DEM による媒体攪拌ミル攪拌ロータのピン形状が 媒体運動に及ぼす影響の解析

Analysis of Effect of Pin Configuration on Beads Motion in a Stirred Mill by DEM

曾田 力央, 加納 純也, 齋藤 文良

Rikio Soda, Junya Kano, Fumio Saito

Received 30 September 2008; Accepted 1 December 2008

Beads motion in a stirred mill filled with a slurry was simulated by the Discrete Element Method (DEM), enabling to calculate the impact energy of beads. Since the specific impact energy of beads is known to be well correlated with the grinding rate constant, it was monitored as an effective index of grinding performance in the simulation work. The present work is to investigate effect of the pin configuration, particularly, the number of pins attached on the agitator and their length on the beads motion as well as the impact energy. The pins were attached on the axis of the agitator equi-interval in the circumference direction and 3-line in the horizontal axis in the mill. We have found that the beads motion is dependent on the number of pins, and the specific impact energy reaches the maximum value at 8 in number of pins under the present condition. In addition, the maximum value under the specific impact energy is shifted towards large number of pins as the beads filling ratio increases. The specific impact energy of beads is increased with an increase in pin length.

Keywords: Simulation, Stirred milling, Discrete Element Method, Wet grinding, Impact energy

1. 緒 言

粉砕法は、比較的簡単に微粒子粉体を製造できることから多くの産業分野で活用されている。特に、最近では、顔料・塗料や圧電素子、機能性セラミックス材料原料などの粉体には、サブミクロンあるいはナノサイズまでの微粒化が要求される。この要求を達成する装置の一つとして媒体攪拌（ビーズ）ミルがある。このミルは、通常、水を媒液とする湿式で運転され、微小径ビーズを用いることにより、微粒子の製造が可能である。媒体攪拌ミルの粉砕性能は、ビーズの径や充填率、攪拌ロータ回転速度などの操作条件の他、ロータの形状にも依存することが知られている。これらの

条件の決定やミルの設計は、従来、実験に頼っており、多大な時間、コストおよび労力を要するので、容易に最適条件の決定や設計指針が得られる手法の構築が求められている。これまでに、ポピュレーションバランス式をビーズミルに適用することにより粒度分布を予測する手法¹⁻³⁾、ストレス強度により粉砕能力を数値解析する手法⁴⁾が報告されている。また、近年、離散要素法（DEM）シミュレーションによる媒体攪拌ミル内のビーズ挙動解析が行われている⁵⁾が、媒体攪拌ミルの最適な条件の設定や設計の指針を明確に与える方法はいまだ存在しない。そこで著者らは、これまでにDEMシミュレーションにより転動ボールミルのスケールアップ⁶⁾や遊星ミルの最適設計⁷⁾の指針を提示してきた。

本研究では、DEMシミュレーションを媒体攪拌ミル内の媒体運動に適用し、その最適条件や設計指針を得る手法を開発することを目的とする。媒体攪拌ミルの性能評価としては、粉砕速度、所要動力、摩耗粉量

東北大学 多元物質科学研究所
(〒980-8577 宮城県仙台市青葉区片平2-1-1)
TEL 022-217-5136
Institute of Multidisciplinary Research for Advanced Materials,
Tohoku University
(1-1, Katahira 2-chome, Aoba-ku, Sendai 980-8577, Japan)

などがあるが、本研究ではまず粉砕速度を向上させる要因について検討した。その第一ステップとして媒体攪拌ミルのシミュレーションの妥当性を確認し、つづいて粉砕性能に大きな影響を及ぼすと考えられる回転ロータピンが、ビーズの運動、ならびに、粉砕速度と相関する衝突エネルギーに与える影響について明確にする。

2. DEM シミュレーション

2. 1 粉砕媒体

DEM によりミル内の粉砕媒体(ビーズ)運動をシミュレーションした。DEM は一般的にお互いに接触した粒子間に働く弾性反発力や摩擦力などの接触力をモデル化し、接触力が作用する個々の粒子の運動を運動方程式をもとにして数値解析する手法である⁸⁾。衝突モデルとして、Fig. 1 に示すように、粒子の持つ弾性的および非弾性的性質を、接触点間に挿入した弾性スプリングと粘性ダッシュポットで表現する Voigt モデルを用いた。ただし、粒子接触に付随する摩擦力を表すために摩擦スライダが挿入されている。粒子間の法線方向、および接線方向の接触力 F_n , F_t はそれぞれ以下の式であらわされる。

$$F_n = K_n u_n + \eta_n \frac{\Delta u_n}{\Delta t} \quad (1)$$

$$F_t = \min \left\{ \mu F_n, K_t \Delta(u_t + r\varphi) + \eta_t \frac{\Delta(u_t + r\varphi)}{\Delta t} \right\} \quad (2)$$

