ADEM による粒子破壊過程のシミュレーション

ADEM Simulation of Particle Breakage Behavior

石原 真吾^{a*}, 張 其武^b, 加納 純也^b

Shingo Ishihara, Qiwu Zhang, Junya Kano

Received 21 February 2014; Accepted 28 April 2014

A new simulation method has been developed on the basis of DEM (Distinct Element Method) to analyze both the non-spherical particles motion and breakage behavior and it was named ADEM (Advanced DEM). In ADEM, a cluster particle is represented by agglomerate of primary particles, which are connected each other by joint-spring. Simulation of impact test of the cluster particle has performed at different impact velocities from 0.1 to 0.5 m/s. The size of fragments becomes smaller with increasing in the impact velocity. These results are consistent with experimental findings. The compression test was performed for three different kinds of spherical particles by ADEM. The maximum strain and agglomerate structure of primary particles are found to be important parameters to represent the shapes of fragments after breakage. Good agreement with the experimental results of the compression test of quartz, feldspar and borosilicate glass can be seen when adjusting these parameters. These results suggest that ADEM would be a useful tool to analyze the particle breakage behavior.

Keywords: Distinct element method, Particle breakage, Grinding, Ball mill

1. 緒 言

粉砕は主要な製造工業において用いられている重要な単位操作の一つである。粉砕の目的には、粒子径が小さくなることによって発現する流動性の付与や反応性の向上などが挙げられる。これらの目的を達成し、所望する粉体を取得するためには、粉砕現象を理解し、精緻にコントロールすることが必要であるが、粉砕が理論的に十分解明されているとはいえない。その理由は、粉砕に関わる要因があまりにも多く、例えばボールミル粉砕では、ミル形状寸法、回転数、装入ボール径と装入量などがあり、これらを考慮した理論

的な解析を行うことは極めて困難なためである。

粉砕を理論的に記述するための取り組みは古くから行われ、これまでに多くの粉砕理論が提案されてきた。Rittinger や Kick, Bond は、それぞれ粒子径と粉砕仕事量の関係を定式化し¹⁾、多くの砕料について Work Index を測定^{2, 3)}している。Gilvarry⁴⁾は、単球形粒子中に内在するクラックの分布を仮定して破砕産物の粒子径分布関数を導く理論的な展開を試みた。これらの提案に代表される粉砕理論式の多くには、実験定数が含まれている場合が多い。一般に、このような実験定数を決定するには粒子径分布の整えられた試料を大量に必要とし、多大な労力や時間を要するため、多くの要因についての検討を行うことは困難であった。そのため、これまで実験定数として与えられてきた関数を理論的に導出することができれば、多大な労力と時間を要する実験を伴わずに粉砕結果を予測することが可能となる。

一方、近年の計算機の性能の発展は著しく、コンピュータシミュレーションは航空工学、化学工学、土木工学など多くの分野で大きな力を発揮するように

^a 東北大学大学院 環境科学研究科
(〒980-8577 宮城県仙台市青葉区片平2-1-1)
Graduate School of Environmental Studies, Tohoku University
(2-1-1 Katahira, Aoba-ku, Sendai, Miyagi 980-8577, Japan)

^b 東北大学 多元物質科学研究所
(〒980-8577 宮城県仙台市青葉区片平2-1-1)
Institute of Multidisciplinary Research for Advanced Materials,
Tohoku University
(2-1-1 Katahira, Aoba-ku, Sendai, Miyagi 980-8577, Japan)

