粒体堆積物の崩壊過程における粒子の軌跡

Trajectories of Granular Matter during Collapse Processes in Granular Heaps

山田 孝行, 池田 英幸, 岡林 巧

Takayuki Yamada, Hideyuki Ikeda, Takumi Okabayashi

Received 25 January 2011; Accepted 16 March 2011

We study experimentally collapse processes of granular heaps due to moving retaining walls of containers. We focus on trajectories of flows of granular matter during the collapse process with various initial heights (H_0) and widths (X_0) whose aspect ratios (H_0/X_0) are the same value, $H_0/X_0=2.0$. It is observed that the heaps show increase of volume which is so called 'dilatancy' at an early stage of collapse and the trajectories of all particles in flowing region exhibit logarithmic curves. The latter yields a scaling law for the trajectories of the granular matter.

Keywords: Retaining wall, Scaling, Trajectory, Granular matter, Dilatancy

1. 序論

我々の周辺に粉粒体は多数存在する。例えば、砂糖、塩、薬品、小麦粉、米など枚挙にいとまがない。さらに工業的にも、原材料の貯蔵、輸送、製造過程において多くの場合、粉粒体の形態が利用されている。また、建築や土木の分野においても、セメントや砂利あるいは土砂も粉粒体として取り扱われている。しかしながら、このような粉粒体は閉塞現象、液状化、対流や偏析などを生じ、取り扱う際に種々の問題を引き起こしている。また、自然界において生じる雪崩や土砂崩壊も粉粒体の性質に由来している。そのため、粉粒体の性質に関する基礎的研究は重要である。

そのような中で、非粘着性の乾燥粒体を積層させ、その崩壊過程に関する研究については多数報告されている¹⁻⁸⁾。それらのほとんどは、壁あるいは容器を瞬間的に取り除いた後の崩壊過程についての研究である。我々は、直方体の容器内に粒子を積層させ、その壁の一方を移動させることによる粒子の崩壊過程を調べて

きた。このような研究は、すでにクーロンやランキンが行っており、古典的な内容となっている⁹⁾。しかしながら、著者らの知る限り、壁の移動に伴う粒子の動きに着目した研究は報告されていない。本報告では、積層されたガラスビーズが、壁の移動による崩壊過程において粒子がどのように移動するか、その軌跡に着目して研究した結果を述べる。

2. 実験方法

Fig. 1 に、実験装置の概略を示す。右の壁はモータ駆動により所定で速度で移動する。粒体として直径約

Fig. 1 Schematic illustration of an experimental setup
 H_0 : Initial height of heap
 X_0 : Initial width of heap

鹿児島工業高等専門学校
(〒899-5193 鹿児島県霧島市隼人町真孝1460-1)
TEL 0995-42-9027
Kagoshima National College of Technology
(1460-1 Shinko, Hayato-cho, Kirishima, Kagoshima 899-5193, Japan)

Table 1 Experimental conditions

Data number	Initial height H_o (mm)	Initial width X_o (mm)	Aspect ratio H_o/X_o	Diameter of bead d (mm)
#57	100	50	2.0	2
#58	60	30	2.0	2
#62	80	40	2.0	2
#74	120	60	2.0	2
#76	120	60	2.0	4

2 mm と 4 mm のガラスビーズを使用し、一部の粒子に色を塗り、粒子の移動を調べるためのマーカーとした。この装置の奥行きは 55 mm、積層初期高さ H_o と初期幅 X_o を **Table 1** に示すように、アスペクト比 (H_o/X_o) を 2 と設定した。積層する際にある高さ (例えば高さ 150 mm) から粒子を落下させた場合とそうでない場合では、積層粒子の充てん率 (かさ密度) が異なり、崩壊過程に相違が生じる¹⁰⁾。そこで、細棒の先端に付けた平板で内径 8 mm の円管の一端を塞ぎ、他端から管内にガラスビーズを入れ、装置の底部まで管を挿入した後、平板を除いてビーズを極力低い位置から放出して粒子を積層した。壁の移動速度は約 2 mm/s と一定で行い、壁の移動による積層粒子の崩壊過程をデジタルビデオカメラ (SONY 製 HANDYCAM DCR-DVD 403) で撮影し、画像を次のように解析した。