ここで、 u , φ はそれぞれ着目 2 粒子間の相対変位、相対回転変位、 K , η , μ は、ばね定数、粘性定数、摩擦係数である。

2. 2 スラリー

媒体攪拌ミル内の媒体(ビーズ)運動をシミュレーションするにあたり、ビーズ運動に大きな影響を与えるスラリーの影響を考慮しなければならない。その方法として二つ考えられる。一つは、媒体の動きを DEM シミュレーションする一方、スラリーの動きを有限要素法等の連続体モデルでシミュレーションし、両者をカップリングする方法⁹⁾である。もう一つは、スラリーの動きをモデル化して DEM シミュレーションに組み込む方法¹⁰⁾である。前者の方法では、流体の影響をよく表現することができるが、計算負荷は大きくなる。後者の方法では、スラリーが媒体に及ぼす影響を十分に表現できるようなモデル化が必要であるが、前者にくらべ計算負荷を大幅に軽減できる。本研

Fig. 1 Simulation model of interactive forces between two particles

究では、後者の方法を採用することとした。スラリーのモデル化については以下で述べる。

2. 3 スラリーのモデル化

スラリーの運動をモデル化することにより、DEM シミュレーションに組み込んだ。すなわち、スラリーから受ける浮力 F_B および流体抵抗 F_D をそれぞれビーズに作用する力に加えることとした。ビーズの受ける力 F は次式で表わされる。

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_t + \vec{F}_B + \vec{F}_D \quad (3)$$

ここで、浮力 F_B および流体抵抗 F_D は次式で表わされる。

$$F_B = g V_B \rho_s \quad (4)$$

$$F_D = C_d A \rho_s \frac{u_r^2}{2} \quad (5)$$

V_B はビーズ体積、 C_d は抵抗係数、 A は投影断面積、 ρ_s はスラリー密度、 u_r は流体とビーズの相対速度である。なお、抵抗係数 C_d は次式で表される¹¹⁾。

$$C_d = \frac{23.5}{Re} + \frac{4.6}{\sqrt{Re}} + 0.3 \quad (6)$$

$$Re = \frac{d_B |u_r| \rho_s}{\gamma_s} \quad (7)$$

ここで、 d_B および γ_s はそれぞれビーズ径および、スラリーの粘度である。流体抵抗を計算するにはスラリーの流動速度が必要であり、その流動速度は次式¹²⁾により与えた。

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r u_s) \right] = 0 \quad (8)$$

Fig. 2 Profile of the slurry velocity

ここで、 r および u_s はそれぞれ、半径およびスラリーの流動速度である。これを解くと、

$$u_s(r) = \omega \frac{r_{ag}^2}{r_{ch}^2 - r_{ag}^2} \left(\frac{r_{ch}^2}{r} - r \right) \quad (9)$$

となる。ここで、 ω は攪拌機角速度、 r_{ag} 、 r_{ch} はそれぞれ、攪拌機径、ミル径である。Fig. 2 に Eq. (9) により得られるスラリーの速度プロファイルを示す。ピンに接触している、あるいは、その付近にあるビーズが受ける力はピンからの影響が支配的であると考え、ピンの存在は無視してスラリーの流動速度を決定した。

2. 4 ビーズの衝突エネルギー

DEM シミュレーションによって、ビーズの運動を十分に理解することは可能であるが、粉碎速度を評価するためには、粉碎速度と密接に関係する指標を設定する必要がある。湿式粉碎において、粉碎が進行するための主要因としてはビーズの衝突回数と衝突の強さが考えられる。すなわち、ビーズの衝突回数が多いほど、衝突の強さが大きいほど、粉碎速度は大きくなるものと推察できる。そこで、これら二つの影響をよく反映する衝突エネルギーに着目し、DEM シミュレーションにより衝突エネルギーを求めることによって粉碎速度を評価することとした。なお、ビーズの衝突エネルギーは碎料の粉碎速度定数と良好に相関することが確認されている^{6,7,13)}。ビーズの衝突エネルギー E_w は次式により求められる。

$$E_w = \frac{\sum \frac{1}{2} m_B v^2}{t} \quad (10)$$

ここで、 m_B は粉碎媒体の質量、 v は媒体衝突時の相

Fig. 3 Schematic configuration of the stirred mill

対速度、 t はシミュレーション時間である。衝突回数と衝突時の相対速度は DEM シミュレーションから抽出することができる。スラリーについては、粉碎室内に均一に存在し、濃度にも偏りがないものと仮定した。

