絞り機構による気体流量計†

芝 亀 吉・北 村 仁 一

東洋大学工学部 川越市鯨井中野台 2100

(昭和46年1月18日 受付)

Gasflowmeter with Throttling Device

Kamekichi SHIBA and Jinichi KITAMURA

(Faculty of Engineering, Toyo University, Kawagoe)

(Received January 18, 1971)

The gasflowmeter with throttling device is theoretically based upon Bernoulli's theorem. This flowmeter enables us not only to know the volume flow rate of gas by measuring temperature difference between two cross sections, but also to know the mass flow rate of gas by measuring pressure difference and temperature difference.

The apparatus used in the experiments is a Venturi tube with ratio 0.071 in area and with convergence angle of 20 degrees and divergence angle of 8.4 degrees. The experimental results, in the region of Reynolds number $2.5 \times 10^3 \sim 19.2 \times 10^3$, show that the discharge coefficient for volume flow rate is 1.4×2.1 and the discharge coefficient for mass flow rate is $0.08 \sim 0.12$.

1. は し が き

絞り機構による流量計は、差圧式流量計として液体の流量測定によく用いられ、ときには気体の流量測定にも利用されている。しかし、気体流量が測定される絞り機構による流量計は、差圧式にかざられているのではなく、温度差式のものも考えられる。

気体の密度を ρ 、体積流量を Q とすると、絞り機構の流量計で直接に得られる量は、温度差式ならば Q であり、差圧式ならば ρQ^2 である。それで、温度差と差圧とを測定する方式の温度差差圧式とすると、直接に気体の質量流量 ρQ が得られる。

気体については、質量流量 ρQ が知られて始めて流量が完全に知られたことになる。

ここでは、絞り機構として Venturi 管を使用した流量計で実験を行なうが、オリフィス、ノズルなどでも同様である。

2. 測 定 原 理

絞り機構による気体流量計の測定原理は、連続方程式と Bernoulli の定理とを基礎としている。したが

って完全流体の定常流であることを仮定している。

2.1 気体についての連続方程式と Bernoulli の定理

細い流管を考え、2 直断面を A, B とする (Fig. 1

Fig. 1 Two cross sections of a stream tube

参照)。流体の密度を ρ 、流管の直断面積を s 、速度を v とし、両断面 A, B における量にはそれぞれ添字 A, B をつけることにする。連続方程式は、質量保存の法則を表わす式であって、この細い流管については、

$$\rho s v = \text{const.} \quad (\rho_A s_A v_A = \rho_B s_B v_B) \quad (1)$$

である。

Bernoulli の定理は、完全流体にエネルギー保存の法則を適用することによって誘導される。

両直断面 A, B の間にある気体にエネルギー保存の法則を適用する。この部分の気体のエネルギーの微小時間 dt 内の増加は、その間に他から加えられたエネルギーに等しい。この部分の気体は dt 時間後には断面 A', B' の間に移動しているとする。その中で、A', B' の部分は時間 dt の前後に同じ状態の気体が存在している

† 第 31 回応用物理学会学術講演会で発表 (昭 45・10)

ので、 dt 時間内のエネルギーの増加は、 B, B' と A, A' との両気体部分のエネルギーの差に等しい。この两部分の質量は等しく、

$$\rho_A s_A v_A dt = \rho_B s_B v_B dt = \rho s v dt$$

である。この両気体部分のエネルギーの差は、

$$\text{運動エネルギーの差} : \frac{1}{2} \rho_B s_B v_B^3 dt - \frac{1}{2} \rho_A s_A v_A^3 dt$$

$$\text{位置エネルギーの差} : gh_B \rho_B s_B v_B dt - gh_A \rho_A s_A v_A dt$$

$$\text{内部エネルギーの差} : \rho s v dt c_v (T_B - T_A)$$

の3者の和で与えられる。 h は高さ、 T は Kelvin 温度、 c_v は気体の定積比熱である。それで dt 時間内の気体のエネルギーの増加は、

$$\rho s v dt \left\{ \frac{1}{2} (v_B^2 - v_A^2) + g(h_B - h_A) + c_v (T_B - T_A) \right\} \quad (2)$$

