予ひずみを受けた継目無鋼管の 二軸応力下での塑性変形挙動

彌永 大作* 黒田 浩一*

矢板 理志** 桑原 利彦***

Plastic Deformation Behavior of Prestrained Seamless Steel Tube under Biaxial Stress States

Daisaku YANAGA*, Koichi KURODA*,

Satoshi YAITA** and Toshihiko KUWABARA***

(Received on March 18, 2016)

Biaxial loading experiments for a seamless steel tube subjected to prestraining are carried out using a servo-controlled multiaxial tube expansion testing machine. This testing apparatus is capable of applying arbitrary biaxial stress paths to the central section of a tubular specimen by controlling axial forces and internal hydraulic pressure. The tubular specimens are loaded via linear and bilinear stress paths. Contours of plastic work of the as-received material are measured by linear stress path experiments. Bilinear stress path experiments are performed to investigate the effect of axial compressive prestraining on the stress-strain curves in the subsequent biaxial loading. In addition, small uniaxial tensile specimens are machined from the axial and hoop directions of the mother tube wall, and tension-compression reverse loading experiments are performed to quantitatively evaluate the Bauschinger effect of the test material. It is experimentally found that the Bauschinger effect observed in uniaxial reverse loading and biaxial reloading can be reproduced by kinematic hardening models and that the associated flow rule is almost satisfied with the yield locus used in the kinematic hardening models. The material model will be useful in improving the accuracy of numerical analyses of the cold-working processes for fabricating steel tubes.

Key words: constitutive equation, reverse loading, Bauschinger effect, kinematic hardening, biaxial stress, multiaxial tube expansion test, associated flow rule, plastic potential.

1. 緒 言

塑性加工の数値シミュレーションにおいて、成形後の部材形状ならびに機械的性質を予測する上で、材料の弾塑性変形挙動を可能な限り忠実に再現できる材料モデルの構築が渴望されている^{1)~3)}。現象論に基づく塑性力学解析では、材料の塑性変形特性は降伏関数、流れ則および硬化則の組合せにより表現される。

筆者らは、管材に任意の二軸引張応力を付与可能な二軸バルジ試験法^{4), 5)}を考案し、材料の比例負荷状態における弾

塑性変形挙動を詳細に解析し、それを高精度に再現可能な降伏関数を選択して計算に用いることが成形シミュレーションの精度向上に有効であることを立証した^{6), 7)}。

一方、産業界における様々な製造工程では、応力の反転を伴う複合負荷が材料に加えられる場合が多い。これまで、応力反転時におけるパウシング効果の影響を表現可能な材料構成式として移動硬化則^{8)~11)}が提唱されており、今もなお様々なモデルが考案されている^{12)~18)}。しかし、移動硬化モデルの精度検証は、単軸応力状態もしくはせん断応力状態とその組合せにおける応力状態^{19)~21)}に限定されており、二軸引張応力状態において応力反転を伴う複合負荷の場合に対して、移動硬化則の妥当性を検証した研究は少ない^{22)~24)}。加えて、移動硬化則においては塑性流動応力の変化を表現するために、便宜的に降伏曲面の中心を移動させるが、多くの場合、降伏関数を塑性ポテンシャルとみなして関連流れ則を適用する。すなわち塑性ひずみ速度の発生方向も移動硬化則の影響を受ける。しかし、移動硬化則を適用した

*新日鐵住金(株) プロセス研究所, 〒660-0891 尼崎市扶桑町1-8
Process Research Laboratories, Nippon Steel & Sumitomo Metal Corporation, 1-8,
Fusocho, Amagasaki-shi, Hyogo 660-0891, Japan.

**東京農工大学大学院機械システム工学専攻,
〒184-8588 小金井市中町2-24-16
Graduate School of Mechanical Systems Engineering, Tokyo University of
Agriculture and Technology, 2-24-16, Nakacho, Koganei-shi, Tokyo 184-8588,
Japan.

***東京農工大学大学院工学研究院先端機械システム部門, 同上
Division of Advanced Mechanical Systems Engineering, Institute of
Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology, ibid.

