正弦波空気振動を利用した薄板の動的材料試験法[†]

山 本 巖・横 川 忠 晴

金属材料技術研究所 東京都目黒区中目黒 2-3-12

(昭和 47 年 1 月 21 日 受付)

Dynamic Testing Method for Thin Plate with Sinusoidal Pneumatic Excitation

Iwao YAMAMOTO and Tadaharu YOKOGAWA

(National Research Institute for Metals, Meguro-ku, Tokyo)

(Received January 21, 1972)

A testing method for the elasticity of thin metal plate with thickness less than 0.3 mm is described. A specimen is held as a cantilever of which free end is centered between two symmetrically set nozzles. The specimen oscillates by the push-pull air jet pressure from the nozzles. The pressure forces are obtained from a two-phase pneumatic oscillator consisting of a motor driven rotary disk having its surface inclined to the rotating plane and two nozzles which are put on the same plane near the surface of the disk. By changing the angular velocity of the disk, the specimen is made to resonate. The Young's modulus of the specimen can be estimated by observing the resonant frequency. The testing method is also applicable to fatigue test of thin plates. Compared with the conventional method, this testing method has the merit that neither attachment nor special machining is needed on the specimen regardless of specimen materials. The testing method would be also applicable to such non-metallic soft materials as paper and plastics.

1. 序 言

電子機器や精密計器用として各種のばね材料が開発され使用されてきているが、その弾性的性能を正確かつ容易に測定することは、弾性材料の開発研究、ならびにその製造過程での品質管理のうえから特に重要である。材料のばね特性の測定法としては、従来各種の方式が提案されそれに基づく測定機が製作されてきたが、電子機器や精密計器用に用いられる 0.3 mm 以下というような極く薄い板状材料を対象とする場合を考えると、従来の形式のものは取り扱い易さと精度の点で必ずしも十分であるとはいえない。たとえば、薄板の縦弾性係数測定法として知られている JIS の片持梁方式¹⁾や DIN の Euing の方法を基礎とする方式²⁾は、極薄板特有の極端な可撓性のため、試料支持や荷重の加え方の影響をうけ易く、またたわみ量の測定

さいに誤差を生じ易い。また、動的測定法では、板の横曲げ共振法は薄板や棒のヤング率測定法として最も適したものと考えられ、古くからこれに基づく測定法が行なわれているが^{3)~6)}、電磁的に試料を励振するため試料に付着させる磁性体が必要であり、さらにそのことによって生ずる質量ならびに励振磁場との相互作用(試料の運動に伴う誘起電力効果、うず電流ならびにヒステリシス効果)による補正を行なわなければならない。そのうえ試料が強磁性体の場合には磁場による弾性係数の変化の影響も考慮に加えなければならない。

ここで提案する測定法は、横曲げ振動法に基づく薄板の弾性特性測定法であるが、試料を従来のもののごとく電磁的でなく、対称的に配置されたノズルからの正弦波状に変化する空気の高流速により励振せよとするものである。特徴とするところは、試料が磁性体であるなしにかかわらず試料にならんの加工や付加質量を加えることなく金属薄板の弾性係数を測定でき

[†] 第 13 回自動制御連合講演会で発表 (昭 45・10)

ること、疲労試験も行ないること、さらに紙やプラスチックなどの非金属材料の弾性的特性試験への応用が考えられる点にある。

2. 正弦波状空気圧による薄板試料励振法

正弦波状空気圧力による試料励振法の原理図を Fig. 1

1 に示す。ここで、円板 D は回転軸に垂直な平面にわ

Fig. 1 Schematic diagram of pneumatic fixed free bar vibrating method

ずかな角度 θ だけ傾斜して固定されていて角速度 ω で回転している。ノズル N₁₁, N₂₁ は円板の直径上にその表面に近接して取り付けられていて、それぞれ、オリフィス N₁₂, N₂₂ と組合わされて空気マイクロメータ単一回路を形成している。D が回転するにつれて、N₁₁ および N₂₁ とそれらに対向する D の表面との間隔が正弦波状に変化し⁷⁾、それぞれの背圧室 V₁ および V₂ の圧力が互いに 180° 位相がずれて正弦波状に変動する。ノズル N₁' ならびに N₂' はノズル N₁₁, N₂₁ に比べて小口径のノズルで、片持ち梁状に保持された試料片を間にはさみ、これに垂直な直線上に配置されている。1 個の励振用ノズルから試料に加えられる力 F は背圧 p と励振用ノズルと試料との間隔 x との関数として、

$$F = F(p, x) = F(p_0, x_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial p} \right)_{p_0} \Delta p + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x_0} \Delta x \quad (1)$$

