計数はかりのミスカウントの確率†

増尾 竜一*・前田 親良*・三船 忠志*

村上 和雄**・谷本 三千秋***

* 大阪工業大学 大阪市旭区大宮 5-16-1

** (株)村上衡器製作所 大阪市旭区赤川 2-10-31

*** 大和製衡(株) 明石市茶園場町 5-22

(昭和 47 年 10 月 9 日 受付)

Probability of Miscounts on Counting Many Parts with Counting Scale and with Roberval Balance

Ryūichi MASUO*, Chikayoshi MAEDA*, Tadashi MIHUNE*,

Kazuo MURAKAMI** and Michiaki TANIMOTO***

(* Osaka Institute of Technology, Osaka)
(** Murakami Kōki Co., Ltd, Osaka)
(*** Yamato Scale Co., Ltd Akasi)

(Received October 9, 1972)

There are two common methods for counting many small machine parts using a balance.

One of these consists of using a counting scale which has a large mechanical advantage l , and the other consists of repeatedly using a Roberval balance which has equal arm lengths. The former method counts $(l+1)N$ parts directly, and the latter method counts $2^n N$ parts after using the balance n times, where N is the initial number of parts.

The present paper is concerned with the analysis and with the comparison of the probability of miscount in these methods. The analysis is based on the assumptions that the distribution function of population of these many machine parts is always a normally distributive function which has a mean value w and a standard deviation σ , and that both types of balance are always accurate.

As a result of fundamental analysis based on elementary statistics, it becomes evident that the probability of miscount is far larger in using the counting scale than in using the Roberval balance. The probability of miscount in relation to the resultant number of parts is presented graphically for each type of balance.

1. ま え が き

機械の製造工程や、組立て工程においては、ビスやナットなどいわゆる小物の機械部品を多数取り扱うことが多い。このような場合、部品の個数を正確には握しておくことは生産管理上きわめて有用である。

このように小さい部品の大きい個数を能率よく数えるには、これらの個々の部品の重量のばらつきが、そ

の平均値と比較して比較的揃っている場合には、あらかじめ小数の部品数 N 個を数えておき、てこ比 l の比較の大きいはかりのつり合いを利用することによって $(l+1)N$ 個の計数を一度に行なういわゆる計数ばかりが用いられることが多い。

しかしながら計数はかりは普通は計数専用に製作され、他の目的に転用することが不便で、製作台数も少なく、はかりの値段も、同一程度のひょう量で同じような性能の他の形式のはかりと比較して一般に高価で

† 第 11 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 47・8)

あるから、通常の上皿天秤などを反覆くり返して用いることにより計数することも一般の工場などでは広く行なわれている。

その方法はあらかじめ計数した小数 (N 個の部品を等比上皿天秤の一方の皿にのせ、つり合うまで他方の皿に部品をのせ、つり合わせた後一方の皿の部品を他方に移し、次はこの $2N$ 個の部品につり合うまで、空の皿に部品をのせるやり方で、 n 回つり合わせを行なえば、 $2^n N$ 個の部品の計数を行なうことができる。

本論文は通常の計数はかりと、等比形の上皿天秤を用いた計数において、はかりは常に正確で、ただ、はかれる部品がばらつきを持っているために生ずるミスカウントの確率を統計学的に比較検討したものである。

この場合、部品のばらつきがどのような形になるかは、その部品の製造工程等も関連して、議論のある所であるが、ここでは最も無難な形として、その平均値が w_g で、ばらつきの標準偏差が σ_g の正規分布として計算をすすめることとした。

このようにして比較検討を行なった結果、通常の計数ばかりによるよりも、等比形上皿天秤を用いたほうが、ミスカウントの確率をはるかに小さいことがわかったので、等比形上皿天秤を計数ばかりとして使用するのに便利なような、電子式倍数計算装置を組みこんだ、等比上皿形計数ばかりを開発したので、あわせて発表する。

2. てこ比 l の計数ばかりによる ミスカウントの確率

Fig. 1 は、てこ比 l の計数ばかりにおいて右小皿

Fig. 1 Schematic diagram of counting scale

に N 個の部品をのせ、左大皿にのせた lN 個の部品とつり合わせた状態を示す。

仮定によりてこは正確であるとする。

N 個の部品は仮定より、その平均値が w_g で、標準偏差が σ_g の正規分布をした母集団から無作為に抽出したものであるから、 N 個の部品の重量として支点 C に下向きにかかる力 f は、その平均値が wN_g で、標

