角速度測定のための He-Ne リングレーザの基礎実験[†]

桜 井 慧 雄

計量研究所 東京都板橋区加賀 1-10-4

(昭和 47 年 5 月 8 日 受付)

Preliminary Experiments with an He-Ne Ring Laser for the Angular Velocity Measurement

Toshio SAKURAI

(National Research Laboratory of Metrology, Itabashi-ku Tokyo)

(Received May 8, 1972)

Turning an He-Ne ring laser ($0.6328\ \mu\text{m}$, triangular cavity, one or two D.C. discharge gain tubes) on a rotating table, the beat signal generated by the optical mixing of the clockwise and counter-clockwise laser beams has been observed. Simultaneously, the relation between the angular velocity and the beat frequency has been measured.

It is found that the frequency, waveform, and amplitude of the beat signal are extremely unstable in the region near the lock-in rate, and that the beat frequency has a linear relation to the angular velocity in the region far above the lock-in rate. The beat frequency from a ring laser with one gain tube has a bias from the expected value in the absence of mode-pulling effects by Langmuir flow. It is found that the magnitude of the bias increases monotonically with that of the discharge current in the region of 12-18 mA, and to be about 1 kHz at 18 mA. The direction of the bias depends on that of the discharge current and on that of the ring laser rotation. The possibility of achieving zero bias frequency is experimentally shown using a ring laser with two gain tubes.

An improvement of the ring laser devices is suggested in consideration of the analysis made on the various causes of the noise in the beat signal. The conditions to operate a ring laser as a practical equipment for the precise measurement of the angular velocity are discussed.

1. ま え が き

光波の干渉を使った角速度測定には、二光束干渉計による Sagnac¹⁾ や Michelson と Gale²⁾ の実験がある。これらの方法は、回転にともなう干渉縞の移動量から角速度を求めるものであり、測定感度が極めて低いことが難点であった。しかしながら、Heer³⁾ や Rosenthal⁴⁾ によって提案され Macek⁵⁾ によって始めて実験されたリングレーザでは、リング共振器内で互いに逆方向に進行波発振するモード間の光ビート信号

から角速度が検出でき、レーザ光の有するきわめて高い周波数とスペクトル線純度によって原理的には非常に高い感度が得られる。

その反面、リングレーザを現象的にみるならば、共振器内にレーザ活性物質をもつ発振器であるために、発振周波数が mode-pulling, mode-pushing, mode-coupling, mode-competition らの非線形現象に影響され、さらにこれらの現象は外来雑音と敏感に相互作用を起こすので、得られるビート信号の特性が不安定になりやすい。ビート信号の解析は一般にきわめて複雑で、理論的実験的研究報告も数多く出されている^{6)~13)}。

[†] 応物学会 (昭 45・01), 電気通信学会量エレクトロニクス研究会 (昭 47・5) で発表

本研究では、三角形の光路をもつ He-Ne リングレーザ (0.6328 μm) を試作し、これについて (1) リングレーザの回転によって分離されるべきモード間の結合 (これを lock-in と呼ぶ) を生じる角速度領域でのビート信号の発生状態の観測, (2) 角速度とビート周波数の定量的な関係の実測, (3) レーザ管の直流放電電流がビート信号に及ぼす影響, などの測定実験の結果を報告し, リングレーザを高精度角速度測定器として応用するための条件について考察している。

2. 角速度測定の原理

リングレーザで発振する二方向の進行波 (以下, 時計方向回りを CW, 反時計方向を CCW と略記) の発振周波数は, 角速度 Ω の回転により次式で与えられる周波数差 $\Delta\nu$ を生じるので^{4), 12), 13)*1}, $\Delta\nu$ を 2 つの進行波間の光ビート信号として検出すれば角速度を測定できる。

$$\Delta\nu = \frac{4S \cos \phi}{\lambda L} \Omega \quad (1)$$

3. 実験装置と測定系

Fig. 1 および Fig. 2 の実験装置において, 三角形共振器に用いた反射鏡 M_1 は曲率が 3 m, 波長 0.6328 μm で入射角 30 度に対する反射率 (以下 R_i と略記) は, $R_1=99.8\%$ である。 M_2, M_3 はともに平面鏡で, $R_2=99.8\%$, $R_3=99.5\%$ である。