であらわされるから、Fig. 1 の配置では 2 つの励振ノズルからの合計の励振力 F_t はノズル N₁₁, N₁₂ それぞれに対応する添字 1, 2 を用いて、

$$F_t = F_1(p_{01}, x_{01}) - F_2(p_{02}, x_{02}) + \left\{ \left(\frac{\partial F_1}{\partial p_1} \right)_{p_{01}} \Delta p_1 - \left(\frac{\partial F_2}{\partial p_2} \right)_{p_{02}} \Delta p_2 \right\} + \left\{ \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_1} \right)_{x_{01}} \Delta x_1 - \left(\frac{\partial F_2}{\partial x_2} \right)_{x_{02}} \Delta x_2 \right\} \quad (2)$$

となる。ここで、 p_{01} , p_{02} , x_{01} , x_{02} : 作動中心における

p_1 , p_2 , x_1 , x_2 であり、 Δp_1 , Δp_2 , Δx_1 , Δx_2 : p_1 , p_2 , x_1 , x_2 の作動中心からの変動分とする。(2) 式を用いて試料片に関する運動方程式をつくると、 $\Delta x_1 = -\Delta x_2 = \Delta x$ として、次式が得られる。

$$M \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} + D \frac{d \Delta x}{dt} + \left[K_s - \left\{ \left(\frac{\partial F_1}{\partial x} \right)_{x_{01}} + \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} \right)_{x_{02}} \right\} \right] \Delta x = \{ F_1(p_{01}, x_{01}) - F_2(p_{02}, x_{02}) \} + \left\{ \left(\frac{\partial F_1}{\partial p_1} \right)_{p_{01}} \Delta p_1 - \left(\frac{\partial F_2}{\partial p_2} \right)_{p_{02}} \Delta p_2 \right\} \quad (3)$$

ここで、 M : 試料片の等価質量、 D : 同じく等価減衰係数、 K_s : 同じく等価ばね定数で、上式右辺第 1 項は試料に加えられる力の静的な成分、第 2 項は励振力の成分をあらわす。第 2 項はさらに、

$$A = \left(\frac{\partial F_1}{\partial p_1} \right)_{p_{01}} \left(\frac{dp_1}{dh_1} \right)_{h_{01}} r_1 \tan \theta, \\ B = \left(\frac{\partial F_2}{\partial p_2} \right)_{p_{02}} \left(\frac{dp_2}{dh_2} \right)_{h_{02}} r_2 \tan \theta$$

を用いて、

$$F_{t2} = (A + B) \cos 2\pi f t \quad (4)$$

とあらわすことができる。ここで、 r_1 , r_2 : N₁₁, N₂₁ の円盤 D の中心からの距離、 θ : 円盤の傾斜角度、 h_{01} , h_{02} : 作動中心に対する円盤と N₁₁, N₂₁ との間隔である。

i) N₁' と N₂' を同一寸法のノズルとし、 $r_1 = r_2$, $x_{01} = x_{02}$, $p_{01} = p_{02}$ とすれば、(3) 式の右辺第 1 項は 0 となり、試料は励振力のないときの静止点を中心として振動することになる。いま励振周波数 f を変化させて試料の振幅が最大となる周波数を求め、これを f_r とすれば、

$$f_r = f_n' \sqrt{1 - \zeta'^2} \quad (5)$$

$$f_n' = \sqrt{\left[K_s - \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x_{01}} + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x_{02}} \right\} \right] / M} \\ \approx f_n \left\{ 1 - \frac{F_x}{2K_s} - \frac{F_x^2}{8K_s^2} - \frac{F_x^3}{16K_s^3} \right\} \quad (6)$$

$$\zeta' = \frac{D}{2 \sqrt{MK_s \left(1 - \frac{F'_s}{K_s} \right)}} \\ \approx \zeta \left\{ 1 + \frac{F_x}{2K_s} + \frac{3}{8} \left(\frac{F_x}{K_s} \right)^2 + \frac{5}{16} \left(\frac{F_x}{K_s} \right)^3 \right\} \quad (7)$$

$$F_x = \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x_{01}} + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x_{02}} \right\} \quad (8)$$

$$f_n = \sqrt{\frac{K_s}{M}}, \quad \zeta = \frac{D}{2 \sqrt{MK_s}} \quad (9)$$

が成り立つ。ここで f_n' , ζ' はこの振動機構における試料片の固有振動数ならびに減衰比、 f_n , ζ は試験片単独の場合の固有振動数ならびに減衰比である。

f_n と試料片の縦弾性係数 E との間には、

$$E = \frac{4\pi^2 l^4 A f_n^2}{\lambda^4 I g} \quad (10)$$

$$= \frac{48\pi^2 f_n^2 l^4}{gh^2\lambda^4} \quad (\text{一様な矩形断面の場合}) \quad (10')$$

