コンパスウォークモデルによる2足歩行の特性†

山下 忠・山田 寛・猪谷彦太郎

九州工業大学 北九州市戸畑区仙水町 1-1

(昭和46年6月10日 受付)

Characteristics of Biped Compass Walk Model

Tadashi YAMASHITA, Hiroshi YAMADA and Hikotaro ITANI

(Kyushu Institute of Technology, Kitakyushu)

(Received June 10, 1971)

This paper deals with a control method for a kind of stable biped walking. Here studied is the dynamic characteristics of Compass Walk Model, which is adopted by J. Saunders et al. as the simplest model representing the basic characteristics of a human gait. This model consists of a body lumped mass and two massless legs which can rotate only in the sagittal plane.

The motion equation of this model in the sagittal plane is analyzed from the viewpoint of the stability of motion.

Main results are as follows.

(1) According to the ratio of the weight supported by two legs, the dynamic characteristics of this system can be classified into three basic patterns, that is, the stable, the unstable, and the constant-velocity motions.

(2) A variety of stable walking patterns can be realized by reasonable combinations of the basic patterns.

(3) Taking into consideration the acceleration pattern of human body in normal walking, a proper combination of the basic patterns is derived. Its behavior is shown in time domain and phase plane.

1. ま え が き

2足歩行の実現を目的とした研究に関し、ハードウェアとして成果を上げつつある加藤^{1),2)}らの研究、あるモデルを設定し、その特性を解析した研究^{3)~6)}などが最近発表されている。この分野の研究での大きな問題点は、制御工学的観点からみれば、本体と脚部の移動の協調をうまく保ち、多様な路面形状に適応できる制御方法を見出すことである、ということができる。

この問題を検討する1つの出発点として筆者らは非常に簡単なモデルを用いて、安定歩行を実現するための制御方法について研究を行なった。対象としたモデルは、人間の歩行特性を表現する最も簡単なモデルとして Saunders⁷⁾が採用したコンパス歩容である。このモデルの運動方程式の特徴を調べた結果、2本の

脚で体重をどのような比率で支えるかを変えることにより、この系の運動は安定にも不安定にもなることがわかった。すなわち、この比率に注目すれば、歩行の基本パターンを定義することができ、基本パターンの組み合わせ方を適当に行なうことにより、多様な安定歩行を実現できることがわかった。

2. モデルの説明

2.1 モデルの構造

Fig. 1に進行方向に直角な方向からモデルを見た図を示す。集中質量を持ったボディの重心に、等長・無質量の剛体の脚が2本取りつけてある。脚はいずれも、進行方向を含む鉛直平面内でだけ回転することができる。すなわち、ここではこの鉛直平面内での運動にだけ注目して解析を行なう。

2.2 歩行様式

† 第10回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭46・8)

Fig. 1 Compass walk model

水平な床の上を、両脚とも床から離さず、脚を交互に滑らせながら変動するものとする。したがって、歩行時には一方の脚だけが滑り、他方の脚は滑らないように固定されているものとする。この歩行は、人間の歩行でいえば、股関節の回転だけを使う歩行であり、その移動の特徴よりコンパス歩容と呼ばれている⁷⁾。

制御する量としては、両脚にそれぞれかける力、滑り脚の駆動ならびに滑り脚を固定する時刻すなわち脚の切り換え時刻とがある。ここでは、両脚にかかる力ならびに脚の切り換え時刻を制御する。

3. 数式モデルの作成

3.1 運動方程式

脚が無質量であるため、脚にかかる力の方向は常に脚の方向となる。このことに注意し、Fig. 1 の記号を用いて運動方程式を作ると、以下の式が得られる。

$$\frac{w}{g} \frac{d^2 x_c}{dt^2} = (U_1 - U_2) \sin \theta \quad (1)$$

$$\frac{w}{g} \frac{d^2 (l \cos \theta)}{dt^2} = (U_1 + U_2) \cos \theta - w \quad (2)$$

$$x_1 = x_c - l \sin \theta \quad (3)$$

$$x_2 = x_c + l \sin \theta \quad (4)$$

ここで各記号は、 x ：水平座標（脚については下端の位置）、 θ ：脚の開き角度（脚1の前方に脚2がある時を正とする）、 u ：床から脚への抗力、 w ：ボディの重量、 l ：脚の長さ、 g ：重力の加速度、 t ：時間、下ツキ $c, 1, 2$ ：それぞれボディの重心、脚1, 2を示す、と定められている。