レーザ管は, 実験室製の同位元素封入管 (長さ 47 cm, He³:Ne²⁰=8:1, 封入ガス圧 2 Torr) 2 本, 市販のもの (長さ 50 cm, 天然組成ガス封入) 1 本を用いた。励起法はいずれも直流放電である。

共振器の 1 周の光路長は 166 cm に選んだので, 縦モード間隔の計算値は約 180 MHz になる。しかし, 実際に発振をさせ, 横モードが単一スポットの状態, 回転テーブル RT の静止時にファブリペロ干渉計を用いた観測では, 1~2 本の縦モードでの発振しか得られていない。発振モード数が少ないのは, 共振器の損失が多いために発振の閾値が上がり, 利得曲線の中央付近のモードのみが発振したと考えられる。

光ビート検出のための波面合わせは, RT を静止させ, ピンホール P_2 上に CW 光と CCW 光による干渉縞を出して調整した。実験では, P_2 の直径と干渉縞の間隔をそれぞれ 2.5 mm ϕ および 5 mm に選ん

Fig. 1 Optical and mechanical system of He-Ne (0.6328 μm) ring laser. RT: rotating table made of dularumin (96 cm in diameter and 3 cm thick), O: axis of rotation, HNL: laser tube, M_1, M_2, M_3 : laser mirrors, M_4, M_h : total and half reflecting mirrors, BE: beam expander with a magnification of ten, PL: prism, P_1, P_2 : 1.8 mm ϕ and 2.5 mm ϕ pinholes, PS_1, PS_2 : prisms with a 0.1 mm slit, GP: glass pipe, PM_1, PM_2 : photomultipliers, PEM: photoelectric microscope, DCM: DC-motor for driving RT, SB: string belt, L: small lamp, the distances between M_1 and M_2 , M_2 and M_3 , and M_3 and M_1 are 60 cm, 53 cm, and 53 cm respectively

Fig. 2 Bird's-eye view of ring laser system

だ。

プリズム PS_1 および PS_2 は RT の周上に固定され, それらにはスリットをアルミ蒸着してある。2 個のスリットと RT の回転中心 O で作る中心角は 23.34 度である。光頭顕微鏡 PEM は, その光軸とスリット位置との一致を検出する。 PS_1 および PS_2 のスリットで得た 2 個の一致信号の時間間隔からは, RT の平均角速度を算出する。ランプ L はスリットの照明に用いる。

*1 (1) 式は mode-pulling を始めとする非線形現象が無視できるほど小さい場合を表わす。ここで, S は共振器の閉光路が囲む面積, λ は発振波長, L は共振器の周長, ϕ は S 面に立てた法線がリングレーザの回転軸 O となす角である。

Fig. 3 Electronic system for simultaneous measurement of beat frequency and angular velocity

Fig. 3 はビート信号の周波数測定および回転テーブルの角速度測定系のブロック線図である。実験では、ビート信号の周波数精密測定および回転テーブルの平均角速度の測定を、それぞれ独立の方法でかつ同時測定し、両者の関連を調べた。

4. 実験結果

4.1 1 オシロスコープで観測したビートの発生状態

市販レーザ管 1 本で構成したリングレーザを CW 方向放電で動作させた実験の結果、ビート信号の性質を便宜上次の 3 つの領域に分類できた。

(1) 消滅領域：角速度 0 から mode lock-in を起こす角速度 lock-in rate までで、通常ビート信号は発生しない。

(2) 非直線領域：lock-in rate からそれより少し速い角速度までで、今回用いたリングレーザでは約 1 ~ 2 kHz のビート信号が出る範囲に相当する。ビート信号は非常に不安定で、カウンタによる周波数測定は困難である。