で与えられる。

他方、ほかから加えられるエネルギーは、仕事と熱である。完全流体であるから、管壁のおよぼす力は流れの方向に垂直であり、その仕事は零である。それで、仕事は両断面 A, B における圧力による力のする仕事だけであり、ほかからの熱（管壁および両断面 A, B からの）を Hdt とすると、ほかから加えられたエネルギーは、

$$p_A s_A v_A dt - p_B s_B v_B dt + Hdt \quad (3)$$

である。この(2)と(3)式とが互いに等しい。これを等しいと置いた方程式を $\rho s v dt$ で割って整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v_B^2 + gh_B + c_v T_B + \frac{p_B}{\rho_B} \\ = \frac{1}{2} v_A^2 + gh_A + c_v T_A + \frac{p_A}{\rho} + \frac{H}{\rho s v} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。これが気体についての一般的な Bernoulli の定理を表わす式である。ただし、これは完全流体とみられる気体の定常流についての式である。

気体は分子量が G の理想気体であるとする。このときは、

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{G} T \quad \text{すなわち、} \quad \frac{p_A}{\rho_A} = \frac{R}{G} T_A, \quad \frac{p_B}{\rho_B} = \frac{R}{G} T_B \quad (5)$$

の関係がある (R は普遍気体定数である)。また、定積モル比熱、定圧モル比熱をそれぞれ C_v, C_p とし、定圧比熱を c_p とすると、

$$c_v + \frac{R}{G} = \frac{G c_v + R}{G} = \frac{C_v + R}{G} = \frac{C_p}{G} = c_p \quad (6)$$

の関係がある。(5)式を(4)式に代入すると、

$$\frac{1}{2} v_B^2 + gh_B + c_p T_B = \frac{1}{2} v_A^2 + gh_A + c_p T_A + \frac{H}{\rho s v} \quad (7)$$

となる。この(7)式は、気体が理想気体とみられること、完全流体とみられること、流れが定常流であることの3条件以外には、なんの条件もなく成り立つ。なお、時間 dt 内に加えられる熱量 Hdt は、 A, B の間の管壁の各部分および両断面 A, B における熱の出入の代数和としての流入熱量である。

$H/\rho s v$ が無視されるとする（すなわち断熱とする）。また、水平位置にあるとするので、 $h_B = h_A$ である。この場合には、(7)式は、

$$\frac{1}{2} (v_B^2 - v_A^2) = c_p (T_A - T_B) \quad (8)$$

となる。この式には、(7)式についての3条件のうへに流管が水平であること、および断熱の2条件が必要である。

2.2 温度差式流量計の測定原理

連続方程式(1)により、

$$v_B = \frac{\rho s v}{\rho_B s_B}, \quad v_A = \frac{\rho s v}{\rho_A s_A}$$

であるから、(8)式は、

$$\frac{1}{2} \rho^2 s^2 v^2 \left\{ \frac{1}{(\rho_B s_B)^2} - \frac{1}{(\rho_A s_A)^2} \right\} = c_p (T_A - T_B)$$

となる。 $\rho Q = \rho s v$ が質量流量であるので上式から、

$$\begin{aligned} \rho s v &= \sqrt{\frac{2c_p (T_A - T_B)}{\frac{1}{(\rho_B s_B)^2} - \frac{1}{(\rho_A s_A)^2}}} \\ &= \frac{\sqrt{2c_p}}{\sqrt{\frac{1}{(\rho_B s_B)^2} - \frac{1}{(\rho_A s_A)^2}}} \sqrt{T_A - T_B} \end{aligned} \quad (9)$$

が得られる。(1)式を利用すると、(9)式は、

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\sqrt{2c_p}}{\sqrt{\frac{\rho_A^2}{\rho_B^2 s_B^2} - \frac{1}{s_A^2}}} \sqrt{T_A - T_B} \\ &= \frac{\sqrt{2c_p}}{\sqrt{\frac{1}{s_B^2} - \frac{\rho_B^2}{\rho_A^2 s_A^2}}} \sqrt{T_A - T_B} \end{aligned} \quad (10)$$

が得られ、 ρ_A, ρ_B, T_A, T_B の測定によって気体の体積流量が知られる。さらに、(5)式を利用すると、(9)式は、

$$\rho s v = \frac{G}{R} \sqrt{\frac{2c_p}{\frac{T_B^2}{(s_B p_B)^2} - \frac{T_A^2}{(s_A p_A)^2}}} \sqrt{T_A - T_B} \quad (11)$$