場合の、二軸応力下における関連流れ則の妥当性を実験的に検証した研究は極めて少ない²⁴⁾。

そこで本研究では、溶接部がなく、機械的性質が円周方向に均一である継目無鋼管を供試材として用い、二軸バルジ試験および単軸応力状態での反転負荷試験より、材料の弾塑性変形挙動を表現可能な降伏関数および硬化則を同定する。次いで管軸方向に予圧縮ひずみを付与した円管試験片を用いて二軸バルジ試験を行い、逆方向の予ひずみを受けた材料の塑性変形挙動を詳細に検証する。さらに単軸応力状態での反転負荷試験よりパラメータを決定した硬化則による計算値と、予ひずみを受けた材料の二軸応力下での塑性変形挙動を精密に測定・比較し、移動硬化則と関連流れ則の妥当性を実験的に確認する。

2. 実験方法

2.1 供試材

母管は、外径63.5mm、肉厚8mmの熱間仕上継目無鋼管である。試験片は、母管肉厚中央からFig. 1に示す標点部直径5mmの小型単軸試験片と、外径58mm、肉厚2mmの円管試験片を機械加工により削り出し、それぞれ単軸試験、二軸バルジ試験に用いた。供試材の化学組成をTable 1に示す。

2.2 二軸バルジ試験

サーボ制御軸力・内圧型二軸応力試験機を用いて、円管

試験片に軸力と内圧を制御・負荷し、二軸応力試験を行った。ひずみの測定には、管中央部の円周方向に120°おきに配置した変位計による円管外壁の半径方向の変位量から周方向ひずみを、初期標点距離20mmの軸方向伸び計により軸方向ひずみをそれぞれ算出した。試験機と試験方法の詳細は文献⁴⁾を参照されたい。

試験片に付与する二軸応力比（管軸方向 ϕ ：円周方向 θ ）は $\sigma_\phi:\sigma_\theta=4:1, 2:1, 4:3, 1:1, 3:4, 1:2, 1:4$ の7通りとした。試験は後述する管軸方向の単軸引張試験結果を基準に von Mises の相当塑性ひずみ速度が $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ で一定となるように各軸の真応力増分を制御した。

2.3 小型単軸試験

小型単軸試験片を用いて管軸方向、円周方向それぞれ単軸引張、単軸圧縮、反転負荷試験を行った。試験片の両端はねじで固定し、圧縮応力を付与する実験の際は座屈防止治具を用いて試験片の座屈を防止した。軸方向ひずみは初期標点距離5mmの伸び計により測定した。引張試験機のクロスヘッド変位速度は、ひずみ速度が $2 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ となるように設定した。

2.4 予ひずみ付与後の二軸応力試験

圧縮予ひずみ付与後の供試材の弾塑性変形挙動を評価するために、プレス機により母管を軸方向に予圧縮した後、Fig. 1 (c)に示す円管試験片を機械加工により作製し、二軸

Table 1 Chemical composition of test material (mass%)

C	Si	Mn	P	S	Fe
0.21	0.19	0.50	0.018	0.003	Bal.

Fig. 1 Schematic of specimens: (a) mother tube and sectional views of small uniaxial stress specimens, (b) geometry of small uniaxial stress specimen used for uniaxial monotonic and reverse loading tests, and (c) geometry of tubular specimen used for multiaxial tube expansion tests. All dimensions are in mm

Fig. 2 (a) Measured stress points forming contours of plastic work for different levels of ϵ_0^p , and (b) those normalized by uniaxial tensile flow stress σ_0 associated with ϵ_0^p compared with the yield loci calculated using selected yield functions

バルジ試験を行った。母管の予圧縮量は、ひずみゲージにより測定した試験片中央部のひずみが $\varepsilon_p = -0.05$ になるまでとした。予変形として管軸方向圧縮を選択した理由は、実際の造管工程において、管材の一部分に高頻度で発生する変形形態であるためである。なお事前の有限要素解析により、母管の樽型変形の影響は無視可能な程度であることを確認し、予圧縮時には母管周方向90°おきに貼付けたひずみゲージの値より、座屈発生のないことを確認した。

3. 線形応力試験

単軸引張試験、および円管試験片による二軸バルジ試験により測定された供試材の塑性変形挙動を定量的に評価するために、Hillら^{25), 26)}が提唱した等塑性仕事面を測定した。まず管軸方向の単軸引張試験結果より、既定の基準塑性ひずみ ε_0^p に達した瞬間における単軸引張応力 σ_0 と、 ε_0^p に達するまでになされた単位体積あたりの塑性仕事 W_0 を求める。次いで、二軸バルジ試験および円周方向の単軸引張試験を行い、 W_0 と等量の塑性仕事消費された時点の応力点 $(\sigma_\theta, \sigma_\phi)$ を求め、それらを主応力空間にプロットして、 ε_0^p に対する等塑性仕事面を決定した。