* 責任著者連絡先 ishihara@mail.tagen.tohoku.ac.jp

なっている。粉体シミュレーション法もいくつか提案されているが、なかでも DEM (Distinct Element Method)⁵⁾ は粉体の持つ離散的な性質を良好に表現することができ、汎用性も高いことから広く用いられている手法である⁶⁾。DEM を用いた粉碎の解析では、ボールミル内のボール挙動解析などに適用例が多く^{7, 8)}、ボール充填量や回転速度などの操作パラメータがボール挙動に及ぼす影響が報告されている。これらの報告では、砕料の挙動を直接計算するのではなく、砕料が存在する中でボール挙動を摩擦係数などのパラメータを用いて表現しているが、DEM の特性上、計算負荷が大きいという問題点があり、砕料粉体を直接解析することは困難であったためと考えられる。計算機の発展に伴い、計算可能粒子数が増加したことで、近年では砕料挙動まで直接解析する試みが行われるようになってきた。砕料挙動を表現するためには、当然ながら球形粒子の計算だけでは十分ではなく、破壊された後の不規則な形状を有した粒子挙動を追跡できなければならない。これまでに、粒子の破壊の表現方法として、様々なアルゴリズムが提案されている。Yin⁹⁾ は、球形粒子を結合させることで凝集体を表現し、その破壊挙動を解析した。Thornton ら¹⁰⁾ は種々の条件における凝集粒子の破壊挙動を二次元計算で解析し報告している。Antonyuk ら¹¹⁾ は、隣接粒子間に固着バネを作用させることで凝集粒子を表現し、単一粒子を壁に衝突させた際の破壊挙動を実験とシミュレーションから解析した。Potyondy ら¹²⁾ は、粒子間に結合力を働かせるモデルを提案し、岩石の柱状体に圧縮力を加えた際のクラックの発生をシミュレートした。Djordjevic ら¹³⁾ は、凝集粒子のインパクトクラッシャー内での破壊挙動を解析し、Metzger ら¹⁴⁾ は、衝突速度が粒子破壊挙動に及ぼす影響を報告している。その他にも、圧縮時の凝集体の破壊^{15, 16)} や、球形体、円柱体の破壊挙動の報告例もある^{17, 18)}。このように DEM を用いて破壊を表現しようという報告はその数を増やしつつあるが、いずれも破壊の瞬間を解析したもので、破壊後の破砕片の挙動を追跡し、破砕片が二度、三度とさらに破砕されていく様子を解析した報告は未だなく、実際の粉碎現象を表現するには至っていない。

そこで本研究では、粉碎現象を表現し、かつ破砕の詳細な観察を可能にする粉碎シミュレーション手法を新規に構築した。砕料が粉碎機の内部で破砕されていく様子を直接シミュレートすることができれば、これまで実験からしか得ることのできなかった情報を簡便

Fig. 1 Simulation model of interactive forces between two particles

に取得することが可能になる。ここでは、破碎を表現するための新規モデルの構築、構築したモデルの妥当性を評価するため、既往の単粒子破碎試験結果との比較を行った。また、単粒子破碎だけでなく、集合粉砕への適用を試みた。

2. シミュレーションモデル

2. 1 DEM (Distinct Element Method)

DEM は、粒子群の各粒子に作用する全ての接触力をモデル化し、個々の粒子に対する運動方程式を逐次解くことで全体の挙動を解析する手法である。Fig. 1 に接触力の計算モデルを示す。法線方向にはバネとダッシュポット、接線方向にはそれらに加え、粒子接触に付随する摩擦力を表すために摩擦スライダが挿入されている。粒子間の法線方向および接線方向の接触力 F_n , F_t はそれぞれ以下の式で表される。

$$F_n = K_n u_n + \eta_n \frac{\Delta u_n}{\Delta t} \quad (1)$$

$$F_t = \min \left\{ \mu F_n, K_t \Delta(u_t + r\varphi) + \eta_t \frac{\Delta(u_t + r\varphi)}{\Delta t} \right\} \quad (2)$$

ここで、添え字の n , t は法線方向、接線方向を表し、 r は粒子半径、 u , φ はそれぞれ着目 2 粒子間の相対変位、相対回転変位、 K , η , μ は、バネ定数、粘性定数、摩擦係数である。詳細な計算方法に関しては、文献(6)を参照されたい。

2. 2 ADEM (Advanced DEM)

従来の DEM では、粒子間の力の伝達は粒子が接触しているときにのみ行われる形であったため、連続体としての挙動を計算することはできなかった。そこで、近傍に存在する構成粒子間において、接触が起こらなくとも力を伝達することができれば、連続性を持たせることができると考え、連結バネを用いて構成粒