3. DEM シミュレーションとモデルの妥当性

シミュレーションで対象とした媒体攪拌ミルの寸法および形状を Fig. 3 に示す。ロータピンの配置は軸方向に 3 列とし、軸の円周上に 2～20 本を等間隔に配置した。Fig. 4 には、軸円周上に 2 本と、8 本の配置をそれぞれ示す。ロータ上のピンがビーズの運動に及ぼす影響についてより詳細に検討するため、ミル断面 (Fig. 4 中に斜線で示した位置) でのビーズの運動を観察した。ロータ回転速度 N は 600, 1200 rpm とした。

Table 1 に、ミルの操作条件をまとめて示す。ビーズ径は 2 mm、ビーズの密度はジルコニアと同じにした。スラリーは水酸化アルミニウム粉体 (住友化学製、平均粒子径 56.8 μm) を 5 wt% で水に分散した際の密度および粘度を用いた。シミュレーションモデルの妥

Fig. 4 Pin configuration

Table 1 Operational parameters

Parameters	Value
Filling ratio (%)	57
Rotational speed (rpm)	600-1200
Beads density (kg/m ³)	6060 (YTZ)
Beads diameter (mm)	2.0
Slurry density (kg/m ³)	1029
Slurry viscosity (mPa · s)	1.1

Fig. 5 Velocity distributions of beads motion in the mill

当性は、実験から得られたビーズ速度と比較することにより検証を行った。実験におけるビーズの移動速度の測定は、粉碎容器を透明アクリル製粉碎容器に置換し、ビーズにトレーサーとなるビーズを混ぜ、下部からビーズ運動をビデオ撮影し、ビーズの移動量から速度を算出した。シミュレーションで使用した物性値などを **Table 2** に示す。弾性定数は Hertz の弾性接触論¹⁴⁾ から求め、粘性係数については DEM で用いられている運動方程式において、減衰が最も大きくなるよう決定した。摩擦係数はロータ回転速度が 600, 1200 rpm において、ビーズの速度が実測とよく一致するように決定した。**Fig. 5** に、実験で測定したビーズの速度とシミュレーションで得られたビーズの速度の比較を示す。なお、横軸はミル回転軸方向の位置を示しており、前蓋の位置を 0 とした。**Fig. 5** より、ミル中心付近、すなわちロータがある領域でビーズ速度が大きくなっており、ロータの速度が大きくなるとビーズ速度も大きくなる。実測値と比較すると、シミュレーションから得られた速度はミルの両蓋近傍でやや実測値よりも小さくなった。この原因としては、前蓋付近では実際の流体の速度と、シミュレーションで与えている流体の速度に違いがあるためと考えられる。粉碎が主

Table 2 Parameters in the simulation

Young's modulus (GPa)	21
Poisson's ratio (—)	0.3
Time step (s)	2.5×10^{-6}
Frictional coefficient (Bead-Bead) (—)	0.20
Frictional coefficient (Bead-Wall) (—)	0.25

Fig. 6 Velocity distributions of beads motion in the mill (2 mmYTZ, $J=57\%$, 600 rpm)

(a) 2-pin, (b) 4-pin, (c) 8-pin, (d) 20-pin

に起きている領域である攪拌機付近では、いずれの攪拌機回転速度においても、実験したビーズの速度は、シミュレーションから得られた速度とよく一致しており、ミル内のビーズ運動をよく再現しているといえる。

4. 結果及び考察

4. 1 衝突エネルギーに及ぼすピン本数の影響

Fig. 6 には、ロータ回転速度 600 rpm でのミル断面におけるビーズの速度分布を示す。ピン本数の少ない領域 (2 ~ 4 本) においてはピンの前面付近でビーズの速度が大きく、ピンの背面に速度の小さい領域が形成される速度分布を持つことが分かる。ピン本数を増やすと、ミルの内側でビーズ速度が大きく、ミル外壁に近くなるにつれてビーズ速度が小さくなる。さらにピン本数を増すと、ビーズ速度が全体的に低下していく。このように、ミル内のビーズの挙動がピン本数により鋭敏に変化することが分かる。**Fig. 7** に、ピン本数と衝突エネルギーの関係を示す。なお、ロータ回転速度は **Fig. 6** と同じく 600 rpm である。また、衝突エネルギー中の法線成分、接線成分の内訳もあわせて示した。ピン本数が 8 本以下では、ピン本数が増加する