(3) 直線領域：非直線領域より速い角速度領域で、安定なビート信号が得られる。

Fig. 4 は、リングレーザを非直線領域での一定角速度 Ω で回転中に、観測されたビート信号の周波数および振幅の経時変化を定性的に示した図である。この領域では、ビート信号が発生と消滅の反復をする点の特徴である。ビート信号が発生してから準安定な周波数 ν_0 になるまでの時間 t_b 、 ν_0 から信号が消滅するまでの時間 t_d 、信号が消滅している時間 t_0 などは、 Ω の増加に対して、いずれも零となった。いっぽう、準安定な周波数および振幅の信号が得られる時間 t_s 、信号が発生している時間 t_1 は、 Ω の増加に対して $t_s/t_1 \rightarrow 1$ となった。 ν_0 を約 2 kHz 以上になると、周波数および振幅の経時変化がない安定したビート信号が得られた。

lock-in rate の観測では、角速度を連続的に変化さ

Fig. 4 Time-dependent characteristics of beat frequency and amplitude at a constant angular velocity Ω near lock-in rate (in the non-proportional region). The signal is repeatedly discontinued during the periods of t_0, t_0' , so on, while the frequency and amplitude are unstable during the rest of periods, t_1, t_1' , so on. ν_0 represents the quasi-stable frequency and A_0 the quasi-stable amplitude

せる必要がある。この実験では、lock-in rate 近傍でビート周波数の角速度に対する変化率がきわめて大きいこと¹³⁾を利用し、停止していた信号が発生し始めた直後のビート周波数およびその逆の場合の周波数をブラウン管上で読み、後述する Fig. 6 のグラフを用いて lock-in rate を外挿する方法をとった。このような手法で求めた CW と CCW 回転に対するビート周波数はいずれも約 1.3 kHz となり、放電電流の向きが CW で 18 mA のとき、CW と CCW 回転に対する lock-in rate は、それぞれ約 0.28 および 0.08 度毎秒となった。なお lock-in rate に対して、用いた装置の精度と測定法では数値的に表現できない程度の小さな履歴特性が観測された。

リングレーザの静止時にもビート信号の発生が観測された。信号の経時変化は非直線領域の場合に類似するが、その領域が発生および消滅の反復であるのに対し、静止時のものは偶発的な単発現象である。

Fig. 5 は代表的なビート波形の写真である。(a), (b), (c) は非直線領域、(d) は直線領域のものである。Fig. 5(a) の三角波は Fig. 4 の P_1 と P_2 点付近でみられ、Fig. 5(b), (c) のサイクロイド波は Fig. 4 の P_2 と P_3 点付近で観測された。また P_2 から P_3 の間は正弦波である。波形の変化は滑らかであり、たとえば三角波からサイクロイド波へ階段状に変化することはなかった。直線領域では連続した正弦波が得られるが、突発的に発生した雑音のために数秒間信号が観測できなくなったり、信号出力が零になったりすることが観測された。この主な原因は、CW と

Fig. 5 Wave-forms of typical beat signal above lock-in rate (in the non-proportional region). Frequencies of a, b, c and d are about 0.6, 2.2, 1.0, and 10.8 kHz, respectively

	(a)	(b)	(c)	(d)
vertical axis sensitivity [volt/div]	0.5	0.5	0.5	0.1
horizontal axis sensitivity [μ s/div]	500	500	500	50
angular velocity [deg/s]	0.335	0.335	0.335	1.403

Direction of ring laser rotation is CW.
Direction of discharge current is CW at 15 mA

CCW 光の間の mode-competition によると考えられる。

4.2 ビートの周波数測定と直流放電電流の影響

Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 は角速度とビート周波数の関係を、レーザ管の放電電流を助変数にとり、直線領域において測定した結果である。

Fig. 6, Fig. 7 では市販レーザ管 1 本を用いた。Fig. 8 では、同位元素レーザ管 2 本を同時に用い、それらの放電電流の値を等しくし、その方向を互いに逆の配置にした。これらの図で、点線は (1) 式に実測した S と L を代入し、 $\mu=0.6328 \mu\text{m}$ および $\phi=0$ において求めた計算値であり、実験値がほぼ計算値と等しい勾配の直線に載り、角速度とビート周波数が比例関係にあることがわかる。

Fig. 6 Frequency shift of beat signal by Langmuir effects. One gain-tube filled with natural He and Ne gases was used. Direction of discharge current is CW

Fig. 7 Frequency shift inverted by the opposite direction of discharge (CCW). The configuration of ring laser, and the meaning of (1) to (4) and (T) are the same as fig. 6