Fig. 2 Relationship among ADEM, FEM and DEM

子同士を接続することとした。連結バネにはバネ要素の他に、減衰を考慮するためのダッシュポットが並列に組み込まれている。連続体を解析する手法として有限要素法 (Finite Element Method, FEM) があるが、FEM と DEM の中間に位置する手法ということができる。ここで、それぞれを区別するため、連結バネで接続された粒子の集合体をクラスター粒子、それを構成する個々の粒子を構成粒子とする。連結バネには法線方向、接線方向の二種を用いることとし、初期の粒子配置における粒子の中心間距離を自然長とすることとした。今回の検討では、連結バネで接続される範囲を粒子径の1.5倍とし、その距離よりも近くに存在する粒子を近傍粒子とした。連結バネが破壊されると、構成粒子は従来の DEM と同様の離散体として扱われるため、連続体が破砕され、破砕片が生じていく過程をシームレスに解析することができる。本研究で構築したこのモデルを ADEM (Advanced DEM) と呼ぶこととする (Fig. 2)。個々の構成粒子間にバネで模した相互作用力を働かせるという点で、伯野ら¹⁹⁾の拡張個別要素法と同様の考え方であり、ADEM では連結バネに剛体回転の要素を加えることで、クラスター粒子が自由に剛体回転も行えるようにした。連結バネが変形した際、その変形量から連結されている粒子の角速度を求め、それに応じて連結バネを剛体回転させることとした。剛体回転に関しては、越塚ら²⁰⁾の方法を参考にした。

ADEM では、大別して二つの力の計算を行う。一つは、従来の DEM と同様の接触時の力の計算である。これについては2.1節で既に述べた。もう一つは連結バネによる近傍粒子との相互作用力の計算である。連結バネによる法線方向、接線方向の相互作用力 $F_{c,n}$ 、 $F_{c,t}$ はそれぞれ以下の式で表される。

$$F_{c,n} = K_{c,n} a_n + \eta_{c,n} \frac{\Delta a_n}{\Delta t} \quad (3)$$

$$F_{c,t} = K_{c,t} \Delta(a_t + r\varphi') + \eta_{c,t} \frac{\Delta(a_t + r\varphi')}{\Delta t} \quad (4)$$

ここで、添え字の n, t は法線方向、接線方向を表し、

Fig. 3 Schematic diagram of interaction force between each primary particle

a は連結バネの自然長からの各方向の変位を、 φ' は2粒子間の相対回転変位を、 $K_{c,n}$ 、 $\eta_{c,n}$ はそれぞれ連結バネのバネ定数、粘性定数を表す。連結バネによる相互作用力の計算は、接触力の計算とほぼ同様であり、変位量の取り方のみ異なっている。Fig. 3 に2粒子間の法線方向距離に着目した際の接触バネおよび連結バネにより働く力を模式的に表した図を示す。バネの伸び速度が一定の条件では図に示すような二段階の非線形な相互作用力となる。連結バネには破壊の基準を設定し、Eq. (5) を満たす時に破壊することとした。

$$a > (1 + \varepsilon_{\max}) l_0 \quad (5)$$

ここで、 $\varepsilon_{\max}$ は最大ひずみを、 l_0 は連結バネの自然長を表す。すなわち、最大ひずみの値が大きいと、変形に対して壊れにくくなる。粒子径が小さくなるほど破壊強度は大きくなる寸法効果²¹⁾ が知られているが、今回の検討では粉砕の進行に関わらず一定の連結バネ定数を用いることとした。また、連結バネにはダッシュポット要素が組み込まれているが、今回の検討ではパラメータを減らし、簡単化する目的で粘性定数の値を0とし、連結バネによる減衰を考慮しないこととした。

3. シミュレーション結果

3.1 応力分布の比較

モデルの妥当性を確認するため、簡単な系における

Fig. 4 Configuration of the flat plate having a pore

Fig. 5 Results of Stress distributions at each simulation method

応力分布を観察し、応力解析ソフトとして市販されている Ansys ver. 14.5 (Ansys, Inc.) での解析結果との比較を行った。解析に用いた平板の条件を Fig. 4 に示す。円孔を有した平板を左右から 50 N の力で引っ張り、その際の応力分布を求めた。FEM 解析では、平面応力状態として計算を行い、ヤング率を 10 GPa、ポアソン比を 0.3 とした。要素は線形とし、要素数は 1836 であった。ADEM 解析では、構成粒子径を 10 mm とし、粒子数は 776 個であった。法線方向、接線方向ともに連結バネ定数を 1×10^{10} N/m とした。ADEM では、粒子同士をバネで接続するという特徴から、連結バネ定数が同じ値の場合でも初期粒子配置および接続する近傍粒子の範囲によってクラスター粒子のヤング率が異なる。今回の検討で用いた計算条件において、FEM 解析と同等のヤング率となるように連結バネ定数を決定した。解析結果を Fig. 5 に示す。最大主応力の値で色分けをし、応力の値が大きいと赤色で表示され、応力の値が小さいと青色に近づく。ADEM では、各粒子の初期相対位置からのひずみ量から最大主応力を計算した。いずれの結果においても、円孔の上端と下端の部分に応力が集中し、円孔を中心として X の形に応力の大きい箇所が分布していることがわかる。このことから、ADEM は連続体に生じる応力分布を表現することができることがわかる。

