直流サーボモータの摩擦トルク†

服 部 正 行・高 梨 良 一・安 濃 恒 友

山形大学工学部 米沢市城南 4-3-16

(昭和 44 年 9 月 1 日 受付)

On the Friction-Torque of DC Servomotor

Masayuki HATTORI, Ryoichi TAKANASHI and Tsunetomo ANNO

(Faculty of Engineering, Yamagata University, Yonezawa)

(Received September 1, 1969)

Friction-torque characteristics of DC servomotor in the range of lower speed have not been measured because the motor, in this range, could not even sustain rotation, not to speak of rotating with constant speed.

In this report, measuring method of such characteristics using rate feedback and experimental results on conventional motors are described.

Furthermore it is clarified that the friction-torque of the DC motor in the range of lower speed are concerned with not only motor speed but also angular position of rotor of the motor.

1. ま え が き

直流サーボモータは、簡単には線形の 1 次遅れ要素として取り扱われるが、実際にはその特性の中に種々の非線形性が観測されるので非線形要素として取り扱われることも多い。特に速度対摩擦特性に表われる非線形性は顕著であり、位置制御系における定常偏差の原因や、小さな変化速度を有する入力信号に対してジャーキングモーションを発生させる原因となるために、従来からしばしば取り上げられてきている。その代表的な考え方は、モータの静止中は静止摩擦を考え、モータの回転中の摩擦はクーロン摩擦と速度に比例する粘性摩擦の和であるとする考え方である。

しかしながら実際には、一般の直流サーボモータでは、その定格や構造によって程度の差はあるが、回転角速度の小さいところでは、モータを一定速度で回転させることはもちろん、回転を持続させることさえも不可能になる。その結果、低速回転時における摩擦トルク特性を実験的に測定することができず、その部分については種々の推測が行なわれているにすぎない。

たとえば、この測定ができない区間では、モータの起動時と停止時とでそれぞれ異なった摩擦特性を持つ

と推定し、その特性を外そうしているもの¹⁾や、位置制御サーボ機構におけるジャーキングモーションの発生限界を求めるさいに、回転角速度の小さい部分の摩擦トルク特性に近似式を仮定して数値計算を行なっているもの²⁾などをあげることができる。

このように、いずれの場合も低速回転における摩擦特性を推定するにとどまっており、この区間の測定を行なうには低速でもモータの回転が持続するような方法を考える必要がある。

モータの回転の状態を観察してみると、回転角速度を徐々に下げて行き、回転が持続できなくなる直前では、回転角速度に大きな変動を生じることが認められる。この変動は、摩擦トルクが変動することによって生じるものと考えられるので、それを打ち消すような方法をとれば、さらに小さい回転角速度に至るまで回転を持続させることが可能になるものと考えられる。この摩擦トルクの変動を、等価的にはモータの出力軸に付加された外乱と考えるならば、モータに十分大きな速度帰還をかけることにより、その影響を軽減することが可能となる。

このような考え方に基づいて、モータ単体では回転不能となる低速の状態での摩擦トルクを測定し³⁾、この区間の摩擦特性について検討を行なった⁴⁾。その結果、そのような低速の区間では、摩擦は回転角速度の

† 第 20 回計測自動制御学会東北支部研究会で一部発表 (昭 43・5)

関数としてだけではなく、角位置にも関係していることが明らかとなった。

2. 摩擦トルクの測定

2.1 速度帰還がある場合のモータの関係式

直流他励サーボモータを電機子制御で使用する場合近似的に次の2式が成立する。

$$v_a = R_a i_a + K_b \omega \quad (1)$$

$$K_t i_a = J_m \frac{d\omega}{dt} + f \quad (2)$$

ここで、 v_a ：電機子電圧 R_a ：電機子抵抗
 i_a ：電機子電流 K_b ：逆起電力定数
 ω ：回転角速度 K_t ：トルク定数
 J_m ：電機子慣性モーメント
 f ：摩擦トルク

このモータに、Fig. 1 に示すような速度帰還をかけると次式が成立する。

$$\begin{aligned} v_t &= R_a i_a + (K_b + K_\beta) \omega \\ &= R_a i_a + \left(1 + \frac{K_\beta}{K_b}\right) K_b \omega \\ &= R_a i_a + \Gamma K_b \omega \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 v_t ：入力電圧、 K_β ：速度帰還係数
 $\Gamma = 1 + K_\beta / K_b$ (4)