と書くことができる。これは、 T_A, T_B, p_A, p_B の測定によって気体の流量が知られることを示している。ただし、実際の気体は完全流体でないために、補正として(11)式の右辺に係数（いわゆる流量係数） γ を掛けることが必要である。

以上は、 $H/\rho s v$ の無視されるという意味で断熱であることを条件としているが、可逆変化であることは条

件の中にはいない。したがって理想気体の断熱可逆変化について証明される Poisson の法則,

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const.} \quad (12)$$

が成り立つ場合に限定されているのではない。 κ は両比熱の比である。

気体の密度の変化が少なく、 ρ が一定とみられるとする。すなわち、 $\rho = \rho_B = \rho_A$ とする。このときには(10)式は,

$$sv = Q = K\sqrt{c_p} \sqrt{T_A - T_B} \quad (13)$$

となる。ここに、 K は装置によって定まっている定数であって,

$$K = \sqrt{\frac{2s_B^2 s_A^2}{s_A^2 - s_B^2}} \quad (14)$$

で与えられる。

(13)式に流量係数 α を導入した,

$$Q = \alpha K \sqrt{c_p} \sqrt{T_A - T_B} \quad (15)$$

が温度差式絞り流量計の測定原理を表わしている。

2.3 差圧式絞り流量計の測定原理

(5)式によって,

$$T_A - T_B = \frac{G}{R} \left(\frac{p_A}{\rho_A} - \frac{p_B}{\rho_B} \right) \quad (16)$$

であることが知られる。さらに、 $\rho = \rho_A = \rho_B$ とみられるとすると、(13)式は,

$$\begin{aligned} \rho Q^2 &= K^2 \frac{G}{R} \cdot c_p (p_A - p_B) = K^2 \frac{C_p}{R} (p_A - p_B) \\ &= K^2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} (p_A - p_B) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。この(17)式は差圧 $p_A - p_B$ の測定によって流量が知られることを示している。

(17)式は、気体が理想気体でしかも完全流体であるという仮定を基として導かれた式である。しかし、実際の気体はこれらの仮定を満たしていないであろう。そのときには、(17)式の右辺に流量係数 β の2乗をかけて,

$$\rho Q^2 = \beta^2 K^2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} (p_A - p_B) \quad (18)$$

とすべきである。この(18)式が差圧式絞り流量計の測定原理を表わす式である。

(18)式を導くのに、断熱であることは仮定しているが、可逆変化であることを仮定してはいない。

2.4 温度差差圧式絞り流量計の測定原理

気体の密度が温度、圧力によって著しく変わるので、質量流量が知られて初めて気体の流量が完全に知られたことになる。それで、上記の温度差式にしても差圧式にしても密度 ρ が知られているとして、流量が知られるのである。

温度差と差圧とを測定すると、(15)と(18)式との組み合わせで,

$$\rho Q = \frac{\beta^2 K}{\alpha} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_A - p_B}{\sqrt{c_p} \sqrt{T_A - T_B}} \quad (19)$$

が得られ、質量流量 ρQ が知られる。この場合には、 $c = \beta^2 / \alpha$ を流量係数とすることができる。すなわち,

$$\rho Q = c K \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_A - p_B}{\sqrt{c_p} \sqrt{T_A - T_B}} \quad (20)$$

である。 K は装置による定数 κ, c_p は気体の種類による定数である。(20)式は、温度差 $T_A - T_B$ と、差圧 $p_A - p_B$ との測定によって気体の質量流量が知られることを示している。

α, β は気体が完全流体とみられないために必要となった流量係数である。粘性のために、熱の発生と圧力の損失とがある。 $s_A > s_B$ であるときには、熱の発生があると完全流体のときより温度差が小さくなり、圧力の損失があると完全流体のときより差圧が大きくなる。この場合には,

$$\alpha > 1, \beta < 1$$

である。したがって,

$$c < 1 \quad (21)$$

である。

3. 実 験

絞り機構としては、円錐形 Venturi 管を使用する。差圧式 Venturi 管流量計で気体の流量を測定することは、従来も行なわれているので実験の主要目的を、

i) 温度差式流量計で気体の流量が測定できるかどうか。

ii) 温度差-差圧式流量計で気体の質量流量が知られるかどうか。

を検討することに置いた。

3.1 試作流量計

最初の試作流量計は、Fig. 2 に示されているよう

Fig. 2 First trial flowmeter

に断面 A, B に両接合部を置いた熱電対で温度差を測定するようにした。熱電対の両接合部の間は Venturi 管の外に出ている。この試作流量計では、流量と温度差の関係が明らかでないことが実験の結果として認められた。

