論文

非線形摩擦モデルを考慮した板材成形の有限要素法解析

—— 非線形摩擦モデルによる板材成形性の評価に関する研究 第3報 ——

橋本 浩二* 磯貝 栄志* 吉田 亨*

栗山 幸久* 伊藤 耿一**

Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Taking Account of Nonlinear Friction Model

——Assessment of Sheet Formability by Nonlinear Friction Model III——

Koji HASHIMOTO*, Eiji ISOGAI*, Tohru YOSHIDA*

Yukihisa KURIYAMA* and Koichi ITO **

(Received on August 27, 2007)

The resemblance between frictional contact problems and elastoplasticity theory is mentioned in order to implement frictional contact problems in the finite element method. The equations used for regularity in frictional contact problems are defined. Then, forming simulations of surface coated steels are performed using a finite element program based on the dynamic explicit method in which a nonlinear friction model is implemented. First, a sliding friction test is simulated to check whether this implementation is successful. Secondly, deep drawing with a rear member die set is carried out to estimate the efficiency of the nonlinear friction model in the actual forming. From these verification, results of numerical simulations using nonlinear friction model strongly coincide with the experimental results.

Key Words: friction/wear test, friction coefficient, surface-coated steel sheets, finite element method, simulation, rear member, press test, limiting blank force.

1. 緒 言

第1報¹⁾では、表面処理鋼板などがプレス成形過程において摩擦係数が一定でなく、変化することを摺動試験及び相似形状工具を用いた深絞り試験によって明示した。第2報²⁾では、摩擦係数の変化を表すために摩擦仕事量の概念を導入し、摩擦係数を状態関数で標記する試みを行った。これにより、摩擦係数一定とする Amontons-Coulomb 則とは異なり、成形過程に伴い摩擦係数が変化する非線形摩擦モデルを構築した。

有限要素法をはじめとする数値解析法分野においても、摩擦を一般モデル化して計算に取り込んでいる。幸い、摩擦モデルは古典的な弾塑性モデルに類似しているため、弾塑性モデルに用いられている積分アルゴリズム、例えば Ortiz and Simo³⁾の提唱している手法などを応用することが

可能である。すなわち、弾塑性モデルでの降伏曲面に相当するポテンシャル界面として、すべりと固着を判定する“すべり界面”のモデル化により同様な定式化ができ、非線形摩擦モデルのような現象論的な摩擦モデルを FEM に組み込むことが可能となる。

仮想仕事の原理で力の釣り合い方程式を解く静的陰解法においては、摩擦抵抗力に関する導関数を導出する必要があるが、定式化と剛性マトリックスの導出については、解説⁴⁾に詳述したのでそちらを参考されたい。非線形摩擦モデルの導入により、導関数はやや複雑になるが、ほぼ同じ手順で導出が可能である。

ここでは、実プレス成形をシミュレートするために有効な動的陽解法に基づく市販の有限要素法プログラムにインプリメントし、プレス成形解析における精度の向上が図れるかどうか検証した結果について述べる。

2. 非線形摩擦モデルの FEM プログラムへの導入

2. 1 古典的塑性力学モデルと摩擦モデルの類似性

古典的塑性力学では、ひずみと応力の関係を表す理論として、1)全ひずみ理論と 2)ひずみ増分理論(J_2 flow rule など)

* 新日本製鐵株式会社 富津市新富 20-1
Steel Research Laboratories, Nippon Steel Corporation
20-1 Shintomi, Futtsu City, Chiba Pref. 293-8511, Japan.

** M & M Research 〒150-0001 東京都渋谷区神宮前 4-15-3
M & M Research, Inc.
4-15-3 Jingumae, Shibuya-ku, Tokyo 150-0001, Japan.

Fig.1 Yield surface in elastic-plastic model and slip surface in friction model

があげられる。前者は非可逆変形における塑性ひずみと応力に1対1の対応がない。一方、後者は時間ごとのひずみ値を積算した値を用いており、塑性の変形経路に依らず、ひずみが一義的に求まる点は、前報で提案したすべり仕事量 ω のすべり経路非依存性に類似している。