等塑性仕事面の測定結果を Fig. 2(a) に示す。各試験での相当ひずみ速度は $(2 \sim 5) \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ であり、応力空間の第一象限 (二軸引張状態) において $\varepsilon_0^p = 0.24$ まで、単軸圧縮状態では $\varepsilon_0^p = 0.05$ までの等塑性仕事面の測定に成功した。さらに、応力点の座標を、当該の ε_0^p に対応する σ_0 で除して得られた無次元等塑性仕事面を、von Mises²⁷⁾, Hill の二次²⁸⁾ および Yld2000-2d 降伏関数²⁹⁾ の計算値とともに Fig. 2(b) に示す。ここで、それぞれの降伏曲面の計算に用いたパラメータは、 $\varepsilon_0^p = 0.1$ における von Mises: $\sigma_{\phi uni}$, Hill の二次: $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, σ_b , Yld2000-2d: $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, σ_b , $r_{\phi uni}$, $r_{\theta uni}$, r_b である。ただし $\sigma_{\phi uni}$, $\sigma_{\theta uni}$, $r_{\phi uni}$, $r_{\theta uni}$ はそれぞれ管軸方向、円周方向単軸引張試験における応力および r 値、 σ_b , r_b は等二軸引張状態の応力と塑性ひずみ増分比 ($r_b \equiv d\varepsilon_\theta^p / d\varepsilon_\phi^p$) である。なお、単軸引張試験による応力-ひずみ曲線の測定値がほぼ一致し、単軸応力状態において等方性とみなせるため $r_{\phi uni} = r_{\theta uni} = 1$ とした。また Yld2000-2d の次数 M は、b.c.c. 材料用の推奨値である6とした³⁰⁾。

Fig. 2(b) の結果より、本供試材は、線形応力下では管軸方向、円周方向および引張、圧縮の異方性はほとんど測定されなかったが、第1象限の等塑性仕事面が von Mises よりもわずかに小さく測定された。すなわち、等塑性仕事面の形状は von Mises よりも高次の降伏関数で表現される。また、無次元化した等塑性仕事点が一点に集まらない異方硬化挙動も測定されたが、本報ではおおむね初期等方性材料とみなし、面内異方性および異方硬化挙動の影響は無視した。

4. 反転負荷試験

4.1 単軸応力下での反転負荷試験

供試材の反転負荷挙動を測定し、硬化パラメータを決定するため、Fig. 1(b) に示す小型単軸試験片を用いて単軸応力下での反転負荷試験を行った。軸方向の真応力 σ_ϕ 対数ひ

ずみ ε_ϕ 曲線の測定結果を Fig. 3 に実線で示す。応力反転時に再降伏応力の顕著な低下が測定され、典型的なバウシニング効果の発現が確認された。

等方硬化 (Isotropic Hardening : IH モデル) ならびに、式 (1)~(3) に示す複合硬化則および式 (4)~(6) に示す移動硬化則による計算結果を併せて Fig. 3 に示す。移動硬化則^{*1} に関しては2種類のモデルを用いた。一つは、Chaboche と Rousselier¹²⁾ により提案されたモデルであり、背応力が Armstrong と Frederick らの提案した非線形項¹¹⁾ と Prager の提案した線形項⁸⁾ からなり、移動硬化に加えて降伏曲面の等方硬化も考慮する複合硬化モデル (CR モデル) である。

$$f_{CR} = \Phi(\sigma - \alpha_{CR}) - (Y_0 + R_{CR}) \quad (1)$$

$$\alpha_{CR} = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\dot{\alpha}_1 = C_{CR} \left(\frac{2}{3} \alpha_{CR} \dot{\varepsilon}^p - \alpha_1 \dot{\varepsilon}^p \right) \quad (2)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{2}{3} H_\infty \dot{\varepsilon}^p$$

$$\dot{R}_{CR} = b_{CR} (Q - R_{CR}) \dot{\varepsilon}^p \quad (3)$$

ここで、 Φ は相当応力、 α_{CR} は重ね合わせされた背応力、 Y_0 は初期降伏応力、 R_{CR} は等方硬化量、 $\dot{\varepsilon}^p$ は塑性ひずみ速度、 $\dot{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみ速度であり、CRモデルにおいて決定すべき硬化パラメータは Y_0 , C_{CR} , α_{CR} , H_∞ , b_{CR} , Q の6個である。