(4)式で $\Gamma = 1$ ($K_\beta = 0$) となるのは速度帰還をかけない場合に相当する。

2.2 実験方法

モータの回転速度を一定とみなすことができる場合は、(2)式で $J_m \frac{d\omega}{dt} = 0$ 、すなわち、 $f \approx K_t i_a$ となるので、モータの電機子電流を測定し、これに K_t を乗じて摩擦トルクとする。

いっぽう、モータの回転速度が時間的に変動する場合には、(2)式で $J_m \frac{d\omega}{dt}$ の項の影響を考慮しなければならない。この場合には Fig. 2 により、 f 、 ω および回転角変位： θ を測定する。

3. 実験結果

実験に使用したサーボモータは、一般に市販されている小形サーボモータのうち、次の2種である。すなわち、T社製、出力8W、電機子電圧26.5V、無負荷回転数15000rpmのもの（以下これをNo.1モータという）およびS社製、出力10W、電機子電圧100V、回転数3500rpmのもの（以下これをNo.2モータという）

Fig. 1 Block diagram of the armature-controlled DC motor with rate feedback

Fig. 2 General arrangement for recording f , ω and θ

(a) $\Gamma = 50$, $\bar{\omega} \approx 2$ [rad/s], (b) $\Gamma = 500$, $\bar{\omega} \approx 2$ [rad/s],
(c) $\Gamma = 2000$, $\bar{\omega} \approx 2$ [rad/s]
Fig. 3 Records of ω and f of No. 1 motor for several values of Γ

である。

No. 1 モータについて、たとえば $\Gamma=50$, 500 および 2000 の場合に、平均回転角速度: $\bar{\omega} \approx 2 \text{ rad/s}$ となるときに測定記録を示せば Fig. 3 のようになる。また、 $\Gamma=100$ で $\bar{\omega} \approx 1 \text{ rad/s}$, 2 rad/s および 4 rad/s の測定記録を示せば Fig. 4 のようになる。

同様に、No. 2 モータについて $\Gamma=10$ および 50 の場合に $\bar{\omega} \approx 1 \text{ rad/s}$ となるときに測定記録は Fig. 5 のようになる。

ここで、回転角速度の平均値と特に表示したのは、モータの回転角速度が小さい場合、その値が時間的に変動するので、その時間平均をとり、従来からの速度対摩擦特性と関連づけて取り扱うことができるようにするためである。

Fig. 3 によれば、モータの 1 回転に要

Fig. 4 Records of ω and f of No. 1 motor for several values of $\bar{\omega}$

Fig. 5 Records of ω and f of No. 2 motor

する時間が同じでも、 Γ の大小によって回転の状態がいちじるしく異なり、それと同時に摩擦の時間的変動の状態も変わっていることが注目される。

これらの実験結果を処理して $\bar{\omega}$ と摩擦トルクの時間平均値: $\bar{f}$ の関係として図示すれば Fig. 6 のようになる。

Fig. 6 において、 $\bar{\omega}$ の小さいところでは Γ の値によって $\bar{f}$ の値が異なっているが、これは回転角速度の変動の違いによるものと考えられる。この点についてさらに検討するために、回転角変位 θ に対する f の変化を測定してみると、 Γ の大小にかかわらず同一の結果となり、その一例 (No. 1 モータについては $\bar{\omega} = 2 \text{ rad/s}$, No. 2 モータについては $\bar{\omega} = 1 \text{ rad/s}$ の場合) を示せば、Fig. 7 のようになる。

