直流サーボモータのアナログシミュレーション†

——角位置によって変動する摩擦を考慮した場合——

高 梨 良 一・服 部 正 行・安 濃 恒 友

山形大学工学部 米沢市城南 4-3-16

(昭和 46 年 3 月 1 日 受付)

Analog Simulation of DC Servomotor

——Case of Considering the Friction Varied with Angular Position——

Ryoichi TAKANASHI, Masayuki HATTORI and Tsunetomo ANNO

(Faculty of Engineering, Yamagata University, Yonezawa)

(Received March 1, 1971)

In general, the movement of DC servomotor in the range of lower speed is affected remarkably by the friction varied with angular position. By considering such friction, therefore, a new method of analog simulation, which is to simulate more exactly characteristics of the DC servomotor in the lower speed, may be obtained.

In this paper, on the basis of the above consideration, a method of analog simulation for DC servomotor in which the friction torque is dealt with as the sum of the angular velocity component and the angular position component is described.

Furthermore a comparison of the results of measurement and simulation for a servomotor is made. The various characteristics obtained from the measurement and the simulation give close agreement. The cause of the small difference between the results of the measurement and the simulation is briefly discussed.

1. ま え が き

シミュレーションを行なう場合、その対象となる現象や特性をどのような形ではあくするかによって、シミュレーションの仕方が種々に別れてくる。このことは、直流サーボモータをシミュレーションする場合においても例外ではなく、特に摩擦特性の扱い方において顕著である。

たとえば、モータの回転角速度 ω がある値になるまでは静止摩擦に等しい大きさのクーロン摩擦が存在し、 ω がその値より大きくなると急に減少するという考え方¹⁾や、 ω が小さいところでは ω が増加するときと減少するときとはクーロン摩擦が異なった値を取るという考え方^{1), 2)}、あるいは、 ω の小さいところでは

ω の増加に対して摩擦が減少するという、いわゆる負傾斜を持つという考え方³⁾に基づくシミュレーションなど、種々の例をあげることができる。

このように摩擦特性の扱い方が別れるのは、 ω の小さいところではモータが回転を持続することができなくなるため、その部分における摩擦特性を測定することができなかったことにその原因がある。したがって、これらのシミュレーションにおいては、もとの特性や現象を再現しているとはいえない点も指摘される。

これに対して筆者らは、速度帰還を用いることにより、モータ単位では回転を持続できないような ω の小さいところにおける摩擦トルクを測定し、 ω だけではなく角位置にも関係するものであることを明らかにした⁴⁾が、この結果に基づき、シミュレーションにおいても角位置による摩擦を考慮すれば、従来のシミュレーションの方法では表現しえない特性についてもそれ

† 第 27 回計測自動制御学会東北支部研究集会で一部発表 (昭 44-12)

を得ることができるものと考え、実際にシミュレーションを行なった^{5),6)}。

シミュレーションの結果は、電機子電圧-回転角速度特性や回転角速度-摩擦トルク特性にあらわれる非線形性など、実際に観測される傾向をよく表わしており、満足し得るものではないかと考えられる。

2. 直流サーボモータのシミュレーション

2.1 直流他励サーボモータのブロック線図

直流他励サーボモータを電機子制御で使用する場合、一般に次の 2 式が成立する。

$$v_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_b \omega \quad (1)$$

$$K_t i_a = J_m \frac{d\omega}{dt} + f \quad (2)$$

ここで、 v_a ：電機子電圧、 i_a ：電機子電流、 L_a ：電機子インダクタンス、 R_a ：電機子抵抗、 ω ：回転角速度、 K_b ：逆起電力定数、 K_t ：トルク定数、 J_m ：電機子慣性モーメント、 f ：摩擦トルク。

モータが低速で回転するとき、(2) 式の f は ω と角変位 θ の両者の関数と考えられる⁴⁾。本研究では、この f を ω によって変化する成分 $f_1(\omega)$ と θ によって変化する成分 $f_2(\theta)$ の和と考えて取り扱うことにする。すなわち、

$$f = f_1(\omega) + f_2(\theta) \quad (3)$$

(1)、(2) および (3) 式から Fig. 1 のブロック線図ができる。

Fig. 1 Block diagram of the armature-controlled DC servomotor

2.2 速度帰還のある直流サーボモータ

直流サーボモータに速度帰還をかける場合は Fig. 2 のような構成となる。

Fig. 2 General arrangement for applying rate feedback to DC servomotor

ここで、 v_i ：入力電圧、 K_A ：駆動増幅器の利得、 K_B ：帰還量調整器の利得、 K_G ：タコジェネレータの

電圧発生係数、 v_0 ：駆動増幅器の無負荷出力電圧、 R_0 ：駆動増幅器の出力抵抗、とすると、次の 2 式が成立する。

$$v_0 = K_A(v_i - K_B K_G \omega) \quad (4)$$

$$v_a = v_0 - R_0 i_a \quad (5)$$

したがって、(4) 式および (5) 式と、Fig. 2 とから、ブロック線図は Fig. 3 のようになる。

Fig. 3 Block diagram of DC servomotor with rate feedback

2.3 $f_1(\omega)$ および $f_2(\theta)$ のアナログシミュレーション

Fig. 1 および Fig. 3 のブロック線図に基づいてアナログシミュレーションを行なうには、Fig. 1 の $f_1(\omega)$ および $f_2(\theta)$ をどのように構成するかが問題となる。次にそれらについて簡単に述べる。

