制御系に含まれるゲイン定数で可変である) などの値に無関係に総合系は安定になる。

次に J_0 が十分大きな場合 ($J_0 \geq 100 B \omega_n^2 / N_e^2 \omega_0^2 = 2000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$) は局部的閉ループ系の伝達関数は近似的にその前向き要素の伝達関数 (2 形) となり C_s などの値いかんでは不安定になりやすいが実際問題としてこのような大きな J_0 はこの装置にとりつけることは不可能である。

次に J_0 が中間的な値になったときは総合系は数値的に調べると C_s の値が比較的小さなときと大きいとき安定となり中間では不安定となる。この場合たとえば $J_0 = 0.4 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ に対しては C_s が $150 \sim 10^7$ が不安定の範囲となり, 実用上 (増幅器の飽和などで $C_s \leq 40$ 以下である) は安定となる。

以上, 非常に複雑な系を線形化して考察しその安定性を推定しているが, 計算の精度をチェックする意味で種々の条件のもとでのステップ応答を計算し実験結果と比較してみたが一般にかなりよい一致を見ている。これらのうちの 2 例を Fig. 10 に示す。

なおこのステップ応答計算のさい, 定常値に対しわざとかなり大きなステップを採用し, 線形化精度の悪い例を示していることに注意すべきである。

また, この複雑な系の特性をより正確に知るためにアナログ計算機を使い線形化せずに調べてみた。

まず安定性に関しては, 前記線形化計算で不安定になるような極端な例はアナログ計算機の性能 (たとえば飽和など) で実現できず, 線形化計算で安定な範囲はアナログ計算機の結果もすべて安定であることを示した。

また線形化計算に対応するステップ応答の計算結果

も種々の例について比較したが一般にかなりよい一致を示している (この中の 2 例を Fig. 10 に示す)。

要するに一旦複雑に見える総合系も, 油圧サーボモータなどの定数を適当に選定することにより等価的にはかなり簡単な系に置換でき, またその置換精度もそれほど悪くないことを示している。

6. 実験

総合系には 2 つの入力と 1 つの出力が存在する。入力目標値としての速度と負荷トルクで出力は負荷速度である。この系で非慣性形の負荷トルクは油圧-機械伝導装置の出力軸に機械的に連結された固定吐出のプランジャポンプとレリーフ弁からなる負荷装置 (Fig. 1, Fig. 2) で加えるようになっている。

これは負荷装置のポンプを駆動するためのトルクはポンプ速度と無関係にポンプの出力圧のみに比例し, この出力圧はレリーフ弁によって任意に設定できるとい原理に基づいている。

まず手始めに種々の目標値 (速度) と負荷トルクに対し, 速度制御系の定常特性の実験を行なった。

Fig. 8 は 1 例として負荷トルク $M_0 = 30 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ の

Fig. 8 Performance of the speed control system at steady state

場合 θ_c と $\dot{\theta}_e$ の関係すなわち速度制御系の性能を示して, 実線は理論値である。

系の効率 η , すなわち直流モータの効率と H. M. T.

Fig. 9 Comparison of the system efficiency with that of the single type system and the conventional ones

の効率の積に関する実験結果の例を Fig. 9 に示す。これは出力パワー一定の場合、出力速度 $\dot{\theta}_0$ と η の関係を表わしたものである。

また、比較のため single type の場合⁷⁾ の系の効率、H. M. T. の代わりに各種の固定減（増）速比の歯車（歯車部の効率は 100% と仮定）を使ったごく普通の制御系の場合の効率曲線もあわせて示してある。

当然のことであるが、固定減（増）速比歯車の系ではある速度のとき直流モータの最高効率 $P_0 = 6000 \text{ kg} \cdot \text{cm/s}$ のとき 70%）を示すが他の速度では大きく低下する。いっぽう、single type の場合はある速度から上はほぼ一様にかなりよい効率を示すが、逆に下の方はやはり低下する。しかしながらこれに対し H. M. T. を使った場合は single type の場合に比べ高速側での効率改善はごくわずかであるが低速側では期待していたようにかなり著しいことがわかる。