Fig. 7 より、摩擦トルクは θ によって変化していることが明らかである。

$\bar{\omega}$ の種々の値に対して、Fig. 7 のように θ に対する f の関係を求め、これをモータの 1 回転にわたって平均した値を $\bar{f}$ とする。すなわち、

$$\bar{f} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\theta \quad (5)$$

ただし、 $\bar{\omega}$ の大きい場合については、

Fig. 6 Relation between $\bar{\omega}$ and $\bar{f}$ for various values of Γ

Fig. 7 Records of θ vs. f of No. 1 and No. 2 motor

Fig. 7 のような測定結果を得ることは困難なので、この場合は (2) 式を用いて $\bar{f}$ を求める。すなわち、

$$\bar{f} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_t i_a d\theta - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J_m \frac{d\omega}{dt} d\theta \quad (6)$$

v_a が一定で、摩擦特性や電機子抵抗の値に時間的漂動がなく、外乱もないものとすれば、(6) 式の右辺の第 2 項は零となる。したがって、

$$\bar{f} = \frac{K_t}{2\pi} \int_0^T i_a \omega dt \quad (7)$$

ここで、 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ 、 T : モータの 1 回転に要する時間

(7) 式は、 $\bar{\omega}$ の小さい場合にも適用できるものであり、これを用いて $\bar{f}$ を計算してみると、 Γ の大小に関係なく、(5) 式の結果を一致することが確かめられた。

このようにして、種々の $\bar{\omega}$ に対して求めた $\bar{f}$ を図示すれば Fig. 8 のようになる。

Fig. 8 の特性は、Fig. 6 における Γ の大きい場合とほとんど同じであることが注目される。

4. 実験結果に対する検討

(1) モータの摩擦トルクが回転子の角位置によって異なるのは、機械的摩擦が位置によって変化すること一因ではあるが、モータによっては、界磁の極数

Fig. 8 Relation between $\bar{\omega}$ and $\bar{f}$

および電機子のスロット数の相互関係によってその間の磁気抵抗が最小となるように働くトルクによる影響が相当に大きく、これが摩擦トルクとして観測されることによるものと考えられる。

このように考えれば、Fig. 3 や Fig. 4 で f がわずかなではあるが負の側に値を取ることも容易に理解される。また、No. 1 モータでは電機子のスロット数が 7、極数が 2 であるが、モータの 1 回転の間に Fig. 7(a) のように f に 14 回の変動を生じており、No. 2 モータでは極数が 2、電機子のスロット数が 13 であるが、この場合は Fig. 7(b) のようにモータの 1 回転の間に、 f に 13 回の変動を生じているなど、極数およびスロット数に関連した回数の変動を生じていることもこれを裏づけている。

なお、 K_t がモータの回転子の角位置によって変化しても、上記と同様の結果を生じることが考えられるが、被測定モータに外部から機械的トルクを加え、 K_t と物理的に等価な逆起電力定数を低回転速度の場合について測定したところ、角位置によってはほとんど変化せず、一定値として取り扱ってさしつかえないことが確かめられている。

(2) Fig. 6 において、 Γ を一定に保った場合、たとえば No. 1 モータでは $0 < \bar{\omega} < 20$ rad/s の範囲で、 $\bar{\omega}$ の増加に対して $\bar{f}$ の減少するような傾向が見られる。これは次のように考えることができる。

$\bar{\omega}$ が小さい部分では、かろうじて回転を継続している状態であるため、摩擦が極大となる角位置を通過する直前では、回転角速度が極度に減少し、逆起電力がほとんど発生しなくなるので、大きな電流が比較的長時間流れ続ける。しかし、いったん位置の摩擦の極大値を乗り越えて角位置が進むと、前とは逆に大きな角速度で位置の摩擦の次の極大値に近づき、電流の少ない期間は短時間で終わる。その結果、 $\bar{f}$ は大きい値を取るようになる。

$\bar{\omega}$ が大きい場合には、 $\bar{\omega}$ のより小さい場合と比較して発生トルクも大きいので、より短い時間で位置の摩

摩擦の極大値を乗り越えるようになる。したがって角速度の低下する（電流の多く流れる）時間は相対的に短くなりモータが 1 回転する間に流れる電流の平均値も小さくなって、あたかも摩擦が減少するような結果を呈するものと考えられる。Fig. 4 をみれば、上述の考察の妥当であることが理解される。

Fig. 8 の特性は、Fig. 6 における Γ の大きい場合の特性と類似の傾向を示している。 Γ が大きいほど、 ω の時間的変動は小さくおさえられ、 ω に時間的変動がない場合には $\bar{f} = \bar{f}$ となるから、この結果は妥当なものであることがわかる。Fig. 8 に示す特性は、位置によって変化する摩擦の影響を Fig. 6 の特性から分離し、摩擦トルクを回転角速度の成分だけによって表わしたものとみることができる。