もう一つは、Yoshida と Uemori^{15), 16)} により提案されたモデルであり、降伏曲面 f_{YU} の移動範囲を限界曲面 F の大きさで制限し、等方硬化的な挙動を限界曲面の膨張で表現する移動硬化モデル (YUモデル) である。

$$f_{YU} = \Phi(\sigma - \alpha_{YU}) - (Y_0) \quad (4)$$

$$F = \Phi(\sigma - \beta) - (B + R_{YU})$$

Fig. 3 True stress-logarithmic strain curves measured for reverse loading test, compared with those calculated using selected constitutive models

Table 2 Parameters of kinematic hardening models

CR model		YU model	
Y_0 / MPa	202.6	Y_0 / MPa	226.7
C_{CR1}	2000	C_{YU1}	2000
C_{CR2}	156.3	C_{YU2}	263.4
α_{CR} / MPa	94.6	B / MPa	289.5
H_∞ / MPa	865.0	b_{YU} / MPa	131.3
b_{CR}	9.32	k	11.12
Q / MPa	173.1	R_{sat} / MPa	157.5

*1 一般に、降伏曲面の大きさが変化せずに移動するモデルを移動硬化則、降伏曲面の大きさが変化しつつ移動するモデルを複合硬化則と呼ぶが、本論文では両者をまとめて移動硬化則と呼ぶ。

$$\alpha_{YU} = \alpha^* + \beta$$

$$\dot{\alpha}^* = C_{YU} \left(\frac{2}{3} a_{YU} \dot{\varepsilon}^p - \sqrt{\frac{a_{YU}}{\Phi(\alpha^*)}} \alpha^* \dot{\varepsilon}^p \right) \quad (5)$$

$$\dot{\beta} = k \left(\frac{2}{3} b_{YU} \dot{\varepsilon}^p - \beta \dot{\varepsilon}^p \right)$$

$$\begin{aligned} \dot{R}_{YU} &= k(R_{sat} - R_{YU}) \dot{\varepsilon}^p \\ \therefore a_{YU} &= B + R_{YU} - Y_0 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 α_{YU} は背応力、 α^* は限界曲面に対する降伏曲面の相対的な移動量、 β は限界曲面の中心、 R_{YU} は限界曲面の等方硬化量であり、YUモデルにおいて決定すべき硬化パラメータは Y_0 , C_{YU} , B , b_{YU} , k , R_{sat} の6個である。なお、両モデルともに降伏関数を塑性ポテンシャルとみなし、関連流れ則³¹⁾ (式(7)) を適用した。

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\varepsilon}^p = N^p \dot{\varepsilon}^p \quad (7)$$

硬化パラメータは、実験結果と計算結果の二乗誤差が最小となるように、全てのパラメータを同時に決定した。CRおよびYUモデルの非線形移動硬化の収束速度を決定するパラメータの C_{CR} および C_{YU} は、初期降伏時を $C_{CR1} = C_{YU1} = 2000$ で一定、再降伏時を C_{CR2} および C_{YU2} とし、それぞれを分けて決定した³²⁾。決定された硬化パラメータをTable 2に示す。

なお、前章にて供試材の降伏曲面はおおよそ等方性とみなせることを確認したので、以下の数値計算における降伏関数にはvon Misesを使用した。

実験値と計算値を比較すると、加工硬化に伴い降伏曲面が等方的に膨張するIHモデルではバウシング効果を再現することはできないが、材料の硬化を降伏曲面の移動と膨張の組合せで表現するCRモデルならびに降伏曲面の移動とその移動可能範囲の膨張で表現するYUモデルでは、いずれも応力反転後の再降伏挙動を高精度に再現できた。すなわち、本供試材の単軸応力下での反転負荷挙動は、移動硬化則により高精度に表現可能である。なお、円周方向に対しても同一の負荷経路で反転負荷試験を行ったところ、ほぼ同一の応力-ひずみ曲線が測定された。