安定性に関しては、線形化計算の結果が正当であるか否かを調べるため、 C_s を始め可変のパラメータを許される範囲で変えて調べたが、かなり大きな慣性負荷 $J_0 = 0.4 \text{ kg}^2 \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$ をつけた場合まで含めて実験の範囲内ではすべて安定となり安定性という面では single type の場合より大きな改善がみとめられたが、逆に線形化計算の精度を推定することができなかった。

そこで次に行なったのはステップ応答の実験で、さきの計算値およびアナログ計算結果に対応する条件で行なった実験の 2 例を Fig. 10 に示す。

Fig. 10 Transient responses of the system to step change in the command speed and the load torque

これらの図からわかるように、定常値に対し比較的大きな変動値（たとえば θ_0 に対し $\Delta\dot{\theta}_c$ ）を使った実験でも、線形化法、アナログ計算の結果とよく一致する。したがって系の動特性の調整などは通常の線形技術を使ってよいことがわかる。

7. む す び

本研究の結果明らかになったことは、以下のとおりである。

速度制御系で系の効率を最高に保持するために使う原動機と負荷の間の無段階減速装置の single type（油圧伝導装置単体）の欠点を改良するため split type（油圧-機械伝導装置）を使うという着想のもとに新たに速度制御系の試作を行なった。

油圧-機械伝導装置の設計にあたっては、まず、従来明らかにされていなかったポンプ、モータ部の内・外部もれ、油回収ポンプの特性まで考慮した油圧伝導装置の動特性の解明を行なった。

次に、油圧-機械伝導装置で使用する歯車の歯数比選定にあたって、パワー損失、速度などの力学量の定格値など数多くの項目を考慮しなければならないことを述べ、ついで歯数比選定の非常に複雑な過程をその作業がほとんど機械的に行なえるような形に整理した。

また試作した系の実験結果からは静特性では速度制御の面、最大効率保持の面ともに満足すべき結果がえられ、ことに後者においては出力パワー一定のとき低速度で系の効率は single type の場合に比べ著しい改善が認められた。

さらに動特性の面では、使用する制御要素のおくれをできるだけ少なくするよう配慮した結果、系はパラメータを種々変化させて実験を行なったが、不安定化することができなかったほど十分な安定性をもたせることができた。

以上のことからこの系を実用化するにあたっての基礎的事項はほぼすべて明らかにできたと考えられる。

最後に本研究を行なうにあたり、有益な示唆、御懇篤な御指導を賜った東京工業大学 池辺 洋教授に厚く感謝の意を表するとともに、有益な御助言をいただいた同学 中野和夫、松島皓三両助教授、佐藤三緑博士に深謝致します。

また装置の試作、実験にあたって各種御援助をいただいた同学精密工学研究所、試作工場の職員、池辺研究室のかたがたに厚く御礼を申し上げる。

参 考 文 献

- 1) David Scott : New Hydraulic Transmission Features Exceptional Efficiency and Infinitely variable Ratios, Automotive Industries (March 1, 1957)
- 2) Jean Thoma : Hydrostatic Power Transmission, Trade and Technical Press (England) (1964)
- 3) R. H. MacMillan : The Control of Stepless variable Speed Transmissions in Automobiles and Their Possible Application to Regenerative Systems, Proc. of FISITA Congress Tokyo (1964)
- 4) Rufus Oldenburger (Editor) : Optimal and Self Optimizing Control, The M. I. T. Press, 415/419 (1966)
- 5) 広山・上野・山口 : 油圧駆動車の変速制御, 自動車技術会学会講演会前刷, p. 40 (昭 41-5 月)
- 6) 池辺 洋 : 油圧制御の調速への応用, 日本機械学会誌, 1718/1721 (1968-12 月)
- 7) 池辺 洋, モハメッド・エルアラビ : 原動機の効率を考慮に入れた回転物体の速度制御, 計測と制御, 8-3, 159/165 (1969)
- 8) 池辺 (洋)・稲葉・伊藤・南・山口 : 回転形油圧サーボモータの基礎的研究, 計測自動制御学会論文集, 1-1, 84/92 (1965)