Fig. 6, Fig. 7 において、実験値は計算値をはさんだ直線上にあるが、それらの計算値からのずれは Langmuir flow の効果と呼ばれ、直流放電でレーザ管の毛細管部分に生じた方向性の活性ガス流の影響を使って説明されている¹⁴⁾。これらの図から Langmuir flow による周波数バイアスは、 $I=12 \text{ mA}$ の時には約 600 Hz, $I=18 \text{ mA}$ のときには約 1 kHz となるので、この電流範囲においては、電流と周波数バイアス間に単調増加の関係があるといえる。また放電方向の逆転が周波数バイアスの方向を逆転させることもわかる。

Fig. 8 では、周波数バイアスが約 200 Hz となり、Fig. 6, Fig. 7 での $I=12 \text{ mA}$ のバイアスに比して約 1/3 となる。すなわち、2 本の等しい特性のレーザ管の放電電流を等しくかつ互いに逆向きにとれば、Langmuir flow の影響が抑制されるとみなされる。

Fig. 8 Beat frequencies of the ring laser with two gain-tubes of the same type. The gain tubes are filled with He³ and Ne²⁰ isotope gases but current directions are CW and CCW, respectively

Fig. 9 Standard deviations of measured beat frequencies. (A) to (F) are as follows

	gain tube	direction & magnitude of discharge current
A	one, natural gases	CW 18 mA
B	〃	CW 18
C	〃	CCW 18
D	〃	CCW 18
E	two, isotope gases	compensation, 11 mA
F	〃	〃

Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 の各点は、横軸に平均角速度、縦軸には約 10 個の実測したビート周波数値の平均を用いた。Fig. 9 はこれらの周波数平均値と標準偏差の関係で、Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 の測定精度を示す。Fig. 9 から、市販レーザ管 1 本を用いた測定 A~D の標準偏差がおおよそ 50~400 Hz の間にあるのに対し、同位元素レーザ管の場合はその値が約 3 倍あることがわかる。

5. 考察および結論

リングレーザを精密測定に応用するには、ビート周波数を角速度だけの関数とすることが測定値の精度や再現性を保つ上に望まれるが、ビート信号の特性や

S/N 比は、外来雑音やレーザ発振の機構に付随する諸現象に大きく影響される。

lock-in rate 付近では、角速度に対するビート周波数の変化率がきわめて大きく¹³⁾、lock-in rate 自体も履歴特性をもつから、ビート信号が間歇的になる現象は、回転テーブルのごくわずかな角速度のゆらぎが、ビート周波数や振幅の上に拡大された形で現われたものと考えられる。回転テーブルの角速度が高い精度で一定である必要性は、すべての角速度領域において、非線形現象のビート信号へ与える影響を精密に調べる上で最も基本的な要素の 1 つであるから、今よりさらに高い精度で定速回転のできるテーブルの作成が課題となる。

Fig. 6, Fig. 7 で示したとおり、回転テーブルの角速度を決めても回転の方向により発生するビート周波数が異なる。いいかえると、リングレーザが正味として受ける角速度 Ω_{net} は、回転テーブルの角速度成分と Langmuir flow によって与えられた角速度成分等の結合されたものといえる^{*2}。

たとえば、Fig. 6 で $I=18$ mA の CCW 回転に対するビート周波数は、(1) 式で与えられる理論値に比べて約 1 kHz 高いが、この値は、Langmuir flow のために CCW 方向へ約 0.1 度毎秒の角速度が与えられているといつてよい。ここで使用したリングレーザの lock-in rate は、CCW 回転では約 0.08 度毎秒、CW 回転では約 0.28 度毎秒であるから、これらの値に Langmuir flow による角速度成分の補正を加えると、 Ω_{net} がそれぞれ約 0.18 度毎秒となる。

静止ビートに関しては、外来雑音がリングレーザに角速度成分を与えるように働き、 Ω_{net} が約 0.18 度毎秒を越えたときに発生したビート信号ではないかと考えている。特に、Langmuir flow の影響がでるリングレーザでは、静止時でもバイアス角速度が与えられていることになるから、雑音で与えられる角速度成分の方向がそれと同一方向のときは、高周波励起や Langmuir flow 補償形リングレーザに比べて、 Ω_{net} が lock-in rate を越す確率は高いといつて良い。これらのことより、測定系に施す十分な防振、光学素子の機械振動に対する強化、電源雑音に対するフィルタの強化により外来雑音をさらに少なくすることは、