4.2 予ひずみ付与後の二軸応力試験

二軸応力下での予ひずみの影響を評価するために、 $\varepsilon_\phi = -0.05$ の軸方向圧縮予ひずみを付与した円管試験片に対して二軸バールジ試験を行った。すなわち、第一負荷は $\sigma_\phi : \sigma_\theta = -1:0$ の管軸方向単軸圧縮とし、第二負荷は $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$, $2:1$, $1:1$, $1:2$, $0:1$ の5通りとした。なお、第二負荷の $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ に対しては第一、第二負荷ともに小型単軸試験片を使用した。試験片に付与した負荷経路と、各モデルにより計算される第一負荷直後の後続降伏曲面をFig. 4に示す。後続降伏曲面の大きさは硬化則に依存して異なる。どちらの硬化則においても、後続降伏曲面は前負荷点 $(-402, 0)$ MPa に接しているが、IHモデルでは降伏曲面の中心が原点に停留し、CRおよびYUモデルでは前負荷方向 $(-\sigma_\phi)$ 方向に移動している。後者間の比較では、等方硬化に関する定式の差異が降伏曲面の大きさの差異として表れている。すなわち、CRモデルでは等方硬化を降伏曲面自体の膨張で表現しているため、後続降伏曲面は移動しつつ膨張するが、YU

Fig. 4 Loading paths and subsequent yield loci for reverse loading tests with uniaxial compression followed by biaxial tension. IH: isotropic hardening model, CR: Chaboche-Rousselier model¹²⁾, and YU: Yoshida-Uemori model^{15), 16)}

モデルでは限界曲面の膨張により降伏曲面が移動可能な範囲を拡大することで等方硬化を表現しているため、降伏曲面自体の大きさは変化しない。

予ひずみ付与後の二軸応力試験より測定された真応力-対数ひずみ曲線と各モデルによる計算値との比較をFig. 5に示す。ここで、比較を容易にするために、第一負荷を除荷した時点のひずみを0として結果を示している。また、グラフを簡潔にするために $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 2:1$, $1:2$ に対しては最大主応力方向のみを、 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ に対しては管軸方向と円周方向に分けて記載した。

まず、応力状態が同一で、最大主応力方向 (ϕ もしくは θ 方向) のみが異なるケースの実験結果に着目する ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$ と $0:1$ および $2:1$ と $1:2$)。以下、 ε_1 は再負荷後に加わった最大主ひずみを示す。予ひずみ試験により、 σ_ϕ の負の方向へ前負荷を付与したため、 ϕ 方向が最大主応力となる実験 ($\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:0$, $2:1$) では、バウシング効果により塑性流動応力が低下している。ただし、平面ひずみ状態である(c)および(d)の比較においては、およそ $0.08 < \varepsilon_1$ において前負荷の影響が消失し、両者はほぼ一致している。 $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ の ϕ 方向と θ 方向の比較では、再降伏初期、すなわち遷移硬化領域において ϕ 方向がより低い塑性流動応力で変形が進展している。一方、平面ひずみ状態と同様に、およそ $0.08 < \varepsilon_1$ で前負荷の影響が消失し、 ϕ , θ 方向ともにほぼ同一の結果となった。以上の実験結果より、予ひずみ付与後の二軸応力試験においては、単軸応力状態の場合と同様に、前負荷の影響がバウシング効果として表れるものの、後続の負荷経路で付与されるひずみの増大に伴い、前負荷の影響は次第に消失する傾向が観測された。したがって、背応力の発展則は前負荷の影響が徐々に消失するモデル、例えばArmstrongとFrederick¹¹⁾により提案された背応力の発展則 $\dot{\alpha} = C(a\dot{\varepsilon}^p - \alpha\dot{\varepsilon}^p)$ の形で表わされるモデル (以下AF型) をベースにすることが望ましい。