準偏差が $\sqrt{N}\sigma_g$ の正規分布となり、この力 f はてこによって正確に l 倍に拡大されて A 支点で上向きに働くから、この力 lf は、平均値が lwN_g で、標準偏差が $l\sqrt{N}\sigma_g$ の正規分布となる。

次に左皿にかかった lN 個の部品の重量 f' はその平均値が lwN_g と右皿にのった部品の重量 wN_g を l 倍したものと等しくなるが、その標準偏差は $\sqrt{lN}\sigma_g$ となるから、てこを傾ける力 $lf-f'$ は平均値が 0_g で標準偏差 σ_{cg} は、

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \sqrt{(lwN_g)^2 + (\sqrt{lN}\sigma_g)^2} \\ &= \sqrt{l(l+1)N}\sigma_g\end{aligned}\quad (1)$$

となる。

この場合、右皿の N 個を左皿に加えると結果として計数した部品個数 N_c は

$$N_c = (l+1)N$$

で

$$\sigma_c = \sqrt{l+1} \cdot N_c \sigma_g \quad (2)$$

となり、てこ比 l 、部品総数 N_c が大きくなるほど $lf-f'$ のばらつきの標準偏差も大きくなることがわかる。

次に、Fig. 1 の A 点に作用する力 $lf-f'$ を x_c とおいて横軸に x_c 、たて軸に x_c の正規確率密度 $\phi(x_c)$ をとって表わすと、 x_c の平均値は 0 であるから Fig. 2 のようになり

Fig. 2
Relation between $\phi(x_c)$ and x_c

$$\phi(x_c) = \frac{e^{-x_c^2/2\sigma_c^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_c} = \frac{e^{-x_c^2/2lN_c\sigma_g^2}}{\sqrt{2\pi}lN_c\sigma_g} \quad (3)$$

となる。

いま、このような l 倍のてこを使用して計数を行なう場合に、A 点に生ずる力の差 $x_c = lf-f'$ が、部品 1 個の重さの平均値 w の $1/2$ である $\pm w/2$ を超えれば、左側の大きい皿に更に部品を 1 個たすか、または 1 個取りのぞいてやったほうが、より良いつり合いが得られることとなって、結果としてミスカウントを起こすから、ミスカウントしないためには

$$-\frac{w}{2} < x_c < \frac{w}{2}$$

の条件を満足しなければならない。

したがって、ミスカウントしない確率は、この範囲

の正規確率分布 $F_c(x_c)$

$$F_c(x_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot l \cdot N_c \sigma} \int_{-w/2}^{+w/2} e^{-x_c^2/2l \cdot N_c \cdot \sigma^2} dx_c \quad (4)$$

で、ミスカウントする確率 ε_c は

$$\varepsilon_c = 1 - F_c(x_c) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \cdot l \cdot N_c \sigma} \int_{-w/2}^{-\infty} e^{-x_c^2/2l \cdot N_c \cdot \sigma^2} dx_c \quad (5)$$

で与えられる。

3. 等比形のはかりを、くり返し使用した場合のミスカウントの確率

この方法は Fig. 3 に示すように、まず最初 N 個を

Fig. 3 Counting system by Roberval balance

数えて片方の皿にのせ、これにつり合うまで、もう一方の皿に部品をのせる。もしカウントミスがなければ両方の皿にはそれぞれ N 個のついているはずだから、片方の皿の部品をもう一方に移して $2N$ 個とし、2 回目のつり合いはこの $2N$ 個、3 回目のつり合いは $2^2 N$ 個 n 回目は $2^{n-1}N$ 個の部品同志でつり合いを取る、かくして n 回目の測定まで一度もミスカウントしなければ、その状態での両皿の部品数の合計は $2^n N$ 個となり、 n 回で $2^n N$ 個の計数を行なうことができる。

この場合、はかりは正確にできていると仮定しているから、右皿上の部品重量 f_{t1}' はてこにより左皿に移され、左皿にのった部品重量 f_{t1} とつり合うが、 f_{t1}, f_{t1}' はどちらも平均値が wN_g 、標準偏差が $\sqrt{N}\sigma_g$ である。

そこで f_{t1} と f_{t1}' の差を x_{t1} とすると $x_{t1} = f_{t1} - f_{t1}'$ は平均値が O_g で、標準偏差が $\sigma_{t1} = \sqrt{2N}\sigma_g$ の正規形の分布となる。いま、 $N_1 = 2^1 N$ 、 $N_2 = 2^2 N$ 、...