a) $f_1(\omega)$ の構成 $f_1(\omega)$ は Fig. 4 の実線のような特性となるが、これを点線のように近似し、Fig. 5 のように構成した。

Fig. 4 $f_1(\omega)$ vs. ω characteristic (solid line) and its approximation for analog simulation (dotted line)

Fig. 5 Set up diagram for generating $f_1(\omega)$

ω と $f_1(\omega)$ の関係式は、Fig. 4 から次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \omega \leq -\omega_d \text{ のとき} \\ f_1(\omega) &= (b_1 - b_2)\omega - b_2\omega_d - f_c \\ -\omega_d \leq \omega \leq \omega_d \text{ のとき} \\ f_1(\omega) &= b_1\omega + f_c \frac{\omega}{|\omega|} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$\omega_d \leq \omega$ のとき

$$f_1(\omega) = (b_1 - b_2)\omega + b_1\omega_d + f_c$$

ここで、

$$b_1 = \frac{f_d - f_c}{\omega_d}$$

$$b_2 = \frac{(f_d - f_c)\omega_e/\omega_d + f_c - f_e}{\omega_e - \omega_d}$$

b) $f_2(\theta)$ の構成 $f_2(\theta)$ は Fig. 6 に実線で示すように位置によって増減し、この変動はモータの 1 回転中にその構造によって定まる回数だけ観測される。また $f_2(\theta)$ のピーク-ピーク値も位置によって変化し一定ではない。

Fig. 6 Waveform of $f_2(\theta)$ (solid line) and its approximation for analog simulation (dotted line)

このような特性を示す $f_2(\theta)$ をそのままシミュレーションすることは困難なので、簡単のためにまず Fig. 6 の点線のように実測波形を三角波で近似し、次にそれらの三角波のピーク-ピーク値 $f_2(\theta)_{pp}$ の平均値の二分の一の値 F_{ap} を求め、この F_{ap} を折線近似関数発生器に設定する三角波の振幅とした。また、Fig. 6 の θ_p はモータの 1 回転中に $f_2(\theta)$ が n 回の増減を示すとき、 $\theta_p = 2\pi/n$ となるように定めるものとした。

Fig. 7 Set up diagram for generating $f_2(\theta)$

Fig. 8 Set up diagram for saw-tooth wave generator

Fig. 7 は $f_2(\theta)$ を発生させるための接続で、この中のこぎり波発生器は Fig. 8 に示すような構成となっている。Fig. 8 で SC はシュミット回路であり、SC₊ は $g(\theta) = \theta_p/2$ のときに動作し、SC₋ は $g(\theta) = -\theta_p/2$ のときに動作するように設定されている。SC の出力は微分回路 DIF を通してパルス電圧とし、単安定マルチバイブレータ MM に加えられる。MM の出力は振幅が A で τ 秒間持続し、積分器を経てその出力 $CA\tau$ が、 $|\theta_p|$ よりわずかに小さくなるようにポテ

Fig. 9 Behaviour of generator for $f_2(\theta)$ (ref. Fig. 7 and Fig. 8)

ンシヨメータCが調整されている。Fig. 9 は以上の説明を図示したもので、Fig. 7 および Fig. 8 の各部の動作波形を表わしている。なお、Fig. 7 のフィルタは、角位置が θ_p 変化することに折線近似関数発生器の出力側に生じるインパルス状のノイズを除去するためのものである。

3. シミュレーションの実施例

3.1 供試サーボモータの諸定数

本研究で使用したサーボモータは、市販のT社製出力 8 W、電機子電圧 26.5 V、無負荷回転数 15 000 rpm のものである。

シミュレーションのさいに必要となる諸定数は実験の結果、以下ようになった。

$$\begin{aligned} K_t &= 1.53 \times 10^3 \text{ g-cm/A} & K_p &= 1.50 \times 10^{-2} \text{ V/rad/s} \\ J_m &= 2.76 \times 10^{-2} \text{ g-cm-s}^2 & R_a &= 5.81 \Omega \\ K_G &= 6.85 \times 10^{-2} \text{ V/rad/s} & K_A &= 20 \\ K_B &= 0 \sim 2.18 & R_0 &= 6.30 \times 10^{-1} \Omega \end{aligned}$$