の関係が成り立つことが知られており^{5),6)}、いま $F_x \ll K_s$ とすれば、(6)、(7) 式から $f_n' = f_n$ 、 $\zeta' = \zeta$ となり、さらに $\zeta \ll 1$ のように選べば (5) 式から $f_r = f_n$ が成り立つので、(10) 式を用いて f_n' を測定することから試料の縦弾性係数 E を求めることができる。ここで、 γ ：試料片の比重量、 A ：断面積、 I ：断面2次モーメント、 h ：板の厚み、 l ：長さ、 g ：重力の加速度、 λ ：境界条件と振動形による定数 (1.875 (1次)) たとえば、口径 0.5 mm のノズルを使用して長さ 8 cm、幅 3 mm、厚み 0.3 mm の磷青銅板を振動させた場合、 $F_x = 0.0042 \text{ g/mm}$ 、 $K_s = 0.48 \text{ g/mm}$ 、 $\zeta' = 0.015$ となる。

ii) x_{01} と x_{02} ならびに p_{01} と p_{02} を所要の値に選べば、(3) 式の右辺第1項を特定の値として試料片に一定力を加え、また、(4) 式の A 、 B を別個に選ぶことによって所要の振幅で振動させることができる。この応用としては、試料片を荷重負荷の状態での疲労試験やばね限界値試験が考えられる。

AS: air source
V_R, V_R': pressure control valve
N_12, N_22: fixed orifice
N_11, N_21: nozzle
N_1', N_2': nozzle
P: disk with inclined surface plane
V_s1, V_s2: constant pressure chamber
V_1, V_2: air chamber
G_1, G_2: pressure gauge
H_s: specimen holder
S_p: specimen

S_v1, S_v2: valve
V_C: 2 way valve
S_w1: micrometer screw
S_w2: micrometer screw
GB: gear box
C_p: frequency counter
C_t: total account counter
M_r: servo motor
SC: motor speed controller
M_c: measuring microscope

Fig. 2 Schematic diagram of the testing apparatus

3. 正弦波状空気圧力による薄板励振装置

3.1 試作装置

Fig. 2 は Fig. 1 の原理に基づき、2. (i), (ii) の試験を行ないうることを目的として試作された装置の構造である。ここで、制御回路 SC で速度制御されたモータ M_r は歯車列 GB をへて、表面が回転軸に垂

直な平面に対し θ だけ傾斜した円盤 D を所要の速度で回転させる。D の回転数は瞬間回転数を C_p 、積算回転数を C_t により計数表示されるようになっている。ノズル N_{11} 、 N_{21} はそれぞれ室 V_1 、 V_2 に固定されていて、円盤 D の回転中心軸を通して微動ねじ S_{w2} により水平方向に移動することが可能である。ノズル $N_{1'}$ 、 $N_{2'}$ はそれぞれ室 V_1 、 V_2 に結合するように配管されていて、一對の正逆ねじをもつ微動機構 S_{w1} により、保持具 H_s にセットされた試料を中心として互いに接近または離反することが可能で、これらのノズルと試料間隔を所要の値に設定できる。ねじ S_{w1} の支持台は円盤 D の回転軸の方向に微動できるようなステージに取りつけられていて、その微動機構を調節することによりノズル N_{11} 、 N_{21} と円盤 D との間隔を所要の値に選ぶことができる。切換え弁 V_C は供給源室 V_{s2} を同じく V_{s1} に接続または切離すためのもので、 V_{s1} 、 V_{s2} の圧力は制御弁 V_R により所要の一定圧に調整されるほか、補助制御弁 V_R' を用いておのの別個の一定圧に調整されることが可能である。室 V_1 ならびに V_2 は切換え弁 S_{v1} 、 S_{v2} をへて圧力ゲージ G_1 、 G_2 に接続