各モデルと実験値の比較では、IHモデルでは実験値を再現できておらず、予ひずみ付与後の二軸応力試験の再現においても移動硬化則の使用が必要である。単軸応力下では

とんど同一の計算値を示したCR, YUモデル間の比較では、いずれの応力比においても再降伏初期 ($\varepsilon_1 < 0.04$) ではほぼ同一の挙動を示し、実験値に対して計算値を若干低めに算出している。一方、 $0.04 < \varepsilon_1$ においては両者に顕著な差異が表れた。すなわち、CRモデルは背応力に線形項が含まれるため、ひずみの増大とともに応力の計算値は上昇し続けるが、YUモデルは背応力の発展則 (式 (5), (6)) が一定値に収束するため、応力の増加が飽和する。また、CRモデルの背応力の線形項は、前負荷の影響を保持し続けるため、ひずみの増大に伴う前負荷の影響の消失を再現できない。以上の結果より、全体的にはYUモデルが実験値の再現精度に優れているものの、再降伏初期と大ひずみ域でも硬化が継続する場合 ($\sigma_\phi:\sigma_\theta=1:1$ の $\varepsilon_1 > 0.08$) での再現精度には課題が残る。

4.3 塑性ひずみ速度の発生方向

二次元応力平面上における塑性ひずみ速度の方向 N^p ($\equiv \partial f / \partial \sigma$) に及ぼす硬化則と応力状態の影響に関する模

式図をFig. 6に示す。従来の反転負荷挙動の測定や移動硬化則に関する実験検証は、応力状態が単軸応力や単純せん断応力に限定されているため、関連流れ則を仮定した際の N^p は硬化則に依らず、等方硬化則の場合と同一である (Fig.6(a))。すなわち、単軸応力状態やせん断応力状態での反転負荷試験は、移動硬化則を使用した際に N^p が等方硬化則と一致する極めて限定的な実験条件といえる。しかし一般には、移動硬化則を使用した場合の N^p は、負荷履歴や応力状態によって様々に変化する (Fig.6(b))。実材料の複雑な変形を高精度に予測するためには、材料に発生する塑性ひずみ速度の方向 $\psi \equiv \tan^{-1}(d\varepsilon_\theta^p/d\varepsilon_\phi^p)$ が N^p により精度よく再現されている事を確認し、関連流れ則の妥当性を検証する必要がある。

処女材および予ひずみ付与後の二軸バルジ試験により測定された塑性ひずみ速度の発生方向 ψ および N^p の計算値をFig. 7に示す。ここで、グラフの横軸は、式 (8) に示す von Misesの相当塑性ひずみ速度の積分値を用いた。

Fig. 5 True stress-logarithmic strain curves measured for second loading of reverse loading tests with uniaxial compression followed by biaxial tension, compared with those calculated using isotropic and kinematic hardening models

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_\theta^p)^2 + \dot{\varepsilon}_\phi^p \dot{\varepsilon}_\theta^p + (\dot{\varepsilon}_\phi^p)^2} \quad (8)$$

予ひずみ付与後の試験結果 (Fig. 7(b)) に関しては, 第一負荷の除荷時をひずみの起点 ($\bar{\varepsilon}^p = 0$) とした.

処女材に線形応力経路を付与した場合の ψ は, 低ひずみ域では降伏伸びの影響から多少ばらつきがあるものの, $\bar{\varepsilon}^p$ に依らずほぼ一定値を示した. N^p の計算値は硬化則の選択にかかわらず, 応力比と降伏関数により決定され, $\bar{\varepsilon}^p$ が増加しても一定である. ただし $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 3:4$ および $4:3$ においては, ψ は $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い各々漸増および漸減する傾向を示した. これは $\sigma_\phi : \sigma_\theta = 1:1$ 近傍において, ψ の実験値が $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い von Mises から Tresca 形に徐々に変化しているためであり, 供試材が異方硬化を示していることならびに, 塑性ポテンシャルが von Mises の 2 次よりも, 高次の関数で表現されることを示唆している.

予ひずみ付与後の二軸バジ試験により測定された ψ は, 処女材の場合と異なり, $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い変化した. いずれの応力比においても, 再降伏初期の ψ は ϕ 軸方向単軸引張 ($d\varepsilon_\phi^p : d\varepsilon_\theta^p = 1 : -0.5$) の方向へ偏っているが, $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い当該の応力比に対する IH モデルの計算値に漸近した. これは, 再降伏初期においては, $-\sigma_\phi$ 方向への前負荷に起因するバウシナ効果が発現し, $+\sigma_\phi$ 方向へ材料の塑性流動が易化した結果, ψ が単軸引張方向に偏ったため

である. そして, $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い前負荷の影響が漸減した結果, ψ は IH モデルの N^p に漸近した.