弾塑性構成式における塑性負荷の判定は、塑性降伏界面(Yield locus)をもとに行われるが、“すべり”の判定は、塑性構成式における π plane 上での降伏界面に相当するすべり固着界面(Slip surface)の P_N 軸に直交する平面上界面を基準に行われる。すべり固着界面は、Fig.1 に示すように押し付け力 P_N と摩擦係数 μ の積で与えられ、コーン状の曲面で表せられる(例えば⁵⁾。そして、 (P_T, P_N) がこの界面の外側にあるときは“すべり”，小さいときは“固着”と判定される。

摩擦係数一定とする Amontons-Coulomb 則では、このすべり界面は P_N に対して一定の摩擦係数 μ をかけた滑らかなコーン状を示すが、面圧 P_N と摩擦仕事量 ω の状態関数で表す非線形摩擦モデルでは、Fig.2 に示すようにすべり界面は軸対称形ではあるものの、崩れたような円錐形となる。なお、Fig.1 のすべり界面で、面圧 P_N の位置で円が描かれるが、すべりの接線方向力がこの円内ならば固着、円外ならばすべりを表す。

前報²⁾で示した摩擦仕事量 ω のすべり履歴の非依存性をすべり界面で考えると、Fig.2 に示すように異なったすべり経路を辿るすべり経路(1)とすべり経路(2)の摩擦仕事量 ω_1 と ω_2 が等しくなると、つぎの時間での面圧 P_N においては同じ摩擦係数を与える。一方、すべり経路(3)の摩擦仕事量 ω_3 が摩擦仕事量 ω_1 と異なる場合には、つぎの時間での面圧 P_N においては、異なった摩擦係数を与えることになる。

2.2 摩擦モデルの定式化

接触問題を有限要素法プログラムに組み込むには、摩擦現象を数式によって表し、釣り合い方程式(静的解法)または運動方程式(動的解法)に組み込む必要がある。ここでは、従来知見にもとづき、基本形として詳細な定式化が必要な静的陰解法について定式化を行う。

摩擦係数 μ は、各節点の摺動仕事量 ω とその時点での垂直圧力 P_N の関数で表すと仮定する。もちろん、摩擦係数 μ はこれら以外のパラメータの影響も受けると考えられるが、たとえば素板の塑性変形による表面性状の変化は、前報²⁾の3.1節で検討したように、素板の変形が0.2以上の相当塑性ひずみを受けた状態でも摩擦係数の変化としては摺動仕事量 ω とその時点での垂直圧力 P_N による変化より小

Fig.2 Schematic illustration of nonlinear friction space and explanation of sliding-history independency

さいこと、また、実験結果からこれら2つのパラメータの影響を曲面で表すのに変曲点が2点程度であることから、2つのパラメータを用いた3次の多項式関数で定義する。

$$\begin{aligned} \mu(\omega, P_N) &= \mu_{t=t_0} \\ &= A_0 + A_1\omega + A_2P_N + A_3\omega P_N + A_4\omega^2 + A_5P_N^2 + \\ &\quad A_6\omega^2 P_N + A_7\omega P_N^2 + A_8\omega^3 + A_9P_N^3 \quad (1) \end{aligned}$$

ここで P_N はスレーブボディ上に働く単位面積あたりの反力 P で垂直方向成分の大きさを表す。なお、摩擦仕事量 ω で使用する P_N は、節点に働く垂直力 F_N を要素面積で割った値である。また、摺動仕事量 ω は、

$$\omega = \int_0^t -\underline{P}_T \cdot \underline{g}_{sl} dt = \int -\underline{P}_T d\underline{g}_{sl} \quad (2)$$

で定義される。ここで $\underline{P}_T$ は反力 $\underline{P}$ の接線方向成分を表し、 $\underline{g}_{sl}$ はスレーブボディ上での単位時間あたりのすべり変位量を表し、 $d\underline{g}_{sl}$ は滑り変位量の全微分を表す。従って摺動仕事量 ω の微分 $\dot{\omega}$ は以下の式で与えられる。

$$\dot{\omega} = -\underline{P}_T \cdot \dot{\underline{g}}_{sl} \quad (3)$$

なお、摩擦係数 $\mu(\omega, P_N)$ は、摺動履歴(高面圧から低面圧へ、または低面圧から高面圧など)によらず、摺動仕事量 ω と垂直圧力 P_N によって一義的に決まるものとする。