Fig. 7 Impact energy of beads as a function of the number of pins
(2mmYTZ, $J=57\%$, 600 rpm)

につれて衝突エネルギーが増加する。ピン本数が8本以上になると逆にピン本数が増加するにつれて、衝突エネルギーは減少する。このように、同一円周上にあるピン本数が8本の場合で衝突エネルギーが最大値をとることが分かる。これは最適なピンの本数が存在することを示している。また、いずれのピン配置においても接線方向成分の衝突エネルギーが大半を占めている。これは、砕料が媒体より受ける力の大部分は剪断方向の力であることを示している。衝突エネルギーが最大となるピン本数が8本のとき、ビーズは十分大きな速度で運動しており、かつ、ビーズの速度分布は内側で速く、外壁に近くなるほど遅くなる。ピン本数が少ない場合は、ビーズの速度は大きい、ビーズが集団で動くため、剪断方向の力がかかりにくい。ピン本数が多い場合には、ピンから十分な力を受けることができず、ビーズの速度は全体的に低下する。これら二つの要因によりピン8本の場合で衝突エネルギーが最大値となったと考えられる。

4.2 ビーズ充填率とロータ回転数の影響

Fig. 8 には、ビーズ充填率を変化させた場合のピン本数と衝突エネルギーの関係を示す。いずれの充填率においてもピン本数が増加すると衝突エネルギーが増加し、あるピン本数において最大値を示し、その後減少する。ビーズ充填率が増加するにつれて衝突エネルギーが最大値をとるピン本数は多い方にシフトする。充填率が増加すると、ビーズを十分に運動させるにはピン本数を増やす必要があることが分かる。

Fig. 9 には、回転数を変化させた場合のピン本数と衝突エネルギーの関係を示す。ロータ回転速度が大きいほど、衝突エネルギーは大きくなる。いずれのロータ回転数においても衝突エネルギーが最大となるピン

Fig. 8 Impact energy of beads as a function of the number of pins with a parameter of filling ratio
(2mmYTZ, $N=1200$ rpm)

本数が存在し、回転速度が大きいほどピン本数の影響は顕著である。充填率を変化させた場合とは異なり、衝突エネルギーが最大値をとるピン本数は、回転数によらず同じである。衝突エネルギーが最大値をとるピン配置はロータ回転速度の影響を受けない。

4.3 ピン長の影響

Fig. 10 には、ピン長さが異なる場合のビーズの速度分布を示す。ピン長さは2, 8, 12 mmの3段階に変化させた。また、ピン本数が同一円周上に3および6本ある場合の結果をそれぞれ示す。ピンが短い(2 mm)ときは、ロータに近い位置にあるビーズのみが運動しており、壁面に近いビーズはほとんど運動していない。ピンが長くなるにつれ、ピンの前面にあるビーズが速く動くようになり、ピン長さがミル壁面近くまで伸びている(12 mm)場合は、ピンの前面にあるビー

Fig. 9 Impact energy of beads as a function of the number of pins with a parameter of rotational speed
(2mmYTZ, $J=57\%$)

Fig. 10 Velocity distributions of beads in the mill
(2 mm YTZ, $N=600$ rpm, $J=57\%$)
(a, b, c) 3-pin, (d, e, f) 8-pin, (a, d) 2 mm, (b, e) 8 mm, (c, f) 12 mm

ズの数が増加するため、より多くのビーズが速く運動していることが分かる。

Fig. 11 には、ピン長さとビーズ衝突エネルギーの関係を示す。また、同一円周上のピン本数を 3, 8, 12 本と変化させた時の結果をそれぞれ示す。ピン長さが増加するにともない、いずれのピン配置においてもビーズの衝突エネルギーは増加することが分かる。ピンが短い場合は、ピン本数が変化しても衝突エネルギーはほとんど変化しないことが分かる。ピン長さが 8 mm 以上になったとき、ピン本数が増加すると衝突エネルギーも増加する。これは、**Fig. 10** で示した通り、ピンが長くなるとビーズ速度が増加し、ビーズ同士の衝突が激しくなったことに起因している。

5. 結 言

湿式媒体攪拌ミル内のビーズ運動の DEM シミュレ

Fig. 11 Impact energy of beads in the mill as a function of the length of pins
(2 mm YTZ, $N=600$ rpm, $J=57\%$)

シオンを行い、粉砕速度定数と相関関係にある衝突エネルギーに着目し、攪拌ロータ上に配置したピンの形状がビーズ運動ならびに衝突エネルギーに及ぼす影響について検討した結果、以下の結論を得た。