ただし、 R_a の値は直流サーボモータの電機子抵抗 5.31 Ω と、電機子回路に直列にそう入した i_a 測定用の抵抗 0.50 Ω とを加算したものである。

なお、 K_t や R_a の値の角位置による変化や、 R_a の値の電機子電流による変化も厳密には考える必要があるが、実際に測定したところでは一定値として取り扱って差しつかえないと考えられる程度の変化しか認められなかった。

また、電機子インダクタンスは約 1.5 mH であったが、このシミュレーションの目的とする速度の領域においては、その影響がほとんど現われてこないので省略している。

次に折線近似に必要なデータとして、 $f_1(\omega)$ については、Fig. 4 の $f_c = 50 \text{ g-cm}$ 、 $f_d = 77 \text{ g-cm}$ 、 $f_e = 100 \text{ g-cm}$ 、 $\omega_d = 50 \text{ rad/s}$ 、 $\omega_e = 240 \text{ rad/s}$ であり、 $f_2(\theta)$ に

Fig. 10 Set up diagram for DC servomotor

については, $F_{ap}=68 \text{ g-cm}$, $\theta_p=2\pi/14$ である。

以上の値を用いて, v_a の最大値 10 V , ω の最大値 500 rad/s と考えた場合のアナログシミュレーションの接続図は Fig. 10 のようになる。

3.2 速度帰還のない場合

Fig. 11 は v_i を三角波状に変化させたときの ω の応答速度の様子を示したものであり, Fig. 12 は v_a の階段状の変化に対する ω の応答を示したものである。

Fig. 11 Records of v_i and ω of DC servomotor and its simulation Fig. 12 Records of stepresponse of DC servomotor and its simulation
(a) $v_a=6 \text{ V}$ (b) $v_a=9 \text{ V}$ Fig. 13 Relation between v_a and $\bar{\omega}$

Fig. 11 においてはモータが回転しはじめる電圧と停止するときの電圧に差が認められるが, この点に注意して v_a と平均回転角速度 $\bar{\omega}$ の関係を測定すれば Fig. 13 のようになる。ここで, ω の平均値と特に表示したのは, モータの回転角速度が小さい場合, その値は v_a が一定でも時々刻々大きな変動を示すので, その時間平均値を取ることにより, 速度変動のない場合と関連づけて取り扱うようにするためである。

3.3 速度帰還のある場合

モータ単体では回転を持続できないような低い回転速度において, その動作をしらべようとする場合には速度帰還をかける必要がある。実測やシミュレーションに当たり, この速度帰還の大きさを表わす量として, (7) 式に示すような Γ を用いた。

$$\Gamma = 1 + \frac{K_A K_B K_G}{K_b} \quad (7)$$

(7) 式で, $K_B=0$ のとき $\Gamma=1$ となり, これが速度帰還のない場合に相当している。

Fig. 14 は $\Gamma=200$ とし, v_i を三角波状に変化させた場合の ω の変動の様子を記録したものである。

さらに, Fig. 15 は ω の変動が f の変動によるものであることを明確にするために, $\Gamma=200$ で $v_i=0.45 \text{ V}$ の直流電圧を加えた場合の ω と f の時間的変動の様子を記録したものである。

Fig. 14 Records of v_i and ω of DC servomotor with rate feedback ($\Gamma=200$) and its simulation

Fig. 16 Relation between $\bar{\omega}$ and $\bar{f}$ for various values of Γ

このような ω と f との関係を生々の Γ と $\bar{\omega}$ の場合について測定し⁴⁾、 $\bar{\omega}$ とモータの摩擦トルクの時間平均値 $\bar{f}$ の関係として表わせば Fig. 16 のようになる。

4. 実測およびシミュレーションの結果に対する検討

Fig. 11 から Fig. 16 までの実測およびシミュレーションの結果を通してみると、全体としてよい一致を示していることが認められる。ここでは、 $f_2(\theta)$ が直流サーボモータの実測特性やシミュレーションの結果に対して、どのような影響をおよぼしているかという

Fig. 15 Records of ω and f of DC servomotor with rate feedback ($\Gamma=200$, $\bar{\omega}=2$ rad/s) for constant v_i and its simulation

観点から 2, 3 の考察を行なう。

(1) 一般の直流サーボモータでは、低速回転において、電機子電圧が一定かあるいはきわめてゆっくり変動するような場合にも回転角速度に大きな変動が生じる。そのおもな原因は $f_2(\theta)$ の存在によるものと考えられるが、Fig. 14 および Fig. 15 はこのことを明確に裏づけている。また、Fig. 11 のモータが停止する直前の ω の変化の様子や、Fig. 12(a) の ω の立ち上がりの部分などにも、その影響をめいりょうに読み取ることができる。