されるようになっていて、これを使用して室 V_1 、 V_2 の作動中心圧力および変動圧力振幅の確認ならびに調整を行なうことが可能である。試験方法は次のようにして行なわれる。i) 試験片を保持具 H_s にその自由端がノズル $N_{1'}$ と $N_{2'}$ を結ぶ線上に位置するように固定する。ii) S_{w2} により円盤の基準面 (表面の中心を通り回転軸に垂直な平面) とノズルとの間隔 h_0 を選ぶ。iii) S_{w1} により $N_{1'}$ と $N_{2'}$ との間隔 X_0 を選ぶ。iv) V_{s1} と V_{s2} を結合し、 V_R によりこれらの圧力を 1 kg/cm^2 に設定し、円盤を低速回転して V_1 、 V_2 の作動中心圧力および変動圧力振幅を確認した後、 S_{v1} 、 S_{v2} を閉じる。v) SC により円盤の回転数を変化させて試料を共振させ、 V_R の調整により共振を確認できる最小値まで V_{s1} の圧力を下げ、そのときの共振点の周波数をよみとる。ここで、共振点の確認は測定

顕微鏡 M_c の鏡内に映ずる試験片自由端の振動振幅の観測によっている。このようにして得られた共振周波数を用いて (10) 式から縦弾性係数を求めることができるが、上記操作 ii), iii), iv) を行なうためには、空気圧発振機構 (ノズル $N_{1'}$ を側路とするノズル N_{11} と円盤との間隙およびオリフィス N_{12} とからなる空気マイクロメータ回路) の特性および励振用ノズルの噴

流力に対する、ノズルの背圧およびノズルと試料片との間隙との関係が明らかになっていなければならない。次節以下においてこれらの関係についてしらべた結果をのべる。なお、疲労試験を行なう場合には、試験片の共振周波数よりやや低い周波数で円盤を回転させ、切断または弾性的劣化を生ずるのに要した回転数を積算回転計 C_t でよみとればよい。この場合、切換弁 V_c により V_{s1} , V_{s2} に別個の圧力を供給し、試料を所要のバイアス力を加えた状態で振動せしめることが可能である。ここで、 N_{11} または N_{21} のいずれかを精密可変絞りで置き換えれば一方の励振用ノズルをバイアス力専用として用いることができる。Table 1 はこの試作装置に使用するため用意されたノズル、オリフィスの形状寸法であるが、ノズルは N-1, N-2 が発振用、N-3, N-4 が試料励振用、N-5 が固定バイアス力加圧用である。

Table 1 Dimension of pneumatic circuit component

nozzle				
notation in Fig. 2	No.	D_{11}	D_{12}	δ_1
N_{11}	N-1	1.99	3.96	2
N_{21}	N-2	2.01	4.01	2
$N_{1'}$	N-3	0.47	1.02	2
$N_{2'}$	N-4	0.48	1.01	2
$N_{2'}^*$	N-5	1.06	1.93	2
orifice				
notation in Fig. 2	No.	D_{21}	D_{22}	δ_2
N_{12}	O-1	0.75	0.75	1.40
N_{22}	O-2	0.74	0.74	1.42

* nozzle for constant impression force to specimen

3.2 発振用空気マイクロメータ回路の特性

空気圧発振機構の構成は、片側の回路についてみれば、空気マイクロメータ回路の測定ノズル N_{11} に並列に固定ノズル $N_{1'}$ が付加されたものと考えられる。したがって、静特性ならびに動特性をあらわす関係式は次のように導くことができる。すなわち、ノズル N_{11} とノズル $N_{1'}$ から流出する空気流の合計の重量流量を W_1 、オリフィス N_{12} を通過する空気重量流量を W_2 とすれば、各絞りにおける流れの状態が断熱的に変化し、絞り部通過後再熱されて等温になると仮定することにより、

$$W_1 = \frac{\pi \left(\alpha_{11} d_{11} h_1 + \alpha_{1'} \frac{d_{1'}^2}{4} \right)}{\sqrt{R\tau}} \cdot P_1 \cdot \psi_1 \left(\frac{P_a}{P_1} \right) \quad (11)$$

$$W_2 = \frac{\alpha_{21} \pi d_{21}^2}{4 \sqrt{R\tau_s}} \cdot P_s \cdot \psi_2 \left(\frac{P_1}{P_s} \right) \quad (12)$$

$$\psi_1 \left(\frac{P_a}{P_1} \right) = \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{(\kappa+1)/\kappa} \right\}} \quad \left(\frac{P_a}{P_1} \leq 0.528 \right)$$

$$= \psi_m (=21.42 \text{ cm}^{1/2}/\text{s}) \quad \left(\frac{P_a}{P_1} > 0.528 \right) \quad (13)$$

$$\psi_2 \left(\frac{P_1}{P_s} \right) = \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{(\kappa+1)/\kappa} \right\}} \quad \left(\frac{P_1}{P_s} \leq 0.528 \right)$$

$$= \psi_m \quad \left(\frac{P_1}{P_s} > 0.528 \right) \quad (14)$$

となり、連続の条件 $W_1 = W_2$ 、等温仮定 $\tau_s = \tau = \tau_a$ から、

$$h_1 = \frac{\alpha_{21} d_{21}^2}{4 \alpha_{11} d_{11}} \cdot \frac{P_s}{P_1} \cdot \frac{\psi_2 \left(\frac{P_1}{P_s} \right)}{\psi_1 \left(\frac{P_a}{P_1} \right)} - \frac{\alpha_{1'} d_{1'}^2}{4 \alpha_{11} d_{11}} \quad (15)$$