(3) Fig. 7 のような位置によって変化する摩擦を考えると、この摩擦と、起動または停止する前後におけるモータの動作との関係を次のように説明することができる。

Fig. 9 Records of v_i and ω of No. 1 motor

Fig. 9 は、No. 1 モータについて、 v_i を徐々に上下させた場合の回転角速度の変化を記録したものである。モータが起動するには、その発生トルクが、位置によって変化する摩擦トルクの極大値より大きくなる必要がある。このときの v_i の値を v_1 とすると、 $v_i = v_1$ に保持しても、ひとたび位置の摩擦の極大値を乗り越えると摩擦トルクは逆に減少するので、モータは運動エネルギーを付与されることになる。この運動エネルギーは、位置の摩擦の次の極大値を乗り越えるのに利用されるので、発生トルクの大部分は、モータを平均回転角速度 ω_1 で回転させるために費やされる。次に回転角速度を徐々に下げて、 $\omega = \omega_0$ に達すると、このときのモータの発生トルクは小さく、この値に、モータが回転することによって付与された運動エネルギーによるトルクを加えても、その合計が摩擦の極大値を乗り越えるのに要する値以下となり、モータは停止することになる。このときの v_i の値を v_0 とすれば、一般に $v_0 < v_1$ 、 $\omega_0 < \omega_1$ となるのは上述のように説明することができる。

(4) No. 1 モータと No. 2 モータの特性は、全体的にみれば類似の傾向を示しているが、部分的には違

いも認められる。Fig. 6 において、モータ単体では回転を持続できないような ω の小さいところでは、 ω の同じ値に対し、No. 1 モータでは Γ の大小により $\bar{f}$ の値に大きな差異があり、No. 2 モータではその差異はわずかである。この違いは、位置によって変化する摩擦の大小によるものと考えられ、摩擦の変化分が大きいほど ω 対 $\bar{f}$ 特性の Γ の大小による差異が大きくなる。このことは、Fig. 3 と Fig. 5 あるいは、Fig. 7 の (a) と (b) を比較してみれば明らかであり、電機子のスロット数に相当するものがないために位置によって変化する摩擦のはるかに小さいプリントモータで実験を行なってみたところ、上記の考えの妥当性が裏づけられた。

5. あとがき

従来、モータ単体では回転を持続することのできないような小さな回転角速度における摩擦特性は測定されておらず、単に推定するにとどまっていた。これを解決するため、モータに十分な大きさの速度帰還をかけ、低速でもモータが回転を持続できるようにし、摩擦の測定を行なった。

その結果、回転角速度 ω の小さいところでは、従来から考えられてきたように ω の関数としてだけではなく、回転子の角位置にも関係するものと考えなければならないことが明らかとなった。

このような角位置によって変化する摩擦を考慮に入れば、 ω の小さいところで、 ω の増加に対して摩擦トルクが減少するような傾向を示すことや、モータの起動時と停止時とでは電機子電圧が異なった値を取ることなどを明確に説明することができる。

低速回転時における摩擦特性を知ることは、サーボモータの製作・試験・選定などや、サーボモータを含む制御系の計画・解析などに役立つものと考えられる。

また、本論文で提案した測定方法は、これまでほとんど測定することができなかった低速時における一般的な摩擦の測定にも応用し得るものと考えられる。

最後に、日ごろから実験に御協力いただいている本学技官斎藤周次氏ならびに井上文男氏に感謝の意を表す。

参考文献

- 1) B. D. Weathers: Analysis and Design of a Servomechanism Using Duration-Quantized Pulse to Drive a D.C. Motor in the Presence of Nonlinear Friction, Ph. D. Thesis, p. 17, Kansas State Univ. (1964)
- 2) 鈴木・三浦: サーボ機構における Jerking Motion の計算, 電学誌, 87-11, 2261/2268 (昭 42)
- 3) 服部・高梨・安濃: 直流サーボモータの低速回転における摩擦トルクの測定, 計測自動制御学会東北支部第 20 会研究集会資料, 1/14 (昭 43)
- 4) 服部・高梨・安濃: 直流サーボモータの回転角度による摩擦トルクの変動について, 電気関係学会東北支部連合大会講演予稿集, p. 121 (昭 43)