$N_n = 2^n N$ として 1 回目、2 回目、... n 回目のつり合いで計数される部品数を $N_1, N_2, \dots, N_n$ で表わすことにすれば、 $x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn}$ はいずれも平均値が O_g で、標準偏差が $\sqrt{N_1}\sigma_g, \sqrt{N_2}\sigma_g, \dots, \sqrt{N_n}\sigma_g$ の正規分布となる。

この場合、1 回目のつり合いでミスカウントを行わないためには、

$$-\frac{w}{2} < x_{t1} < \frac{w}{2}$$

の条件を満足しなければならない。また $x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn}$ の正規確率密度は

$$\left. \begin{aligned} \phi(x_{t1}) &= \frac{e^{-x_{t1}^2/2 \cdot 2^1 N \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2^1 N} \sigma} = \frac{e^{-x_{t1}^2/2N_1 \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} N_1 \sigma} \\ \phi(x_{t2}) &= \frac{e^{-x_{t2}^2/2 \cdot 2^2 N \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2^2 N} \sigma} = \frac{e^{-x_{t2}^2/2N_2 \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} N_2 \sigma} \\ &\vdots \\ \phi(x_{tn}) &= \frac{e^{-x_{tn}^2/2 \cdot 2^n N \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} \sqrt{2^n N} \sigma} = \frac{e^{-x_{tn}^2/2N_n \sigma^2}}{\sqrt{2\pi} N_n \sigma} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。いま、たて軸に $x_{t \cdot n-1}, x_{tn}$ の正規確率密度 $\phi(x_{t \cdot n-1})$ 、と $\phi(x_{tn})$ をとって比較すると、平均値はともに O_g で、標準偏差のみが $\sigma_{t \cdot n} = \sqrt{2} \sigma_{t \cdot n-1}$ となり、皿上の個数が倍になれば、標準偏差は $\sqrt{2}$ 倍と大きくなるためつり合わせる個数が倍々と大きくなるにつれて、ミスカウントの確率が急に大きくなることがわかる (Fig. 4)。

Fig. 4 Relation between $\phi(x_t)$ and x_t

いま、1 回目のミスカウントの確率を ε_{t1} 、 n 回目を ε_{tn} とすると

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{t1} &= \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sqrt{N_1} \sigma} \int_{-w/2}^{-\infty} e^{-x_{t1}^2/2N_1 \sigma^2} dx_{t1} \\ &\vdots \\ \varepsilon_{tn} &= \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sqrt{N_n} \sigma} \int_{-w/2}^{-\infty} e^{-x_{tn}^2/2N_n \sigma^2} dx_{tn} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。上式から

$$\varepsilon_{t1} < \varepsilon_{t2} < \varepsilon_{t3} < \dots < \varepsilon_{tn}$$

であることは明らかであり、1 回目から n 回目までのどれかでミスカウントする確率 $\bar{\varepsilon}_{tn}$ は

$$\bar{\varepsilon}_{tn} = 1 - (1 - \varepsilon_{t1})(1 - \varepsilon_{t2}) \cdots (1 - \varepsilon_{tn}) \quad (8)$$

となる*. いま, 確率の一番大きい ε_{tn} が 1 と比較してかなり小さい場合を考えると

$$\bar{\varepsilon}_{tn} \approx \varepsilon_{t1} + \varepsilon_{t2} + \cdots + \varepsilon_{tn} \quad (8)'$$

となることがわかる.