として静特性式が導かれる。ここで、 R : 気体定数、 τ_s, τ, τ_a : それぞれ供給源、指示室、大気の絶対温度、 d_{11}, α_{11} : 発振ノズルの口径と流量係数、 d_{21}, α_{21} : 内部オリフィスの口径と流量係数、 $d_{1'}, \alpha_{1'}$: 励振ノズルの口径と流量係数、 P_a : 大気圧、 P_1 : 指示室の絶対圧力、 P_s : 供給源の絶対圧力、 g : 重力の加速度、 κ : 比熱比、である。(15) 式はさらに、励振ノズル $N_{1'}$ がないとした場合の通常空気マイクロメータの静特性式、

$$h_1^* = \frac{\alpha_{21} d_{21}^2}{4 \alpha_{11}^* d_{11}} \cdot \frac{P_s}{P_1^*} \cdot \frac{\psi_2(P_1^*/P_s)}{\psi_1(P_a/P_1^*)} \quad (16)$$

を用い、 $P_1 = P_1^*$ として、

$$h_1 = \frac{\alpha_{11}^*}{\alpha_{11}} h_1^* - h_{1k} \quad (15')$$

のように表現することができる。ここで、

$$h_{1k} = \frac{\alpha_{1'} d_{1'}^2}{4 \alpha_{11} d_{11}} \quad (17)$$

である。 h_1^* は $N_{1'}$ がいないとした場合の N_{11} と対向面との間隙で、 α_{11}^*, P_1^* は同じく流量係数、指示室圧力である。

Fig. 2 の装置で、ノズル N_{11} に対し円盤 D を静止させたまま移動台をずらして N_{11} と D の表面との間隙を変化させ、これに対する室 V_1 の圧力変化をよみとることにより静特性曲線を求めた。Fig. 3 (a), (b) はこの結果で、供給源圧力 $P_s = 2.0 \sim 0.05 \text{ kg/cm}^2$ の場合の測定結果に併せて、ノズル $N_{1'}$ を取り去ってその取り付け口を密閉した場合の静特性曲線が点線として併記されている。なお、これらの曲線は $\alpha_{11}^* = \alpha_{11}, \alpha_{1'} = \alpha_{11}$ として (17), (15') 式から求めたものである。この結果より、 h_1 がきわめて小である範囲を除けば、この系の静特性曲線は、 $N_{1'}$ を除いた場合の静特性曲線を N_1 と $N_{1'}$ の口径比で決められる一定値

Fig. 3 Static characteristics of the pneumatic oscillator circuit

だけ横軸をずらしたものと近似的に表現しうることがわかる。

つぎに動特性に関しては、 N_{11} とその対向面との間隙ならびに N_{11} の背圧が一定値をとっている状態より、対向面が急激に変化したとして微分方程式を求めることから、この系が 1 次系として表現されることがわかるが、この場合の時定数、

$$T_s = -\frac{V_T}{R\tau_a} \frac{1}{\left\{ \left(\frac{\partial W_1}{\partial P_1} \right)_{P_1} - \left(\frac{\partial W_2}{\partial P_1} \right)_{P_1} \right\}} \quad (18)$$

は、(11), (12) 式から $\frac{\partial W_1}{\partial P_1}$, $\frac{\partial W_2}{\partial P_1}$ を求めて (18) 式に代入することにより、

$$T_s = \frac{V_T}{\pi \sqrt{R\tau_a} \left\{ \alpha_{11} d_{11} h_1 \left(1 + \frac{h_{1k}}{h_1} \right) \beta(P_a/P_1) - \frac{\alpha_{21}}{4} d_{21}^2 \Gamma(P_1/P_s) \right\}} \quad (19)$$