- 1) 撮影した動画を 1 秒ごとの静止画像とした。
- 2) パソコンに各静止画像を表示し、OHP 用の透明シートにマーカーの粒子の位置をプロットした。
- 3) マーカーの位置 (x, y 座標) を測定し、記録した。
- 4) 記録したデータを、初期高さ (H_o)、初期位置 (X_o) など規格化 (無次元化) した。

3. 実験結果および考察

Fig. 2 は、崩壊過程の一例である。積層高さが積層幅に対して大きいこの場合、壁の移動に伴って積層上面の形状は当初水平を保ったまま降下し、その後、斜面形状となる。水平状態から斜面形状に変化する直前の体積は増加している。**Fig. 2** (a) の初期状態の側面の面積が 120 mm × 60 mm、奥行きは 55 mm と一定のため、体積 V_o は 120 mm × 60 mm × 55 mm = 3.96×10^5 mm³ である。一方、(b) の状態では、その体積 V_b が 95 mm × 77 mm × 55 mm = 約 4.02×10^5 mm³ であり初期状態より増加している。(a) の初期状態での粒子数を N 、充てん率を ρ_o 、(b) の状態の充てん率を ρ_b とす

Fig. 2 Evolution of collapse of the heap (#74)
(a) Initial state
(b) Top surface of the heap keeping horizontal level and showing dilatancy
(c) Final state of collapse

ると、粒子数に変化はないため、 $\rho_o = N/V_o$ 、 $\rho_b = N/V_b$ であり、充てん率の変化の割合 $\Delta\rho$ は、Eq. (1) となる。

$$\Delta\rho = (\rho_b - \rho_o) / \rho_o = (V_o - V_b) / V_b \quad (1)$$

Eq. (1) に V_o 、 V_b の値を代入すると、崩壊による充てん率の変化は約 1.57% となり、充てん率が低下している。

すなわち、壁が移動して積層粒子が崩壊することによってダイラタンシーが生じており、充てん率は崩壊前後で一定ではないことが判明した¹¹⁾。

積層体の崩壊に伴うマーカーの軌跡を **Fig. 3** にまとめた。図において、 x はマーカーの水平方向の位置、 H は垂直位置を表している。図中の左最上部付近の◎で示しているマーカーは 3 点のみである。これは上部表面にあり、積層粒体が崩壊する際に奥行方向に移動し、マーカーを追跡できなかったことによる。また、初期位置が図の左下の固定壁付近では、粒子の移動距離が短いものやほとんど動いていないものがあるため、マーカーのプロットされた点が少ないものが見られる。一方、それら以外の移動壁に近く、粒子の初期位置での x の値が大きくかつ初期高さ H が高い粒子は移動距離が長い。したがって、そのような粒子は容器の奥

Fig. 3 Trajectories of markers during the collapse process (#74)

行方向には移動していない。これらの粒子は Table 1 のいずれの実験条件においても、粒子が長距離移動した軌跡は下に凸の曲線となっている。すなわち、粒子はある曲面状のすべり面に沿って移動しているものと思われる。

粒子の水平方向 (x 方向) および垂直方向 (y 方向) の時間変化を Fig. 4 に示す。これらの位置は、初期幅 X_0 、初期高さ H_0 によって無次元化している。Fig. 4 (a) の x 方向の変化では、初期高さにかかわらず左の固定壁からの距離がほぼ等しい初期位置の粒子は曲線の傾きが同様であることから同じ速度で移動し、初期位置が固定壁に近いほど遅くなっている。また、Fig. 4 (b) の y 方向の粒子の移動については、同じ初期高さの粒子は x 方向の初期位置に関係なく、崩壊初期過程では同様の軌跡を示している。しかしながら、時間が経過すると移動速度が低下しており、その速度は初期高さが同じでも、データ点、すなわち初期位置により異なる。

Fig. 3 のデータを片対数でプロットした結果が Fig.