- 1) ビーズの衝突エネルギーが最大となるピン本数が存在する。このピン本数はロータ回転速度を変化させても変化しないが、ビーズの充填率が増加するとビーズの衝突エネルギーを最大にするピン本数は多くなる。本実験条件では、衝突エネルギーが最大になるピン本数は充填率 J が 50% では 4 本、 $J=57\%$ では 8 本、 $J=64\%$ では 16 本であった。
- 2) ピンは長いほどビーズの衝突エネルギーは大きくなる。

Nomenclature

A : projection area of beads	(m^2)	r_{ag} : radius of the agitator	(m)
C_d : drag coefficient	(—)	r_{ch} : radius of the chamber	(m)
d_B : beads diameter	(m)	Re : Reynolds number	(—)
E_w : impact energy	($\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$)	t : time	(s)
F : resultant force	(N)	u_n : relative displacement (normal)	(m)
F_B : buoyant force	(N)	u_t : relative displacement (tangential)	(m)
F_D : drag force	(N)	u_r : relative velocity	(m/s)
F_n : normal force	(N)	u_s : velocity of suspension	(m/s)
F_t : tangential force	(N)	v : relative velocity	(m/s)
g : gravity acceleration	(m/s^2)	V_B : volume of the beads	(m^3)
J : filling ratio	(%)	γ_s : viscosity of slurry	($\text{Pa} \cdot \text{s}$)
K_n : spring coefficient (normal)	(N/m)	η : dumping coefficient	($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)
K_t : spring coefficient (tangential)	(N/m)	μ : frictional coefficient	(—)
m_B : weight of beads	(kg)	ρ_s : density of suspension	(kg/m^3)
N : rotational speed	(rpm)	φ : angular displacement	(rad)
r : radius	(m)	ω : angular velocity	(rad/s)

References

- 1) Hogg, R.: "Breakage mechanisms and mill performance in ultrafine grinding", *Powder Technol.*, **105**, 135-140 (1999)
- 2) Frances, C.: "On modelling of submicronic wet milling processes in bead mills", *Powder Technol.*, **143-144**, 253-263 (2004)
- 3) Bilgili, E., R. Hamey and B. Scarlett : "Nano-milling of pigment agglomerates using a wet stirred media mill : Elucidation of the kinetics and breakage mechanisms", *Chem. Eng. Sci.*, **61**, 149-157 (2006)
- 4) Arno, K.: "Wet comminution in stirred media mills -- research and its practical application", *Powder Technol.*, **105**, 14-20 (1999)
- 5) Yang, R. Y., C. T. Jayasundara, A. B. Yu and D. Curry : "DEM simulation of the flow of grinding media in IsaMill", *Minerals Eng.*, **19**, 984-994 (2006)
- 6) Kano, J., H. Mio, F. Saito and M. Tanjo : "Estimation of Size Reduction Rate of Gibbsite in Tumbling Mill with Different Diameter by Computer Simulation", *J. Chem. Eng. Japan*, **32**, 747-751 (1999)
- 7) Mio, H., J. Kano, F. Saito and K. Kaneko : "Optimum Revolution Directions and Their Speeds in Planetary Ball Milling", *Int. J. Mineral Eng.*, **74S**, S85-S92 (2004)
- 8) Cundall, P. A. and O. D. L. Strack : "A Discrete numerical model for granular assemblies", *Geotechnique*, **29**, 47-65 (1979)
- 9) Tsuji, Y., T. Kawaguchi and T. Tanaka : "Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed", *Powder Technol.*, **77**, 79-87 (1993)
- 10) Mori, H., H. Mio, J. Kano, F. Saito : "Ball mill simulation in wet grinding using a tumbling mill and its correlation to grinding rate", *Powder Technol.*, **143-144**, 230-239 (2004)
- 11) Theuerkauf, J. and J. Schwedes : "Theoretical and experimental investigation on particle and fluid motion in stirred media mills", *Powder Technol.*, **105**, 1-3, 406-412 (1999)
- 12) Sindo, K. : "Transport Phenomena and Materials Processing", p.63, John Wiley and Sons, Inc. (1996)
- 13) Kano, J. and F. Saito : "Correlation of powder characteristics of talc during Planetary Ball Milling with the impact energy of the balls simulated by the Particle Element Method", *Powder Technol.*, **98**, 166-170 (1998)
- 14) Goldsmith, W. : "Impact", Edward Arnold Ltd., (1960)