移動硬化則による計算値との比較では, CR および YU モデルともに定性的に実験結果の傾向を再現できている. 再降伏初期 ($\bar{\varepsilon}^p < 0.02$) に着目すると, YU モデルの方が CR モデルよりも, $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴う N^p の変化が急峻である. これは等方硬化の定式の差に起因する. CR モデルは等方硬化を降伏曲面の膨張で表現しているため, 前負荷後の再降伏曲面が初期降伏曲面よりも拡大している. したがって, $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴う背応力 α の変化, すなわち降伏曲面の中心が移動した際の, 負荷点における降伏曲面の外向き法線ベクトルの変化が緩やかである. 一方, YU モデルは降伏曲面の大きさが一定であるため, 降伏曲面の中心が移動した際の, 負荷点における降伏曲面の外向き法線ベクトルの変化が CR モデルと比べてわずかに急峻となる.

前負荷の影響が消失する傾向 ($0.02 < \bar{\varepsilon}^p$) に着目すると, YU モデルの計算値は $\bar{\varepsilon}^p$ の増加に伴い IH モデルのそれに漸近し, 最終的には同一の値に収束する. 一方, CR モデルは IH モデルの計算値に近づくものの, 一定の偏差が残る. これは, 背応力 α の定式の違いにより説明できる. すなわち, YU モデルの α_{YU} を構成する α^* および β は共に AF 型の非線形項であり, 前負荷の影響が次第に消失する. 一方, CR モデルの α_{CR} を構成する α_2 は線形項であるため, 前負荷の影響が完全には消失しない. したがって, 前負荷により生じ

Fig. 6 Schematic illustrations of the directions of plastic strain rates calculated using isotropic and kinematic hardening models: (a) monotonic loading paths, and (b) combined loading paths with uniaxial compression followed by biaxial tension

Fig. 7 Comparison of directions of plastic strain rates between measurement and those calculated using selected constitutive models: (a) monotonic loading paths and (b) combined loading paths with uniaxial compression followed by biaxial tension

た降伏曲面の中心の移動量が、現負荷方向以外への降伏曲面の移動として残存する。それにより生じた N^p の差が、CRモデルとIHモデル間の偏差として残る。実験値との比較では、第一負荷の影響が次第に消失し、最終的にはIHモデルに漸近するYUモデルの方が実験値の傾向を的確に表現できている。

以上総括すると、硬化則が塑性ひずみ速度の発生方向に及ぼす影響は大きく、移動硬化則を用いることにより、実験値の定性的な傾向は再現可能である。また、本供試材においては、後続負荷時のひずみの増加に伴い前負荷の影響は徐々に消失するため、背応力の発展則には漸近型が推奨される。

これらの結果は、バウシニング効果による再降伏応力の低下を降伏曲面の移動で便宜的に再現する移動硬化則の概念が、単に再降伏応力の低下を表現するのみならず、塑性ひずみ速度の方向の変化をも的確に表現し得ることを示している。これより、本実験条件の範囲においては、移動硬化則の構築において、降伏曲面が移動するとの仮定と、その降伏曲面が塑性ポテンシャルと一致するとの仮定が、概ね妥当であることが立証された。

5. 結 言

継目無鋼管を供試材として、単軸応力状態での反転負荷試験と処女材および管軸方向予圧縮材の二軸バルジ試験を行い、比例負荷および応力反転を伴う複合負荷経路下における材料の弾塑性変形挙動を精密に測定した。さらに単軸応力状態における反転負荷試験から同定された移動硬化モデルを用いて、予ひずみを受けた材料の二軸応力下での弾塑性変形挙動の予測精度を検証した。その結果、以下の知見を得た。

- (1) 単軸応力状態の反転負荷挙動は、移動硬化則を使用することにより高精度に再現可能である。
- (2) 予圧縮材の二軸応力試験の結果より、後続負荷におけるひずみの増加に伴い予ひずみの影響が徐々に消失することを確認した。これを移動硬化則で再現するためには、背応力の発展則を漸近型にすることで定性的に再現可能である。
- (3) 塑性ひずみ速度の発生方向も塑性流動応力と同様に複合負荷の影響を受ける。その傾向は移動硬化則と関連流れ則の組合せにより概ね再現可能である。
- (4) 以上より、移動硬化則の構築において、降伏曲面が移動するとの仮定と、その降伏曲面が塑性ポテンシャルに一致するとの仮定が、本実験条件の範囲においては概ね妥当であることが立証された。