Fig. 5 Semi-logarithmic plot of trajectories of markers (#74)

Lines in the figure are the least squares fits ($H/H_0 = a + b \cdot \ln(x/X_0)$)

5 である。粒子の軌跡が直線的であることから、粒子は対数曲線を描いて移動していることが分かる。また、図中の直線は最小二乗によるものである。移動壁に近い粒子ほどその勾配が大きいことから、対数曲線の曲率は固定壁側から移動壁に向かって連続的に変化している。すべり面は一般に厳密には直線状ではなく、曲線状となることが知られているが、対数曲線状を描きしかも、その曲率がこのように変化することは、著者の知る限り報告されていない。これらの直線の y 切片の値と傾きをそれぞれ a と b で表すと、直線の方程式は、

$$H/H_0 = a + b \cdot \ln(x/X_0) \quad (2)$$

である。Eq. (2) の a/b の値を求め、Fig. 6 の中白の記号に示すようにプロットした。一方、塗りつぶし (灰色) の記号は H/d および x/d によって Eq. (2) と同様にして求めた a/b の値である。ただし、 d は粒子直径を表す。 d で規格化した結果は一定とはいえない

Fig. 4 Time evolutions of (a) horizontal and (b) vertical positions of markers (#74)

Fig. 6 Values of a/b of various experimental conditions

点のばらつきを示している。一方、上のデータ H_0 , X_0 で規格化した結果はいずれもほぼ等しい値となっており、その平均値は一定値 ($\langle a/b \rangle = -0.8224$) となっている。このことから、粒子サイズではなく、粒子の初期位置に依存する結果が得られていると考えられる。

Eq. (2) の直線の式を以下のように変形する。

$$Y/b = a/b + \ln(X)$$

ここで、 $Y \equiv H/H_0$, $X \equiv x/X_0$ である。また、 $a/b = -0.8224$ より、

$$S = -0.8224 + \ln(X) \quad (3)$$

とすると、

$$Y/b = S \quad (4)$$

となる。したがって、粒子径が 2mm と 4mm の 2 種類の球形ガラスビーズを使用して実験を行った限りでは、関数 S によってスケーリングが可能である。

Fig. 7 は、 X と Y/b の値および関数 S を示している。 S による直線とデータとの間に誤差が見られるが、ほぼデータは直線と一致する傾向が見られる。

一般に直線群の a/b の値が等しい場合、それらの直線は一点で交わる。したがって、Fig. 5 の直線群は一致しないと思われるものがあるものの、ほとんどの直線は外挿によって一点で交わる。この理由は、崩壊過程の最終段階において Fig. 2 (c) の状態となるため、移動可能な粒子が移動壁付近の斜面先端上部に集まるためと考えられる。しかしながら、粒子の軌跡が対数曲線状となる理由は現段階では不明である。積層粒子の崩壊過程において、粒子の移動がない不動領域が存在することや流動領域においてダイラタンシーが生じて密度変化が生じることなどがあり、理論的解

Fig. 7 Scaled data and scaling function, S

析が困難であることによる。

4. 結論

直方体の容器内に非粘着性の乾燥粒体であるガラスビーズを積層させ、壁の移動による積層粒子の崩壊過程を調べた。各積層粒子の軌跡に着目した結果を以下に挙げる。

- 1) 粒子がほとんど動かない領域と移動する領域とが存在する。
- 2) 崩壊の初期過程では、積層上面は水平に降下し、その後、斜面形状へと変化する。
- 3) 斜面形状に変化する直前の体積は、崩壊前より増加しており、崩壊に伴う粒子移動によってダイラタンシーが生じている。
- 4) 粒子の水平方向 (x 方向) の時間変化は、高さにかかわらず固定壁からの距離がほぼ等しい初期位置の粒子は同じ速度で移動し、壁に近いほど遅くなっている。また、垂直方向 (y 方向) の粒子の移動速度については、同じ初期高さの粒子は x 方向の初期位置に関係なく、初期過程では同様である。しかし、時間が経過すると移動速度が低下しており、初期が固定壁に近い粒子ほど顕著である。
- 5) 崩壊による粒子の軌跡は、 x 軸の片対数プロットにより、直線状を示す。これにより、粒子は対数曲線を描いて移動していることが判明した。
- 6) 対数曲線状の軌跡は、移動壁に近いほど曲率が大きく不動領域に近いほど曲率が小さくなる傾向を示している。