となる。ここで、 R ：気体定数、 V_T ：等価負荷容積であり、

$$\begin{aligned} \beta(P_a/P_{11}) &= \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{(\kappa+1)/\kappa} \right\}^{-1/2}} \\ &\times \left\{ \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{2/\kappa} - \frac{\kappa-1}{2\kappa} \left(\frac{P_a}{P_1} \right)^{(1/\kappa)+1} \right\} \\ \Gamma(P_1/P_s) &= \sqrt{\frac{2g\kappa}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{(\kappa+1)/\kappa} \right\}^{-1/2}} \\ &\times \left\{ \frac{1}{\kappa} \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{(2/\kappa)-1} - \frac{\kappa+1}{2\kappa} \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{1/\kappa} \right\} \end{aligned}$$

である。(19) 式をノズル $N_{1'}$ がいない場合の通常空気マイクロメータ単回路の時定数、

Fig. 4 Dynamic characteristics of the pneumatic oscillator circuit

$$T_s^* = \frac{V_T}{\pi \sqrt{R\tau_a} \left\{ \alpha_{11}^* d_{11} h_1^* \beta(P_a/P_1^*) - \frac{\alpha_{21}}{4} d_{21}^2 \Gamma(P_1^*/P_s) \right\}} \quad (20)$$

と比較すると、 $\alpha_{11} \approx \alpha_{11}^*$ とすれば $h_1 = h_1^*$ としたとき、 $h_1 + h_{1k} > h_1^*$ 、(15), (16) 式から $P_1^* > P_1$ で $\beta(P_a/P_1) > \beta(P_a/P_1^*)$ 、 $-\Gamma(P_1/P_s) > -\Gamma(P_1^*/P_s)$ となるため $T_s^* > T_s$ となる。

Fig. 4 はステップ応答法により時定数を求めた結果

である。実験方法は、まず Fig. 2 の装置でノズル N_{11} の背圧室に付加容積 760 cm^3 を結合し、静止させた円盤 D に対してノズル N_{11} との間隔が所要の値 (Fig. 4 では $h_1=100 \mu$ ならびに $h_1=207 \mu$) になるように選んだ。つぎに、供給源を $0.2 \sim 2.0 \text{ kg/cm}^2$ の種々の圧力に変化させ、そのおのおの場合について圧力変化が供給源ゲージ圧力のほぼ 3% になるように立上がり時間 0.2 s 以下の速度で移動台 ST にステップ状変位をあたえ、出力空気圧変化を抵抗線歪計式圧力電流変換器と記録計の組合せで記録した。ここで、ST をステップ状に変位させるには、歯車列、クラッチ、プーリからなる駆動機構を ST の調整ねじ S_{W2} に連結し、これを手動により動かすことによった。このようにして得られたオシログラムより、振幅の 63.2% の到達時間をとって時定数としたものである。この場合も、ノズル N_1' を取り除いた場合の実験結果が併せて示されている。この結果より、時定数はノズル N_1' が付加されない通常の空気マイクロメータ回路にくらべて小となっていること、ならびに供給源圧力の上昇とともに減少することがわかる。なお、付加容積 760 cm^3 を除いた場合の背圧室の容積は 1.0 cm^3 であり、実際の使用時の回路の時定数は、容積に比例するとしてこれらの値の $1/760$ になる。

ここで併記された曲線はそれぞれ (19), (20) 式によって計算して得たもので、この系の時定数が (19) 式によりかなりよく求めうるということがわかる。なお、使用したノズル、オリフィスは Table 1 の N-1, O-1 である。

ST: movable stage
 M_c : measuring microscope
 M: manometer
 R_v : pressure regulator
 R_b : slotted valve
 P: elastic plate
 N_1' : nozzle
 N_{12} : orifice

Fig. 5 Experimental setup to measure the pressure force of the exiting nozzle

3.2 試料片励振用ノズルの噴流力

試料片励振用ノズルの噴流圧力とノズル背圧ならびに試験片との距離との関係をしらべるため、Fig. 5 のような装置により実験を行なった。図で、平行 2 枚ばね P は一端固定で自由端に油の粘性を利用したダンパを有し、測定顕微鏡 M_c でその垂直変位を測定することによりノズルからの噴流力が求められる。ノズルは

2μ の微動目盛をもつステージにとりつけられていて垂直変位が可能である。

実験方法としては、ノズル N_1' が平行ばねの上面に密着した点を基準面とし、この位置よりノズルを上方に移動させながら平行ばねの自由端の変位をよみとることにより、ノズルとその対向面との間隔と噴流力との関係を求めた。なお、ノズルの背圧は精密減圧弁 R_v と補助バイパス弁 R_b の調整により所要の設定値 p_0 (一定) に保持されるようにした。

(a) in case of nozzle N-3

(b) in case of nozzle N-5

○: experimental value —: theoretical value

Fig. 6 Impressing force F from the exciting nozzle related with the gap x between the nozzle and its counterface