次に、剛性マトリックスを求めるのに必要な条件の定式化を行う。

1) 変位速度の分解則

$$\dot{\underline{u}}_T = \dot{\underline{u}}_T^a + \dot{\underline{u}}_T^s \quad (4)$$

ここで $\underline{u}_T$ は $\underline{u}_T = (\underline{I} - \underline{N} \otimes \underline{N}) \cdot \underline{u}$ で、 $\underline{u}$ は変位量を表し、 $\underline{I}$ は単位マトリックスを、 $\underline{N}$ は垂直方向の単位ベクトルを、 $\underline{T}$ は接線方向のすべり方向単位ベクトルを表す。また、 $\dot{\underline{u}}_T$ は変位速度の水平成分を表し、サフィックスの a は固着成分を、 s はすべり成分を表す。

2)接触力に関する構成則

$$\begin{aligned}\dot{\underline{P}}_N &= \underline{D}_N \cdot \underline{\dot{u}}^a = -K_N (\underline{N} \otimes \underline{N}) \cdot \underline{\dot{u}}^a \\ \dot{\underline{P}}_T &= \underline{D}_T \cdot \underline{\dot{u}}^a = -K_T (\underline{I} - \underline{N} \otimes \underline{N}) \cdot \underline{\dot{u}}^a\end{aligned}\quad (5)$$

ここで、 $\underline{P}_N$ は単位面積あたりの垂直方向圧力で、 $\underline{P}_T$ は接線方向応力を表す。また、 K_N と K_T はそれぞれ垂直方向と水平方向の単位面積あたりの剛性を表す定数である（一種のパネ定数）。

3)すべり/固着 条件式

$$\Phi(\omega, P) = \|\underline{P}_T\| - \mu(\omega, P_N) \|\underline{P}_N\| \quad (6)$$

ここで $\Phi(\omega, P)$ はすべり界面を表す関数である。

4)すべりポテンシャルとすべり則

$$\begin{aligned}\Psi(\omega, P) &= \|\underline{P}_T\| \\ \underline{\dot{u}}_T^{sl} &= -\dot{\gamma} \left(\frac{\partial \Psi(\omega, P)}{\partial \underline{P}_T} \right) = -\dot{\gamma} \left(\frac{\partial \|\underline{P}_T\|}{\partial \underline{P}_T} \right) = -\dot{\gamma} \frac{\underline{P}_T}{\|\underline{P}_T\|} \\ \underline{T} &= \frac{\underline{P}_T}{\|\underline{P}_T\|}\end{aligned}\quad (7)$$

ここで $\Psi(\omega, P)$ はすべりポテンシャルを表し、 $\dot{\gamma}$ はすべり距離の変化量を表す。

5)Kuhn-Tucker の負荷/除荷 条件式

$$g_N \geq 0, \quad P_N \leq 0, \quad P_N \cdot g_N = 0 \quad (8)$$

ここで g_N は、スレーブボディとマスターボディの間の垂直距離を表す。

これらの式を離散化して解くと、剛性マトリックス $\underline{D}^{ep}$ を得る。

$$\begin{aligned}\underline{D}^{ep} &= -K_T (\underline{I} - \underline{N} \otimes \underline{N}) + \frac{K_T}{1 + \frac{\mu(\omega, P_N)}{K_T} \cdot \|\underline{P}_N\|^2 \cdot \left(\frac{\partial \mu(\omega, P_N)}{\partial \omega} \right)} (\underline{T} \otimes \underline{T}) \\ &\quad - K_N (\underline{N} \otimes \underline{N}) - \frac{\mu(\omega, P_N) K_N + 2 K_N \|\underline{P}_N\| \left(\frac{\partial \mu(\omega, P_N)}{\partial \|\underline{P}_N\|} \right)}{1 + \frac{\mu(\omega, P_N)}{K_T} \cdot \|\underline{P}_N\|^2 \cdot \left(\frac{\partial \mu(\omega, P_N)}{\partial \omega} \right)} (\underline{T} \otimes \underline{N}) \\ &\quad \dots\dots\dots (9)\end{aligned}$$