7) 各直線の傾きと切片の値を最小二乗法で求め、その比 (b/a) を算出し、 $b/a = -0.8224$ という値を得た。よって、粒子径が 2 mm と 4 mm の 2 種類の球形ガラスビーズを使用して実験を行った限りでは $S = 0.8224 - \ln(X)$ によりスケーリングが可

能であるという結果が得られた。

[謝辞] これらの測定とデータ整理のほとんどは、鹿児島工業高等専門学校 専攻科高橋和也君、機械工学科 郷田航平君および同 馬場健太君によるものである。ここに謝意を表する。

Nomenclature

a	: y -intercept of linear function	(mm)	V_o, V_b	: initial and collapsed volume of heap	(mm ³)
b	: slope of linear function	(-)	X	: x value normalized by X_o , $X = x/X_o$	(-)
d	: diameter of a glass bead	(mm)	X_o	: initial width of heap	(mm)
H	: vertical position of a marker	(mm)	x	: horizontal position of a marker	(mm)
H_o	: initial height of heap	(mm)	Y	: y value normalized by H_o , $Y = H/H_o$	(-)
N	: number of beads	(-)	ρ_o, ρ_b	: initial and collapsed bulk density	(mm ⁻³)
S	: scaling function, $S = Y/b$	(-)	$\Delta\rho$	: rate of density change	(-)
t	: time	(s)			

References

- 1) Yuu, S., T. Umekage, Y. Mitsuiki and F. Koga: "Constitutive Relations Based on Distinct Element Method Results for Granular Materials and Simulation of Granular Collapse and Heap by Smoothed Particle Hydrodynamics, and Experimental Verification", *Adv. Powder Technol.*, **19**, 153-182 (2008)
- 2) Yuu, S. and T. Umekage: "Constitutive Relations and Computer Simulation of Granular Material", *Adv. Powder Technol.*, **19**, 203-230 (2008)
- 3) Siavoshi, S. and A. Kudrolli: "Failure of a granular step", *Phys. Rev. E*, **71**, 051302-1-051302-6 (2005)
- 4) Lajeunesse, E., A. Mangeney-Castelnau and J. P. Vilotte: "Spreading of a granular mass on a horizontal plane", *Phys. Fluids*, **16** [7], 2371-2381 (2004)
- 5) Lube, G., H. E. Huppert, R. Stephen, J. Sparks and M. A. Hallworth: "Axisymmetric collapses of granular columns", *J. Fluid Mech.*, **508**, 175-199 (2004)
- 6) Lube, G., H. E. Huppert, R. Stephen, J. Sparks and A. Freundt: "Collapses of two-dimensional granular columns", *Phys. Rev. E*, **72**, 041301-1,-041301-10 (2005)
- 7) Lube, G., H. E. Huppert, R. Stephen, J. Sparks and A. Freundt: "Static and flowing regions in granular collapses down channels", *Phys. Fluids*, **19**, 043301-1-043301-9 (2007)
- 8) Doyle, E. E., H. E. Huppert, G. Lube, H. M. Mader and R. Stephen, J. Sparks: "Static and flowing regions in granular collapses down channels: Insights from a sedimenting shallow water model", *Phys. Fluids*, **19**, 106601-1-1066-16 (2007)
- 9) Nedderman, R. M.: "Statics and Kinematics of Granular Materials", Cambridge University Press, pp.21-36 (1992)
- 10) Sekiyama, E. and H. Ikeda: "Experimental study on collapse process of granular sediment", Proceedings of the Kyushu and Chugoku Shikoku Branch Regular Meeting of the Japan Society of Mechanical Engineers, No. 078-2 (2007-10), pp. 97-98 (2007)
- 11) Yamada, T., H. Ikeda and T. Okabayashi: "Study on collapse of granular heap", Proceedings of Spring Meeting of Society of Powder Technol., pp. 15-16, Kyoto (2010)