*2 理論的には、地球の自転による角速度成分も加えなければならないが、この実験では、その影響が無視できるほど小さい。装置の設置点を北緯 35 度 30 分として計算すると、自転による (1) 式の理論値は、Fig. 1 で示したリングレーザで $\Delta\nu \approx 21$ Hz となる。これを回転軸 O のまわりの角速度に換算すると、約 0.003 度毎秒に相当する。

回転テーブルの角速度安定化と同様な意味においてさらに留意しなければならない点となる。

外部鏡形リング共振器を回転させる場合、それに伴う空気の攪拌や流れで共振器光路の空気の屈折率にゆらぎを生じる。実験では、これらの空気の擾乱がビート信号へ与える影響をできるだけ少なくするために、Fig. 1 のようにガラスパイプを共振器内に挿入した。しかしその効果が十分でなかった場合、共振器を構成している光学素子の機械的な振動などが上記の振動に加わり、1 周の光路長が比較的速い周期でゆらぐ。これらのゆらぎは、ビート周波数の測定値にばらつきを与える直接の原因となる。空気の攪拌の影響を防止するためには、リング光路を外気から完全に遮断した外部鏡形共振器を使うか、あるいは内部鏡形を用いるような対策が必要である。

レーザ管に封入する He と Ne の混合ガスに、 He^3 と等混合比ネオン ($\text{Ne}^{20} : \text{Ne}^{22} = 1 : 1$) を使えば、 He^3 と Ne^{20} の混合ガス使用の場合に比べて mode-pulling, -pushing, -competition の影響を軽減できることが Hutchings らの実験によって示されている¹⁵⁾。いっぽう、本実験では、実測した周波数値のばらつきを表わした Fig. 9 において、等混合比ネオンの状態に比較的近い天然組成ガス封じの市販レーザ管の方が、同位元素レーザ管のリングレーザに比べてばらつきが小さい。このことは、本実験で得た測定値のばらつきが、mode-competition によって相当支配された可能性の裏付けといえる。しかしながら、ここで行なった縦モードの数および利得曲線に対する発振位置の測定では、回転時での状態を知ることができず、現在行なった以上の解析は困難である。いっぽう、これらのことから、ビートの雑音を減らすためには、使用するレーザ管に合わせて、同位元素ガスの選択、混合比、封入圧力、などを決める必要性が生じる。

実用的な角速度測定においては、消滅領域や非直線領域の存在が大きな障害となる。本質的にそれらの領域をなくすことは、「CW 光と CCW 光間に存在するエネルギー的な結合、すなわち、レーザ管内の浮遊塵およびレーザ鏡やブリュースタ窓などによる光の後方散乱、を無視できる程度まで減少させること」といわれているが、Aronowitz¹⁶⁾が示しているごとく、片方の進行波の強度のうち 10^{-5} 程度の後方散乱の存在が消滅領域や非直線領域を生ぜしめるので、後方散乱をそれ以下まで減らすことはきわめてむずかしいと思われる。実際的には、リングレーザに非直線領域を逃げられる周波数バイアスをかけ、直線領域だけを用いて角速度測定をおこなう方法がとられる¹⁷⁾。しかしながら、

このような手段を用いた場合の測定精度はバイアスの安定度に大きく支配されるので、方法の選択には十分な検討が必要である。

Fig. 6, Fig. 7 のグラフで、直流放電電流の増加が、ビートの周波数バイアスを大きくすることを述べた。しかしながら、Aronowitz ら¹⁸⁾によれば、放電電流による周波数バイアスの大きさは、毛細管内の活性原子の流速と利得の積に比例する。流速は放電電流の大きさに比例するとしても、利得はそれに対して極大値をもつ関数となるから、放電電流の増加が必ずしも周波数バイアスの増加に結びつかない。しかし、毛細管内径やガスの混合比と圧力等をあらかじめ調整したレーザ管を用いて lock-in 現象が除ければ、他の方法に比べて機械的な安定性および装置の簡便さの点で有利な手段となる。