3.2 無次元方程式

式を簡単化するため、角度 θ を微小量として、 $\sin \theta \doteq \theta$ 、 $\cos \theta \doteq 1$ と置き、さらに次の無次元量、 $X_c = x_c/l$ 、 $X_1 = x_1/l$ 、 $X_2 = x_2/l$ 、 $U_1 = u_1/w$ 、 $U_2 = u_2/w$ 、 $\tau = \sqrt{g/l}$ t を定義すると、(1)～(4) 式は次のように変形される。

$$\ddot{X}_c = (U_1 - U_2) \theta \quad (5)$$

$$U_1 + U_2 = 1 \quad (6)$$

$$X_1 = X_c - \theta \quad (7)$$

$$X_2 = X_c + \theta \quad (8)$$

ここで記号“ $\ddot{}$ ”は無次元時間 τ に関する微分を示す。

この系の移動の推進力は、(5) 式から明らかなように、特別な外力によらずに、2脚で支える体重の比率 U_1 、 U_2 の差によって得ている。また、 U_1 、 U_2 の値は負にはならず、しかも(6) 式の条件があるため、以下では U_1 を $0 \leq U_1 \leq 1$ の範囲で変化させた場合について検討する。

3.3 1脚固定の場合の方程式

歩行様式として規定したように、歩行時にはいずれか1本の脚が固定されている。この脚の状態を明示するとき、Fig. 2 の記号を用いる。

Fig. 2 Symbols for leg condition

さて、(5)～(8) 式を1脚固定の場合に対して変形すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{脚1固定の場合} \quad \left\{ \begin{aligned} \ddot{X}_c &= \ddot{\theta} = (2U_1 - 1)\theta & (9) \\ X_2 &= X_1 + 2\theta & (10) \\ \dot{X}_2 &= 2\dot{\theta} & (11) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{脚2固定の場合} \quad \left\{ \begin{aligned} \ddot{X}_c &= -\ddot{\theta} = (2U_1 - 1)\theta & (12) \\ X_1 &= X_2 - 2\theta & (13) \\ \dot{X}_1 &= -2\dot{\theta} & (14) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

4. 基本パターン

いずれの脚を固定する場合においても、 U_1 を与えることによって θ の運動は定まる。 U_1 の値によって運動がどのようになるかを調べるためには、(9) 式あるいは(12) 式を解けばよい。この2つの式は表面的には式の形が違ってくるように見えるが、本質的には同じである。すなわち、 U_1 の変化範囲、 $0 \leq U_1 \leq 1$ について、制御の効果を表わす関数 $(2U_1 - 1)$ に注目すれば、Fig. 3 に示すように、この関数の符号は $U_1 = 1/2$ の点で変化する。したがって、ある一定値 U_1 に対する(9) 式の解と、この一定値を1から引いた値を U_1 に代入したときの(12) 式の解とは同じ性質を持つことになる。このため以下では(9) 式にだけ注目しよう。

U_1 に一定値を与えたとき、(9) 式からすぐわかる

Fig. 3 Characteristic of function $(2U-1)$

ように、この系の運動は安定にも不安定にもなる。このことに注目して、歩行の基本パターンを定義し、各パターンの運動特性を数式および位相面で示し、さらに推進力と固定脚との関係をも図示すると、Table 1 となる。各基本パターンについて説明しよう。

【パターン I】 $0 \leq U_1 < 1/2$, すなわち脚 1 よりも脚 2 で支える力のほうが大きいため、推進力は常に固定脚の方向へ働く。すなわち、推進力は復元的に働き、運動は安定となる。位相軌道は、 $U_1=0$ のときには円となるが、 $U_1 \neq 0$ のときはだ円であり、 U_1 の値が大きくなるにつれだ円の横径は長くなり縦径は短くなる。

【パターン II】 $1/2 < U_1 \leq 1$, すなわち、脚 1 よりも脚 2 で支える力のほうが小さいため、推進力は常に固定脚から遠ざかる方向に働き、運動は不安定となる。位相軌道は双曲線である。

【パターン III】 $U_1=1/2$, すなわち、両脚で支える力が等しいため、推進力は生じない。したがって、等速運動となり、初速度がゼロの場合には不動となり、

これ以外の場合には θ は一定速度で増加あるいは減少する。

いっぽう、滑り脚の運動に関して説明すれば、両脚は常に床に接していなければならないと歩行様式を規定しているので、滑り脚は (11) あるいは (14) 式で速度で駆動されなければならない。

5. 安定歩行の条件

5.1 安定歩行の位相軌道

ところで、脚を利用する移動機械の最大の特徴は、車による移動に比べて、適応性が高く多様な移動パターンの実現が可能なことである。この多様性をたとえば McGhee³⁾ は有限オートマトン理論の考え方により、運動のダイナミックスを考慮しない形で論じている。2 足歩行のダイナミックスを考慮した場合、安定歩行の位相軌道は一般に Fig. 4 のようになるというてよいであろう。Fig. 4 は以下の条件を概念的に表現した図である。