実験は Table 1 における N-3 の試料励振用ノズルのほか、バイアス力加圧用のノズル N-5 についても行なった。Fig. 6 (a) は励振用ノズルについてのもので、ノズル背圧をパラメータとし、ノズルとその対向面との間隔 x と噴流力 F との関係を求めたものである。この実験結果より、 $x=2 \sim 12 \text{ mm}$ の範囲で噴流力 F は背圧 p に比例して増大し、 x に対してほぼ一定とみなしうるということがわかる。実験結果を各 p について x に対する直線であらわし、それらをまとめて全体に適合する関係式を最小 2 乗法により求めると次式が

得られる。

$$F = (0.078 + 1.98p) - p(0.013 - 0.009p)x \quad (11)$$

となる。(単位 $F: g$, $p: kg/cm^3$, $x: mm$) 図中の実線はこれに基づいたものである。(11) 式から (1) 式における $\partial F/\partial p$, $\partial F/\partial x$ を求めると、

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_x = -0.013p + 0.009p^2 \quad (g/mm) \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial p}\right)_p = 1.98 - (0.013 - 0.018p)x \quad (g/kg/cm^2) \quad (13)$$

となるが、実用的には (11) 式の第 2 項は第 1 項にくらべて無視しうる程度であり、 $\frac{\partial F}{\partial x} \div 0$ と考えてさしつかえない。つぎに Fig. 6 (b) は一定バイアス力加圧用ノズルの実験値で、同様にして求めた曲線が併記されている。この場合実験式は、

$$F = 0.0925 + 11.1p_0 - 0.91p_0^2 \\ - (0.0021 - 0.033p_0 + 0.014p_0^2)x$$

であり、 $x = 5 \sim 15 \text{ mm}$ で背圧の調整により最大 10.5 g ($p_0 = 1 \text{ kg/cm}^2$) の噴流力を得ることができる。

4. 応用結果とその検討

この装置の有効性をしらべるため、数種の試料を準備し、室温 ($20 \sim 22^\circ\text{C}$) における弾性係数を 3.1 にのべた方式により求めた。Table 2 はこの結果で、共振時における試料の振動振幅が $2 \sim 3 \text{ mm}$ になるようにしてそのときの周波数を測定して得たものである。Table 2 には定数表よりの基準値が、また特に厚い No. 9 の試料について静的な Euing の方法による測定結果が併記されているが、これらとの比較から測定結果が妥当なものであることがわかる。試料の厚さの

不均一性や寸法測定の精度からいってこれらの実験値の確度は 2% 程度であるが、共振周波数の測定精度ならびに再現性は 0.2% であり、絶対精度を必要としない目的には十分な実用性があると考えられる。なお、 $0.3 \sim 0.1 \text{ mm}$ の試料について、Table 2 の No. 4, No. 5 の比較からも見られるように隣青銅のようなばね用材料にあっては幅の影響は 5 mm 以下であれば特に認められない。しかしながら測定が正確に行なわれるためには、試料がわん曲していないことおよび試料が固定部で完全に固定されていることが必要である。

疲労試験を行なう場合、試料を共振点の周波数で加振する方法と、共振点以外の周波数で加振する方法が考えられる。前者によれば試料を効率よく大振幅で励振することが可能であるが、試料の特性の経時変化などのため長時間にわたって試料を同一振幅の共振状態に保持することは一般に困難であって実用的でなく、後者が用いられねばならない。試作装置の場合、試料を励振できる最高周波数は 60 Hz であるため、この周波数で試料を励振するのが最も能率的である。したがって試験片の寸法を共振周波数がこの値よりやや高くなるように選ぶのがよいが、試験片の形状寸法が定められていて共振周波数が 60 Hz 以下となる場合には、その共振周波数よりやや近い周波数で励振を行なうのが効果的である。Fig. 7 は励振ノズル N-3 を用いるとして、一樣な幅で長方形断面の任意の試験片の振れと作動圧の関係で、これを用いて必要な試験片の振れ幅の概略値をあらかじめ定めることができる。Table 3 は隣青銅の 2 個の試験片に対して、これを利用して求めた振れ幅と実験値との比較である。