4. 計数ばかりと等比形天びんを反覆使用する場合のミスカウン트의確率の比較

両者の比較は結局 (5) 式の ε_c と (8) 式 $\bar{\varepsilon}_{tn}$ を比較すれば良い. いま, 部品のでき上がり精度を平均値 w と標準偏差 σ の比で $w/\sigma = \lambda$ と表わすことにすると,

$$\sigma_c = \sqrt{l \cdot N_c} \cdot \sigma, \quad \frac{w}{2} = \frac{\lambda \cdot \sigma_c}{2\sqrt{l \cdot N_c}}$$

これより

$$\varepsilon_c = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_c} \int_{-\infty}^{-\lambda \cdot \sigma_c / 2 \sqrt{l \cdot N_c}} e^{-x_c^2 / 2\sigma_c^2} dx_c \quad (9)$$

次に $\bar{\varepsilon}_{tn}$ について考えるために, $\varepsilon_{tn}, \varepsilon_{t,n-1}$ を λ を用いて表わすと,

$$\sigma_{tn} = \sqrt{N_n} \cdot \sigma, \quad \frac{w}{2} = \frac{\lambda \cdot \sigma_{tn}}{2\sqrt{N_n}}$$

$$\varepsilon_{tn} = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{tn}} \int_{-\infty}^{-\lambda \sigma_{tn} / 2 \sqrt{N_n}} e^{-x_{tn}^2 / 2\sigma_{tn}^2} dx_{tn} \quad (10)$$

$$\varepsilon_{t,n-1} = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{t,n-1}} \int_{-\infty}^{-2^{1/2} \lambda \sigma_{t,n-1} / 2 \sqrt{N_n}} e^{-x_{t,n-1}^2 / 2\sigma_{t,n-1}^2} dx_{t,n-1} \quad (11)$$

同様にして

$$\varepsilon_{t,1} = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{t1}} \int_{-\infty}^{-2^{n-1/2} \lambda \sigma_{t,1} / 2 \sqrt{N_n}} e^{-x_{t,1}^2 / 2\sigma_{t,1}^2} dx_{t,1} \quad (12)$$

となる. (10), (11), (12) 式を比較検討してみると,

* もちろん, このほかに 1 回目から $p-1$ 回目までミスカウントせず p 回目 ($1 \leq p < n-1$) で 1 個多く (または少なく) ミスカウントしたものが q 回目 ($p < q < n$) でこれを打消すように 1 個少なく (または多く) ミスカウントして最後には, 結果としてミスカウントしていない状態もある. この確率はたかだか

$$(1 - \varepsilon_{t1})(1 - \varepsilon_{t2}) \cdots (1 - \varepsilon_{tp-1}) \cdot \frac{\varepsilon_{tp}}{2} \cdot (1 - \varepsilon_{tp+1}) \cdots (1 - \varepsilon_{tq-1}) \cdot \frac{\varepsilon_{tq}}{2} \cdot (1 - \varepsilon_{tq+1}) \cdots (1 - \varepsilon_{tn}) < \frac{\varepsilon_{tp} \cdot \varepsilon_{tq}}{4}$$

となるから, p 回目に 1 個ミスカウントして $p+1$ 回目から n 回目までにこれを打消して, 結果としてミスカウトが起こらない確率を ε_{tp}' とすると

$$\varepsilon_{tp}' < \frac{\varepsilon_{tp}}{2} (\varepsilon_{tp+1} + \varepsilon_{tp+2} + \cdots + \varepsilon_{tn})$$

となる. 厳密な証明ではないが n がせいぜい 10 位までの小さい正の整数であることから, ε_{tp}' が ε_{tp} より高次の微小量であることは明白で, 途中で 2 個以上のミスカウントを起こしたものが n 回目までに, これを修正する場合はさらに高次の微小量であると考えられるので, (8) 式の計算はこれらを無視した.

Fig. 5 Relation between $F(x_{t,n})$ and $x_{t,n}$

積分範囲の上限が異なるだけであるから, 横軸に $x_{t,n}$ 軸に $x_{t,n}$ の正規確率分布 $F(x_{t,n})$ をとって Fig. 5 のように表わせば, $x_{t,n} = -w/2$ の $F(x_{t,n})$ が $\varepsilon_{t,n}$ を $F(x_{t,n})_{x_{tn} = (-\sqrt{2}/2)w}$ が $\varepsilon_{t,n-1}$ を $F(x_{t,n})_{x_{tn} = -((\sqrt{2})^2/2)w}$ が $\varepsilon_{t,n-2}$ を表わし, $\varepsilon_{t,n}$ が 1 に比較してかなり小さいような場合は $\varepsilon_{t,n-1}$ から $\varepsilon_{t,1}$ までの値はほとんど無視できることがわかるから, ε_c と $\bar{\varepsilon}_{tn}$ の比較は第 1 近似的には (9) 式の ε_c と (10) 式の ε_{tn} とを比べてもあまり違いがないことがわかる.