(2) 直流サーボモータの起動時と停止時の電機子電圧が異なった値を取ることはよく知られているが、Fig. 11 および Fig. 13 にこのことが表われている。Fig. 13 では、モータの起動時の電圧を一点で示してあるが、実測値のほうは回転子の任意の位置から起動させる場合について何回も測定を行ない、その平均値を示したものであり、供試サーボモータの場合は、 v_a が 3.9 V から 5.5 V の範囲で起動した。これは起動時のモータ回転子の位置によって、 $f_2(\theta)_{pp}$ が異なるためであると考えられる。シミュレーションでは、位置によって異なる $f_2(\theta)_{pp}$ の値を平均値で代表させているので、このような現象は見られず、常に一定の v_a の値から起動する。そこで、 $f_2(\theta)_{pp}$ の値を最大値

に等しく選んでシミュレーションを行ない、起動電圧を測定したところ 5.45~5.50 V となり、上述の予想を裏づける結果が得られた。

(3) ω - $\bar{f}$ 特性において、 ω の小さいところでは、 ω の増加に対して $\bar{f}$ が減少するような傾向を示すこと、および Γ の大小により同じ ω の値に対して $\bar{f}$ が異なった値を取ることが、 $f_2(\theta)$ の存在によるものであることはすでに指摘されている⁴⁾が、シミュレーションの結果も Fig. 16 に示すように、正しくそれを裏づけていると考えることができる。

(4) これまでに記したように、シミュレーションの結果は実測の特性と全体的によく一致していると見られるが、細部においては差異も認められる。その原因としては、

(i) $f_2(\theta)$ を三角波で近似したこと。

(ii) 位置によって異なる $f_2(\theta)_{pp}$ を平均値で代表させたこと。

などをあげることができる。

Fig. 15 においては上記の (i) による差異が、また、Fig. 12(a) の定常速度の部分や、Fig. 11, Fig. 14 においては上記の (ii) に基づく差異が顕著に表われている。さらに Fig. 16 の ω の小さいところで、シミュレーションによる $\bar{f}$ の値が実測のそれより小さめに出ているのは、上記の (i) と (ii) の両者が関係しているものと考えられる。

5. あ と が き

本研究では、直流サーボモータの摩擦トルクを角速度による成分と角位置による成分の和と考えることによりシミュレーションを行なった。

その結果、電機子電圧-回転角速度特性において、モータの起動時と停止時とでは異なった電機子電圧の値を取ることや、回転角速度-摩擦トルク特性において、 ω の小さいところで ω の増加に対して摩擦トルクが減少するような傾向を示すことなど、実測の特性にみられる傾向をよく表わしていることが確かめられた。特に、 ω の小さいところにおいて、電機子電圧が一定

の場合でも直流サーボモータに生じる著しい速度変動は、従来のシミュレーションの方法では表わし得ないものである。

角位置によって変化する摩擦が、サーボモータの諸特性にどのような影響をおよぼすかということ、解析的に検討することは一般に極めて困難と考えられるが、アナログシミュレーションにおいては、それに関係のあるパラメータの変更により、その影響するところを容易に知ることができるので、本研究で提案したようなシミュレーションの方法は、サーボモータの特性の検討に大いに役立つものと考えられる。

さらにこのことは、直流サーボモータそれ自体だけではなく、それを含む制御系、特に最近種々の面から要求されるようになった高性能のサーボ機構などについて、シミュレーションによりその特性の検討を行なうような場合にも、より正確な検討を可能にするものと考えられる。

最後に、日ごろから実験に御協力いただいている本学技官斎藤周次氏に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) H. Wang and C. N. Shen: Simulating True Dry Friction on the Analog Computer, Control Engineering, 9-10, 91/92 (1962)
- 2) B. D. Weathers: Analysis and Design of a Servomechanism Using Duration-Quantized Pulse to Drive a D. C. Motor in the Presence of Nonlinear Friction, Ph. D. Thesis, p. 30, Kansas State Univ. (1964)
- 3) 服部・安濃: サーボモータの特性とそのアナログ計算機によるシミュレーションについて, 電気関係学会東北支部連合大会講演論文集, p. 32 (昭 42)
- 4) 服部・高梨・安濃: 直流サーボモータの摩擦トルク, 計測自動制御学会論文集, 6-2, 104/108 (昭 45)
- 5) 服部・高梨・安濃: 回転角度による摩擦トルクの変動を考慮した直流サーボモータのシミュレーション, 電気関係学会東北支部連合大会講演論文集, p. 59 (昭 44)
- 6) 服部・高梨・安濃: 低速回転における直流サーボモータの摩擦トルクとそのシミュレーション, 計測自動制御学会東北支部第 27 回研究会資料, 1/10 (昭 44)