これは、管壁および外部の影響が著しいためである

と考える。このような欠点を除去するために、Venturi 管の管軸に熱電対を設置し、両接合部がそれぞれ断面 A, B にあるようにした。また、断面 A, B に圧力取出口を設け差圧が測られるようにした。Fig. 3

Fig. 3 Developed trial flowmeter

は試作流量計の構造の概略を示す図であり、主要寸法は断面 A の内径 $D_A=30.0$ mm, 断面 B の内径 $D_B=8.0$ mm, 流入円錐の半頂角 $\theta_A=10^\circ$, 流出円錐の半頂角 $\theta_0=4.2^\circ$, 圧力取出口の内径 1 mm, 圧力取出口の位置 (A), (B) はそれぞれ流入円錐の底面から管軸に沿って $l_A=8$ mm, $l_B=64.5$ mm である。Venturi 管の形状は、差圧式の通常のものと同じである。使用した熱電対は、線径が 0.2 mm のものを 3 対で、1 μ V あたり 0.005 36 deg の温度差を示す。

3.2 実験方法

上記の構造の試作流量計を Fig. 4 に示したように

Fig. 4 Piping for experiments

連結し、タンクへ水を定常に流入させる。このとき水は同体積の測定しようとする気体と入れ換わるので、タンクに一定量の水が流入する時間を測定し、実験的な体積流量（実測体積流量）を求める。断面 A, B における温度差 T_A-T_B の測定によって理論的に (15) 式で定められる体積流量と、上述の実測体積流量との関係を調べる。さらに、断面 A で気体の湿度、温度、圧力を測定すれば、気体の密度が定まるので質量流量（実測質量流量）が知られる。断面 A, B における差圧 p_A-p_B , 温度差 T_A-T_B の測定によって理論的に (20) 式で定められる質量流量と上述の実測質量流量との関係を調べる。

4. 実験結果

測定を行なった気体は空気である。Fig. 5 は実測体積流量と温度差との関係を表わす。体積流量の測定

Fig. 5 ΔT vs. experimental volumetric flow-rate Q_{ex}

範囲は 864 から 6 800 cm^3/s , Reynolds 数の範囲は 2.5×10^3 から 19.2×10^3 であり、このとき、実際に生じた温度差は -0.177 から $+0.884$ deg であった。なお、体積流量が零のとき、温度差は -0.214 deg を示した。理論的には流量が零のとき温度差が零であるはずであるが、Fig. 5 では体積流量と温度の関係は明らかに対応している。これは、理論で仮定している断熱であるという条件が実験では完全に満たされていない原因であろうと考えられる。それで、温度差の零点を -0.214 deg に移して理論的な計算を行なってみる。まず、実測体積流量 Q_{ex} と理論体積流量 Q_{th} との比較を Fig. 6 に示す。 Q_{ex} と Q_{th} とは等

Fig. 6 Q_{ex} vs. theoretical volumetric flow-rate Q_{th} calculated by eq. (13)

しくないが、その関係はだいたい 1 本の曲線で表わされる。絞り機構による流量計は Bernoulli の定理を基としているが、完全流体であることなど理論の基礎となっている仮定が実際には満たされていないので、差圧式の場合にも流量係数を導入して補正している。温度差式の場合にも、同様の考えにより、流量係数を導入する。実験体積流量と理論体積流量との比を、流量係数 α とする。体積流量が増加するに従って流量係数 α は 1.41 から 2.04 まで増加する。 α が 1 に等しくないのは、空気が完全流体でないことのほか、体積流量が大きくなると熱の伝導が大きくなり、温度差 T_A-T_B が小さくなることなど理論を樹立するとき仮定した条件が満たされていないためである。