(1) $\dot{\theta}=0$ の初期状態から安定なある定常歩行状態へ移ることができる。

(2) 安定な状態は位相面の原点まわりのある範囲内だけで存在できる。

(3) 安定歩行から静止状態へ戻ることができる。

5.2 一般条件と基本パターンとの関連

Fig. 4 では明示されていないが、支持脚の切り換えがとうぜん必要である。脚の切り換えはコンパスウォークの場合、固定時の衝撃を吸収するのに役立つと思われる足首、ひざなどの関節がないため、滑り速度が

Table 1 Classification of walking pattern (leg 1 : standing)

basic pattern		solution of eq. (9)		possible direction of force
	Value of U_1	time domain $\theta(0)=\theta_0 \ \dot{\theta}(0)=\dot{\theta}_0$	phase trajectory	
I	$0 \leq U_1 < 1/2$	$\theta = \theta_0 \cos \sqrt{1-2 U_1} \tau$ $+ \frac{\dot{\theta}_0}{\sqrt{1-2 U_1}} \sin \sqrt{1-2 U_1} \tau$	$\dot{\theta}^2 + (1-2 U_1) \theta^2 = \theta_0^2 + (1-2 U_1) \dot{\theta}_0^2$
II	$1/2 < U_1 \leq 1$	$\theta = \theta_0 \cosh \sqrt{2 U_1 - 1} \tau$ $+ \frac{\dot{\theta}_0}{\sqrt{2 U_1 - 1}} \sinh \sqrt{2 U_1 - 1} \tau$	$\dot{\theta}^2 - (2 U_1 - 1) \theta^2 = \dot{\theta}_0^2 - (2 U_1 - 1) \theta_0^2$
III	$U_1 = 1/2$	$\theta = \dot{\theta}_0 \tau + \theta_0$

Fig. 4 Stable biped walking in phase plane

ゼロのとき行なうのが良いといえよう。

さて、各基本パターンの特徴と上記一般条件を考慮すれば、歩行時の各状態で使用する基本パターンは初期（静止）状態としてはパターンⅢの不動状態、安定な定常状態としてはパターンⅠ、脚の切り換え時としては、パターンⅠとなる。したがって、最も簡単なパターンの歩行は、パターンⅢの初期状態から出発し、パターンⅠで移動し、パターンⅢで静止する歩行である。しかし、移動時にパターンⅠだけを使用する歩行は、安定性の点からいえば問題はないが、Table 1 の位相軌道からわかるように、開き角の最大値は常に初期条件だけで定まるという特殊な歩行となる。

すでに説明したように、この系の移動は、特別な外力でボディを加速することなく、2本の脚で支える体重の差に基づく推進力で行なわれている。2本の脚で支える体重の比率を移動時に変化できると考えれば、移動時に基本パターンの切り換えを行なうことができ、歩行の多様性を増すことができる。以上のように考えれば、この系の歩行のための制御としては、Fig. 5 に示すように、速度ゼロのときの脚の切り換えならびに移動時の基本パターンの切り換えとなる。この2つの切り換えを明示する記号として、Fig. 5 に示すように、パターンの切り換え点に“○”を、脚の切り換え点に“◎”を用いることにする。

Fig. 5 Symbols for switching operation

6. 基本パターンの組み合わせによる歩行の多様性

Table 1 に示したように、このモデルでは3種類の基本パターンしか存在しない。しかも歩行時の固定脚の切り換え条件を限定し、パターンⅠで速度がゼロとなるとときにだけ脚の切り換えを行なうと規定した。したがって、限られた歩行パターンしか実現できないように思えるが、移動時に基本パターンの切り換えを行なえば、歩行パターンは無数に考えられる。ここでは歩行の周期性に注目して、基本パターンの組み合わせ方による多様性を考えてみよう。簡単な周期条件として、定常時の歩行の1サイクルに各脚は1回ずつ移動し、しかも、切り換え時以外には各脚は基本パターンのいずれか1つだけで移動する場合を考える。この場合について、脚を切り換えた後、開き角度がゼロ以外のとき基本パターンの切り換えを行なうとすると、Table 2 に示す6種類の定常歩行が可能である。

Table 2 では歩行の様子が位相軌道で示されている。基本パターンおよび脚の切り換えは記号で、基本パターンはⅠ、Ⅱ、Ⅲでそれぞれ図中に示してある。軌道が横軸に関して、対称となっているものは両脚とも同じ基本パターンで移動する場合であり、非対称となっているものは脚によって基本パターンが違う場合である。脚によってパターンが違う場合、たとえばパターンⅠ、Ⅱを使う場合いずれの脚がパターンⅠを使うかによって本質的な差は生じないが、いちおう2通りの歩行があるので、このことが破線で示されている。なおパターンの切り換え記号は実線の場合についてだけ示してある。