3. FEM シミュレーションによる検証

前節で展開した非線形摩擦モデルを市販の有限要素法プログラムにインプリメントし、その有効性を検証する。まず初めに、摺動試験をシミュレートし、摩擦係数の変化を数値解析でも再現できるか検討した。Table1 に実験及び数値解析に使用した冷延鋼板(CR)及び電気亜鉛めっき鋼板(EG)、合金化溶融亜鉛めっき鋼板(GA)の Swift 型の応力-ひずみ関係式、 r 値、摩擦係数(1 回目の摺動試験値)を記す。なお、ここで行った摺動試験は前報²⁾の 2.2 節に詳述した方法と同一の条件を採用した。

Table1 Mechanical properties of tested materials

Material	Thickness (mm)	Swift Type equation			r value	Friction coefficient
		$K(\text{MPa})$	ε_0	n^*		
CR	0.80	569.5	0.001	0.249	1.98	0.135
EG	0.80	519.7	0.002	0.259	2.24	0.153
GA	0.80	513.6	0.000	0.258	2.18	0.198

Fig.3 Simulation model regarding the sliding test

数値解析に用いた摺動試験のモデルは、Fig.3 に示すように、実際の摺動試験では試験板の同一箇所を複数回摺動するのに対して、試験板に相当するプレート側を工具に見立て、実際の試験では工具チップにあたる部位を試験材とすることで、工具板上を 1 回で長距離摺動させる方法とした。

Fig.4 には、同一箇所の連続摺動試験により求めた摩擦係数を、摩擦仕事量 ω と面圧 P_N に対して 3 次的に表した図である。このように、実験により求めた摩擦係数のデータをもとに(1)式に示す多項式近似とすべく、最小二乗法によって A_0 から A_9 の係数を求めて有限要素法計算に使用した。

Fig.4 Change in friction coefficient of both CR and EG due to sliding distance and normal pressure

Fig.5 Comparison of change in friction coefficient between experimental results and simulation results of CR and EG

Fig.5 には、摺動試験のモデルを数値解析した結果を示す。横軸には摺動距離を取っており、実験結果は同一箇所を複数回摺動させたときの各試験の摩擦係数変化を示している。数値解析では、Coulomb 摩擦則に基づく解析結果は摺動距離に依存せず、摩擦係数一定の結果を与える。一方、非線形摩擦モデルを用いた数値解析では、面圧や摺動距離によって摩擦係数が変化し、その傾向が実験結果と良い一致を示した。

CR 材では、鋼板表面の初期粗度が摺動に伴って平滑化される過程を経るために、平滑化に要する荷重が減るとともに、油溜りの潤滑油に作用する静水圧成分によって、摩擦係数が見かけ上低減することが表面状態の観察などによって判明している⁹⁾。非線形摩擦モデルの数値解析では、この傾向を面圧条件によらず良く表していることが判る。

EG 材では、低面圧条件の場合や摺動初期には、CR 材と同様に、摩擦係数の低下が見られるが、高面圧条件下で摺動距離が長くなると、一転して摩擦係数が上昇する傾向が認められる。これは、同じく表面状態の観察により、一旦平滑化しためっき層表面が、長い摺動によって油溜まりとなる部分が減少するために凝着・掘り起こしを起こすようになり、これが摩擦係数の増加となることがわかった。これらの現象による摩擦係数の変化も、非線形摩擦モデルの数値解析では正確に再現できることがわかった。

次に、より実パネル成形に近いモデル金型を用いて数値計算を行ってみる。Fig.6 は、Rear Member 部品を模したもので実寸サイズのものである。この部品の金型を用いて、Table1 に示した 3 鋼種の成形実験を行い、成形可能な板押さえ力の範囲を求めた結果が Table2 である。表のなかで、OK は成形可能であることを、NG は割れを生じて成形不可であることを示す。

Fig.6 Formed sample of a rear member model

Table2 Forming available blank holding force range

BHF	300kN	400kN	500kN	600kN	700kN	800kN	900kN
CR	OK	OK	OK	OK	NG	NG	NG
EG	OK	NG	NG	NG	NG	NG	NG
GA	OK	OK	NG	NG	NG	NG	NG

この結果のうち EG 材に注目すると、成形可否が分かれるのは 300kN と 400kN のしわ抑え力の条件である。そこで、300kN での成形を Coulomb 則による通常の数値解析結果と、Fig.4 の一連の実験により求めた A_0 から A_9 の非線形摩擦モデルの係数を用いて数値計算した非線形摩擦モデルの数値解析の結果を比較して示したのが Fig.7 である。