Fig. 7 Q_{ex} vs. theoretical [volumetric flow-rate] Q_{th} calculated eq. (17)

つぎに、差圧式流量計として、実験結果を考慮する。理論式(18)に、温度および圧力の実測値によって得られた空気密度と差圧を代入して求められる理論体積流量 Q_{th} と実測体積流量の比較を Fig. 7 に示す。このときの流量係数 β は上述の流量範囲で 0.41 ± 0.005 である。

最後に、実測質量流量 ρQ_{ex} と理論質量流量 ρQ_{th} の比較を Fig. 8 に示す。このとき、実測質量流量の範囲は 1.02 から 8.16 g/s、差圧は 2.4 から 1333.3

Fig. 8 ρQ_{ex} vs. theoretical mass flow-rate ρQ_{th} calculated by eq. (19)

cmH₂O の範囲であった。この場合の流量係数 c は実測質量流量と理論質量流量との比であり、質量流量が増加するに従って 0.117 から 0.084 まで減少する。

以上のような結果から、温度差式流量計、温度差-差圧式流量計のいずれも、あらかじめ流量計を校正して、おのおの流量係数を定めておけば気体の体積流量 Q は温度差 $T_A - T_B$ の測定によって知られ、気体の質量流量 ρQ は温度差 $T_A - T_B$ と差圧 $p_A - p_B$ との測定によって知られることが認められた。

なお、各流量係数 α, β, c は、理論で知られるように $c = \beta^2 / \alpha$ の関係を満足している。

5. 結果および考察

上述の実験の結果によると、温度差式でも温度差-差圧式でも気体の流量を測定することはできるが、あまり精度がよくない。温度差式、あるいは温度差-差

圧式流量計での測定にさいして、測定精度を高めるためには一定流量にたいして断面 A, B での温度差を十分に大きく得られることが望ましい。それには断面 A, B の面積比 s_B/s_A を小さくするか、または一定温度差にたいする熱電対の出力を増加させるなどの方法が考えられる。

試作流量計では面積比 s_B/s_A を 0.071 としている。これは Venturi 管としてはかなり小さい値であり、そのために差圧式の流量係数 β が 0.41 ± 0.005 と小さくなっている。さらに、面積比の大きさによってその流量計での流量測定の上限が定められるであろう。すなわち、流量が増大すると断面 A, B での密度が一定であると考えられなくなる。この実験では、最大流量 6800 cm³/s に対して断面 A, B での密度変化の割合は $\pm 6\%$ 程度である。

つぎに、理論を導びく過程で断熱であることを仮定しているが、実験結果 Fig. 5 によるとこの条件は完全には満たされていない。そこで、さらに断熱性を良くして実験を行なったところ、Fig. 5 に示された実験曲線と同様の曲線にただ横軸の正の方向に 0.0536 deg だけ全体に平行移動している結果を得た。このことは管壁および断面 A, B からの熱の出入が小さければ理論(15), (18), (20)式を近似的に使用してもよいことを示していると考えられる。

また、測定原理で予測されたように各流量係数 α, β, c は以下のように大小関係を満足している。

$$1 < \alpha \quad (=1.41 \sim 2.04)$$

$$1 > \beta \quad (=0.41 \pm 0.005)$$

$$1 > c \quad (=0.084 \sim 0.117)$$

しかし、各流量係数はいずれも 1 よりかなり離れている。すべての流量係数を 1 に近づけるためには、絞り機構、温度差取出口の位置、温度差測定機器の改良を必要とするであろうし、流量係数 α, c の変化を少なくするためには断熱性をさらによくするように考慮しなければならない。

6. 結 論

従来の圧力差測定方式の絞り気体流量計と異なって温度差測定方式によっても体積流量が知られることがわかり、さらに圧力差測定を付加することで質量流量が知られることがわかった。被測定流体と周囲の温度を一定に保つことができれば再現性はかなり良い。

ただし、これまでの圧力差測定方式による流量係数 β は、流量が変わってもほぼ一定に保たれるが、温度差測定方式による流量係数 α は流量によってかなり変化し、したがって流量係数 c も変化するので、さらに装置の改良が必要である。また、利点と考えられることはこれまでの圧力差測定方式のものより電流量に変換することが容易な点である。