この装置は金属薄板の試験を目的として製作された

Table 2 Experimental results

No.	material	thickness [mm]	width [mm]	length [mm]	specific weight [g/cm^3]	resonant frequency [Hz]	Young's modulus (experimental) ($\times 10^9 \text{ kg/mm}^2$)	Young's modulus (physical table) ($\times 10^9 \text{ kg/mm}^2$)
1	iron	0.568	7.1	110.0	7.86	36.03	20.998	21.0
2	titan copper	0.487	2.7	80.0	8.84	45.78	12.117	12.0
3	phos. bronz (A)	0.105	5.1	50.0	8.86	23.12	10.496	11.0
4	〃 (A)	0.105	3.3	50.0	〃	23.07	10.464	〃
5	〃 (B)	0.146	3.0	50.0	8.87	23.33	11.130	〃
6	〃 (C)	0.189	3.3	70.0	8.90	20.87	11.014	〃
7	〃 (D)	0.250	5	70.0	8.91	28.86	10.999	〃
8	〃 (E)	0.305	3.2	70.0	8.87	34.84	10.858	〃
9	〃 (F)	1.2	10	180.0	8.95	20.46	10.72	11.0 (11.1*)

* experimental value by Euing's method

Table 3 Comparison between the experimental amplitude of vibration of specimen and the estimated one based on Fig. 7

material	thickness [mm]	width [mm]	length [mm]	operating range [kg/cm^2]	value of K	amplitude [mm]	
						experimental	estimated
phos. bronz	0.305	5.4	68.0	0.19~0.3	1.86×10^2	0.48~0.51	0.5
〃	0.305	5.4	68.0	0.34~0.76	1.86×10^2	1.16~1.19	1.18
〃	0.105	5.1	48.5	0.16~0.31	1.753×10^3	4.3~4.6	4.2

gap between nozzle and specimen=6~12 mm,
specimen : with rectangular section, equal width :

$$K = \left(\frac{l^3}{bh^3E} \right) / K_0 \quad (l: \text{length of specimen, } b: \text{width, } h: \text{thickness,})$$

$$(E: \text{Young's modulus, } K_0=1.0 \text{ mm/kg})$$

Fig. 7 A diagram to estimate for vibration amplitude of specimen with nozzle N-3

Table 4 Experimental results applied to non-metallic materials

material	thickness [mm]	width [mm]	length [mm]	specific weight [g/cm³]	resonant frequency [Hz]
drawing paper	0.242	12.0	70.0	0.855	1.997
photographic paper	0.248	12.0	70.0	1.084	2.466
Japanese paper	0.227	12.0	67.5	0.672	2.137
photographic film	0.130	12.0	50.0	1.342	1.517
polyester	0.067	12.0	70.0	1.331	0.311
vinyl chloride	0.97	5.0	70.0	1.386	4.976

ものであるが、試験片の材質による制限はないので金属以外の各種の物質について同様な振動試験を行なうことができる。Table 4 は、紙、プラスチックなどの薄板片試料に対して共振周波数を求めた実験結果であ

るが、これらの観測値が金属のヤング率に相当する“こしの強さ”に対応することを利用して、これら軟質材料の試験研究に応用することが考えられる。なお、これらの実験にさいして、試料の振動状況はかなり鋭い共振特性を示した。

4. 結 言

以上のべたことを要約すると以下になる。

1) 傾斜円盤の回転と、その直径上に近接して取りつけた2つのノズルにより発振した正弦波状空気圧を、別に設けた対称に配置されたノズルの1組に導いて薄板状試料に励振力をあたえる機構について提案した。2) 実験装置によりその主要部の特性（発振回路の静特性と動特性、ノズル背圧と励振力との関係）についてしらべ検討を行なった。3) 試作装置を使用して各種金属試験片の弾性係数を測定し、その有効性を確かめた。

この装置は金属試料の弾性特性試験を目的として製作されたものであるが、試験片の材質によらずそのままの状態で試験が可能であるため、せいの、プラスチック、ファイバーなどの軟質材料の可撓性試験、疲労試験などへ幅広い応用が可能であると思われる。

参 考 文 献

- 1) JIS H 3801-1966 片持はり式ばね限界値測定法
- 2) DIN-50151 Federblech Biegeversuch mit Feinmessung
- 3) Measuring the thermoelastic coefficient of metallic diaphragm materials H.R. Holmes
- 4) 梅川：片持横振動による弾性係数の測定について、機械学会論文集、19-84、111/115 (1953)
- 5) R. M. Davies & I. Thomas : A Dynamical Method for the Measurement of Young's Modulus for Imperfectly Elastic Metals, and application of the Method to Nickel and some of its Alloys. Phil. Mag. S. 7, 23-154, 361/397 (1937)
- 6) F. Kohlrausch : Praktische Physik, F. Henning, 94 (1935)
- 7) 山本：傾斜円盤を利用した空気の信号発生機とその応用、計測と制御、2-12、988/993 (1963)