(1) の Coulomb 則による摩擦モデルでは、破断危険部と目されるところの板厚減少率は 50% 以上に達し、破断を意味する結果となった。これに反して、(2) の非線形摩擦モデルでは、同じ破断危険部位の板厚減少率は最大でも 21% であり、破断に至る状態には達していないと考えられる。

このように、同じ解析条件でも非線形摩擦モデルを用いることにより、実験で求めた成形可能なしわ抑え力の範囲をより正確にシミュレートできることがわかる。さらにしわ抑え力の影響を見るために、しわ抑え条件を振って破断危険部位の最大板厚減少率を整理した図が Fig.8 である。

Fig.7 Comparison of forming simulation results about EG based on between Coulomb model and a nonlinear friction model

Fig.8 Comparison of formable blank holding force range between experimental results and calculation results identified by limit thickness strain

横軸にしわ抑え力を取り、最大板厚減少率で整理すると、350kN と 400kN の間を挟んで左側が成形可能域となる。便宜的に板厚減少率 25%を破断とすると、元板厚に対する板厚割合が 0.75 以上では成形可能と判断する。

Fig.8 に示すように、非線形摩擦モデルによる解析では実験での成形可否が分かれる 350kN と 400kN を境に、300kN では板厚減少が成形可能域にとどまり、400kN のしわ抑え条件では板厚減少が成形可能域を下回る結果となった。さらにしわ抑え力を 600kN まで上げると、破断危険部の板厚減少は元板厚に対して 0.7 程度となり、破断と判定できる状態となった。

一方、Coulomb 則による摩擦係数一定の条件での数値解析結果では、300kN のしわ抑え条件でも板厚減少は元板厚に対して 0.5 となり、400kN の条件では元板厚に対する板厚が極端に低い値を示す。すなわち、成形深さの浅い段階で破断に至る結果となることを示している。

今回の一連の数値解析によって、非線形摩擦モデルを用いることにより、実験結果と解析結果が比較的良く一致することがわかった。しかし、成形解析の精度は摩擦係数のみならず、メッシュサイズや要素モデル、材料構成式など様々な要因が絡んでくるため、数値解析結果が非線形摩擦モデルを用いることで比較的良い一致を示したとはいえ、完全に現象を再現できたとはいえない。

非線形摩擦モデルに用いる A_0 から A_9 までの 10 ケのパラメーターを求めるにも、装置の制約から面圧が最大でも 100MPa 強に留まるため、高張力鋼板などでの解析精度の向上を図るためにはより高い面圧条件での摩擦係数測定ができるようにすることが必要である。また、今回の非線形摩擦モデルで用いた 3 次の多項式近似では複雑な摩擦係数の変化を表し切れないケースもあると思われるので、応答曲面法などの適用も今後検討する余地があると思われる。

4. 結 言

プレス成形での素材ブランクと金型との摩擦に関して、摩擦係数一定とする従来の Coulomb 摩擦則と異なり、摩擦仕事量と面圧を状態変数とする非線形摩擦モデルを提案し、有限要素法に導入して解析精度の向上を試みた。

- 1) 摩擦モデルと古典的塑性力学モデルの類似性に基づき、非線形摩擦モデルの定式化を行って有限要素法への適用を検討した。
- 2) 実際に市販の有限要素法プログラムに非線形摩擦モデルを組み込み、摺動試験および Rear Member 型での数値解析を行い、精度検証を実施した。
- 3) その結果、Coulomb 摩擦則に基づく数値解析結果よりもより実験結果に近い解析結果が得られ、非線形摩擦モデルが数値解析の精度向上に寄与しうることを示した。

参 考 文 献

- 1) 橋本浩二・栗山幸久・伊藤耿一：塑性と加工，**44**-504 (2003), 35-39.
- 2) 橋本浩二・吉田亨・栗山幸久・伊藤耿一：同上，**47**-544 (2006), 399-403.
- 3) Ortiz, M. & Simo, J. C.: Int. J. Num. Meth. Engng., **23** (1986), 353-366.
- 4) 橋本浩二：塑性と加工，**37**-421 (1996), 127-133.
- 5) Curnier, A.: Int. J. Solids & Structures, **20**-7 (1984), 637-647.
- 6) 小豆島明・佐藤正俊：塑性と加工，**38**-437 (1997), 561-565.