パターンⅡを使う場合、Table 1 に示すように、位相軌道が双曲線であるため、パターンⅡへ切り換えた後の軌道が第2象限から第3象限、あるいは第4象限から第1象限へ移る軌道に乗ることがあるように一見みえるが、パターンの切り換えを横軸上の状態以外で行ない、 U_1 の値を適当に選べば常に Table 2 に示したようにすることができる。なぜなら、Table 1 の双曲線の漸近線は、 U_1 の値を $1/2$ に近づけるにつれ、横軸に接近するからである。

Table 2 Variety of walking pattern by simple combination of basic patterns

Table 2 の各歩行パターンより、固定されていた脚を初速度ゼロの状態から加速しながら移動させた後、ある状態から減速して速度ゼロの状態で再び固定するまでのプロセスが移動時に用いる基本パターンによって、どのように違うかがわかる。たとえば移動時に基本パターンⅡを用いるものでは、このパターンを用いる期間中でも減速と加速とが行なわれることがわかる。

7. 歩 行 例

Fig. 6 の形の位相軌道となる歩行をここで例題として考えてみよう。これは静止状態から出発して、安定な定常歩行に移る歩行である。定常歩行では、脚を切り換えた後、まずパターンⅠで開き角がゼロとなるまで加速され、さらにパターンⅡで加速した後パターンで急激に減速し、速度をゼロとして再び脚の切り換えを行なっている。両脚とも同一のパターンで移動される。

Fig. 6 Example of walking

ところで、人間の歩行においても、常に一定速度で進行はしていない。すなわち Murry ら⁹⁾の正常人の歩行パターンに関する実験データによると速度を増減しながら移動している。最大速度は、遊脚のかかとが床についた直後、すなわち支持脚の切り換えが始まるに生じている。また、最小速度は、上体が支持脚の上に来たところ、すなわち支持脚の切り換えが完成したときに生じている。

したがって、コンパスウォークの固定脚と人間の支持脚とを対応させれば、Fig. 6 の歩行と人間の歩行とは類似点がある。

Fig. 6 の歩行について、静止状態から出発し、定常歩行にはいるまでの運動と定常状態の様子を Fig. 7 に示す。この数値計算に用いた U_1 の数値および切り換え時刻も図中に示してある。

Fig. 7 Walking pattern in time domain

8. 結 言

コンパスウォークモデルによる2足歩行について、脚の開き角度が小さい場合の運動方程式を解析し、以下の結果を得た。

- (1) この系の運動は、3種類の基本パターンに分類できることを示し、各パターンの特性を求めた。
- (2) 固定脚および基本パターンの切り換えを行なうことにより安定な歩行が可能であることを示した。
- (3) 安定歩行のパターンとしては無数に考えることができるが、簡単な歩行サイクルの場合について歩行時の加速、減速のパターンを示した。

なお、上記(2)の結果は、路面の階段状の変化あるいは路面上に障害物がある場合など、より複雑な歩行様式に対する制御方法を問題とする場合、支持脚の切り換えおよび体重の移動が非常に重要な制御量となることを示唆していると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 加藤・田中・谷江：2足歩行機械の試作，第1回バイオメカニズムシンポジウム（前刷），268/278（1970）
- 2) 加藤・石田・森・山本：ゴム人工筋を用いた2足歩行機械，第1回バイオメカニズムシンポジウム（前刷），279/289（1970）
- 3) D. C. Witt: A Feasibility Study on Powered Lower-Limb Prosthesis, Symp. on the Basic Problems of Prehension, Movement and Control of Artificial Limbs, Paper No. 4, 1/8 (1968)
- 4) M. Vukobratović and D. Juričić: Contribution to the Synthesis of Biped Gait, IEEE Trans. on Bio-Medical Engg., **BME-16-1**, 1/6 (1969)
- 5) M. Vukobratović, A. A. Frank and D. Juričić: On the Stability of Biped Locomotion, IEEE Trans. on Bio-Medical Engg., **BME-17-1**, 25/36 (1970)

-
- 6) M. Vukobratović, D. Juričić, and A. A. Frank : On the Control and Stability of One Class of Biped Locomotion Systems, Trans. ASME Series D, **92**-2, 328/332 (1970)
 - 7) J. B. DEC, M. Saunders, V. T. Inman and H. D. Eberhart : The Major Determinants in Normal and Pathological Gait, Journal of Bone and Joint Surgery, **35-A**-3, 513/558 (1953)
 - 8) R. B. McGhee : Some Finite State Aspects of Legged Locomotion, Mathematical Biosciences, **2**, 67/84 (1968)
 - 9) M. P. Murray, A. B. Drought and R. C. Kory : Walking Pattern of Normal Men, Journal of Bone and Joint Surgery, **46-A**-2, 335/360 (1964)
-