いま, 計数ばかりによって計数した値 N_c も, 等比形天びんで計数した値も等しい, $N_c = N_n$ の場合を考えてみると, (9) 式, (10) 式において積分の上限が, $\varepsilon_{t,n}$ の積分の上限は ε_c の上限の $\sqrt{l}$ 倍の絶対値であり計数ばかりのてこ比 l は 1 に比較すればかなり大きい数であるから, ε_c のほうが $\varepsilon_{t,n}$ より大きく, (8) 式の $\bar{\varepsilon}_{t,n}$ と比較しても大きいことがわかる.

Fig. 6 は計数される部品のでき上がり精度を, 部品重量の平均値 w と, 標準偏差 σ の比 $\lambda = w/\sigma$ で無次元化して表わし, $\lambda = 200$ の場合と, $\lambda = 400$ の場合を例にとって, 計数ばかりを用いた場合と上皿天びんを用いた場合のミスカウン트의確率を比較したもので, 計数ばかりの場合は直接 1 回の計数によって得られる両皿の合計数 $N_c = (l+1)N$ を上皿ばかりの場合は倍々と増やしていった $n=8$ つまり 8 回目につり合った両皿の合計数 $N_{t8} = 2^8 N$ を横軸に, ミスカウントの確率 $\varepsilon_c, \bar{\varepsilon}_{t8}$ を (8), (9) 式で計算した結果をたて軸に両対数方眼紙上に表わしたものである. ここで, 計数はかりのてこ比は $l=100, 50, 20$ の 3 通りについて計算した. また, 上皿ばかりはいちおう $n=8$ 回について表示したが (7) 式から明らかとなっており, $\bar{\varepsilon}_{tn} \approx \varepsilon_{tn}$ であるから回数が変わっても, グラフ上に表われる程度の差は生じない. 図からも明らかとなっており, λ が大きく部品の仕上がり精度が良いほどミスカウントの確

Fig. 6 Relation between probability of miscount and number of parts

率が小さいことは言をまたないが、同一精度の部品を計数した場合の比較においては、上皿等比はかりをくり返し用いた方が、計数はかりを用いる場合よりミスカウントの確率が格段に小さく、計数ばかり間の比較においては、てこ比が大きいほどミスカウントの確率が大きいことがわかる。たとえば、 $\lambda=200$ の部品を 1000 個ほどずつはかった場合、上皿等比ばかりで計数を行えば 1 個ミスカウントする割合は 1000 回に 2 回位であるが、計数ばかりでは $l=20$ の場合でも 2 回に 1 回ぐらいの割合でミスカウントする。

5. 倍々計数装置つき等比上皿ばかりの試作

以上の結果計数はかりに比較して、等比上皿ばかりを用いたほうがはるかにミスカウントを起こしにくいことがわかったので、最初に計数値を手動で表示すれ

Fig. 7 Photograph of the counting apparatus

ば、1 回のつり合わせごとに表示の数値が倍々変わっていくような簡単な電子回路を組んで、通常の上皿天びんと組み合わせた計数装置を開発した。Fig. 7 ははかり部と計数回路部の写真である。

6. 結 論

以上の結論として、計数される部品のばらつきが、正規分布をする大量の部品を、計数ばかりと等比上皿天びんを用いて計数を行なった場合について解析した結果、次の結論が得られた。

1. 一般に等比はかりをくり返し用いたほうが、ミスカウントの確率ははるかに小さい。
2. 不等比はかりの場合、てこ比が大きいほどミスカウントの確率は大きくなる。
3. 計数ばかりを用いた場合は (9) 式で、等比形上皿天びんを用いた場合は (8) 式と (10), (11), (12) 式を用いてミスカウントの確率が計算できる。

以上の結果、計数される部品の精度がわかれば、どの程度の個数まで、どの程度の確率で計数できるか、また計数に用いるはかりにはどの程度まで精度を考えて設計すべきかなどが明らかとなった。