参 考 文 献

- 1) Kuwabara, T.: Int. J. Plast., **23** (2007), 385-419.
- 2) Banabic, D., Barlat, F., Cazacu, O. & Kuwabara, T.: Int. J. Mater. Form., **3** (2010), 165-189.
- 3) Barlat, F. & Kuwabara, T.: J. Jpn. Soc. Technol. Plast., **57-662** (2016), 230-237.
- 4) Kuwabara, T. & Sugawara, F.: Int. J. Plast., **45** (2013), 103-118.
- 5) Kuwabara, T., Narihara, K., Yoshida, K. & Takahashi, S.: J. Jpn. Soc. Technol. Plast., **44-506** (2003), 281-286.
- 6) Yanaga, D., Takizawa, H. & Kuwabara, T.: Jpn. Soc. Technol. Plast., **55-636** (2014), 55-61.
- 7) Hakoyama, T. & Kuwabara, T.: Altenbach, H., Matsuda, T. & Okumura, D. (Eds.), From Creep Damage Mechanics to Homogenization Methods, (2015), 67-95, Springer.
- 8) Prager, W.: J. Appl. Mech., **23** (1956), 493-496.
- 9) Ziegler, H.: Q. Appl. Math., **17** (1959), 55-65.
- 10) Mróz, Z.: J. Mech. Phys. Solids, **15** (1967), 163-175.
- 11) Armstrong, P. J. & Frederick, C. O.: C.E.G.B. Report RD/B/N 731, (1966).
- 12) Chaboche, J. L. & Rousselier, G.: J. Press. Vessel Technol., **105** (1983), 153-158.
- 13) Chaboche, J. L.: Int. J. Plast., **2** (1986), 149-188.
- 14) Ohno, N. & Wang, J. D.: Int. J. Plast., **9** (1993), 375-390.
- 15) Yoshida, F. & Uemori, T.: Int. J. Plast., **18** (2002), 661-686.
- 16) Yoshida, F. & Uemori, T.: Int. J. Mech. Sci., **45** (2003), 1687-1702.
- 17) Barlat, F., Gracio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Vincze, G.: Int. J. Plast., **27** (2011), 1309-1327.
- 18) Barlat, F., Vincze, G., Grácio, J. J., Lee, M. G., Rauch, E. F. & Tomé, C.: Int. J. Plast., **58** (2014), 201-218.
- 19) Ohashi, Y., Kawashima, K. & Yokochi, T.: J. Mech. Phys. Solids, **23** (1975), 277-294.
- 20) Yoshida, F., Murakami, T., Kaneko, K., Ikegami, K. & Shiratori, E.: Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., **43-368** (1977), 1231-1241.
- 21) Shiratori, E., Ikegami, K. & Yoshida, F.: J. Mech. Phys. Solids, **27** (1979), 213-229.
- 22) Hecker, S. S.: Met. Trans., **2** (1971), 2077-2086.
- 23) Shiratori, E. & Ikegami, K.: J. Mech. Phys. Solids, **16** (1968), 373-394.
- 24) Uemori, T., Kuramitsu, T., Mito, Y., Hino, R., Naka, T. & Yoshida, F.: J. Jpn. Soc. Technol. Plast., **50-576** (2009), 39-43.
- 25) Hill, R. & Hutchinson, J. W.: J. Appl. Mech., **59** (1992), S1-S9.
- 26) Hill, R., Hecker, S. S. & Stout, M. G.: Int. J. Solids Struct., **31** (1994), 2999-3021.
- 27) von Mises, R.: Göttingen Nachrichten, math.-phys. Klasse, (1913), 582-592.
- 28) Hill, R.: Proc. R. Soc. Lond., **A193** (1948), 281-297.
- 29) Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., Pourboghra, F., Choi, S. H. & Chu, E.: Int. J. Plast., **19** (2003), 1297-1319.
- 30) Hosford, W. F.: Proc. 7th North Amer. Metalworking Res. Conf., SME, Dearborn, Michigan, (1979), 191-196.
- 31) Drucker, D. C.: Proc. First U. S. Natl. Congr. Appl. Mech., (1951), 487-491.
- 32) Urabe, M., Okada, T., Yoshida, F. & Toropov, V. V.: Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. Ser. A, **64-619** (1998), 737-742.