精密角速度測定に使うリングレーザにおいても発振周波数の安定化が必要である。なぜならば、ある角速度で得られるビート周波数は、回転によって分離した縦モードがそれぞれ受ける mode-pulling の差に大きく支配されるが¹⁴⁾、その差は利得曲線に対する共振器の同調位置に依存するからである。一般に発振周波数は、共振器の熱膨張などによってゆっくりと利得曲線上を掃引されるが、ちょうどそれが利得曲線の中心に対して対称になったときに、最も強い mode-competition が生じるので^{6), 15)}、ビート信号はその時最も不安定になる。実験で観測された直線領域で極端にビート信号が乱れる現象は、このような状態とみなせるので、リングレーザの場合の周波数安定化は、たとえば Catherin ら¹⁹⁾の方法のように、非線形現象の影響を受けにくいドップラー利得曲線上の位置に発振周波数を固定するという意味をも有する。いっぽう、測定値の解析の容易さからは、単一スポットで単一周波数発振をするリングレーザが有利であるから、このようなリングレーザと発振周波数の安定化、さらには封じ込むガスの仕様をも合わせて考える必要がある。

6. 謝 辞

本研究遂行にあたり、終始激励および助言をいただいた計量研究所の田中敬一氏、および測定に当たって御助力いただいた同岩崎茂雄氏に心から謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) G. Sagnac : J. Phys. Radium, Vol. 4, p. 177 (1914)
- 2) A. A. Michelson & H. G. Gale : Nature, Vol. 115, p. 566 (1925)
- 3) C. V. Heer : Bull. Amer. Phys. Soc., Vol. 6, p. 58 (1961)

- 4) A. H. Rosenthal : Regenerative Circulatory Multi-Beam Interferometry for the Study of Light-Propagation Effect, J. Opt. Soc. Amer., **52**-10, p. 1143 (1962)
- 5) W. M. Macek & D. T. M. Davis, Jr. : Rotation Rate Sensing with Traveling-Wave Ring Laser, Appl. Phys. Lett., **2**-3, 67 (1963)
- 6) F. Aronowitz: Theory of a Traveling-Wave Optical Maser, Phys. Rev., **139**-3 A, A 635/A 646 (1965)
- 7) S. A. Collins, Jr. : Analysis of Optical Resonators Involving Focusing Elements, Appl. Opt., **3**-11, p. 1263 (1964)
- 8) P. H. Lee & J. G. Atwood : Measurement of Saturation Induced Optical Nonreciprocity in a Ring Laser Plasma, IEEE J. Qua. Elec., Vol. 2, p. 235 (1966)
- 9) B. K. Garside : Mode Pulling in Ring Lasers, IEEE J. Qua. Elec., **QE**-5-2, p. 97 (1965)
- 10) F. Aronowitz: Loss Lock-in in the Ring Laser, J. Appl. Phys., **41**-6, p. 2453 (1970)
- 11) F. Aronowitz : Single Isotope Laser Gyro, Appl. Opt., **11**-2, 405/412 (1972)
- 12) C. V. Heer : Resonant Frequencies of an Electromagnetic Cavity in a Accelerated System of Reference, Phys. Rev., Vol. 134, A 799/A 804 (1964)
- 13) F. Aronowitz : Laser Applications, Vol. I, p. 133 (1971), Academic Press (1971)
- 14) T. J. Podgorski & F. Aronowitz : Langmuir Flow Effects in the Laser Gyro, IEEE J. Qua. Elec., **QE**-4-1, 11/18 (1968)
- 15) T. J. Hutchings, J. Winocur, R. H. Durrett, E. D. Jacobs & W. L. Zingery : Amplitude and Frequency Characteristics of a Ring Laser, Phys. Rev., **152**-1, 467/473 (1966)
- 16) F. Aronowitz : Lock-in and Intensity Interaction in the Ring Laser, J. Appl. Phys., **41**-1, 130/141 (1970)
- 17) 田中：レーザーとその計測への応用——速度、角変位、方位の測定——, 光学ニュース, No. 100, 17/25(1968)
- 18) F. Aronowitz & R. J. Collins, Jr. : Mode Coupling due to Backscattering in a He-Ne Traveling Wave Ring Laser, Appl. Phys. Lett., **9**-1, 55/58 (1968)
- 19) J. M. Catherin & B. Dessus : Traveling-Wave Laser Gyrocompass, IEEE J. Qua. Elec., **QE**-3-11, 449/453 (1967)