3. 2 衝突速度の影響

ADEM により典型的な系での応力分布を表現可能ながわかったため、続いて基本的な破碎挙動を確認するため、単粒子の衝突試験を行った。高さ 10 cm

Table 1 Conditions of simulation

Parameters		Value
Primary particle diameter	[mm]	10
Cluster particle diameter	[mm]	100
Number of primary particles	[—]	559
Impact velocity	[m/s]	0.1~0.5
Joint-spring coefficient	[N/mm]	0.1
Maximum strain	[—]	0.005

Fig. 6 Snapshots of fragments at each impact velocity

の位置から鉛直下向きに初速を与え、水平な床に衝突させた際のシミュレーションを行った。計算条件を Table 1 に示す。ここでは、粒子の破壊形状を観察する目的で、計算を行った衝突速度の範囲で破壊が生じるようにパラメータを設定した。Fig. 6 に各衝突速度における破碎の様子を示す。粒子の色分けは、構成粒子の数で色分けをした。すなわち、大きな破砕片は赤色、小さな破砕片は青色で表示される。また、Fig. 7 に破碎後の粒子径分布を示す。最も遅い 0.1 m/s の場合、破碎は起こらず、衝突速度の増加に伴い粉々に碎けるようになり、破碎後の粒子径が小さくなっていくことがわかる。この結果は経験的知見と同様であり、ADEM がこのような粉碎現象を表現可能なことが示された。

3. 3 単粒子圧縮試験

続いて基本的な破碎試験の一つである単粒子圧縮試験を対象とした検討を行い、試料の材質によって異なる

Fig. 7 Cluster diameter distribution curves for various impact velocities

Fig. 8 Shapes of fragments at the experiment

る破砕片形状を本モデルによって表現することを試みた。ここでは、八嶋ら²²⁾の行ったケイ石、長石、ホウケイ酸ガラスの3種の圧縮試験結果を比較対象とした。シミュレーションでは、八嶋らの実験と同様に球形試料を上下から平板ではさみ、上部の平板を一定速度で下降させることにより圧縮を行った。**Fig. 8**に比較対象とした実験における破砕片形状を示す。実験において、ケイ石では、3、4個の大きな破砕片と少数の小さな破砕片が生じ、長石では、ケイ石とほぼ同様に破砕するが、大きな破砕片がやや少ない。ホウケイ酸ガラスでは、载荷点を結ぶ直径を軸とするコアの部分は細かく破砕し、その周辺部分は三日月形の破砕片

Fig. 9 Schematic diagram of a cluster particle consist of primary particles at each structure

となっている。シミュレーションでは、これらの破砕片形状を表現するために、構成粒子の初期配置や最大ひずみを変更したシミュレーションを行い、各試料の破砕片形状を再現する条件の探索を行った。シミュレーション条件を**Table 2**に、各条件におけるクラスター粒子を**Fig. 9**に示す。シミュレーション結果を**Fig. 10**に示す。シミュレーションの(a)と(b)では、ケイ石、長石の破砕片に見られる直線的な破断面を表現するため、構成粒子の初期配置に規則的な正方配置を用いた。最大ひずみの値を0.005とした(a)の計算では、载荷点を中心に十字に亀裂が入り、4個の大きな破砕片と細かい破砕片が生じていることがわかる。これは、ケイ石の破砕片形状に類似している。また、(b)では最大ひずみの値を0.008と(a)に比べて大きくしたところ、亀裂の入る方向が一方向となり、大きな破砕片が2つ生じていることがわかる。これは長石の破砕片形状と類似する。一方、(c)ではホウケイ酸ガラスのアモルファスな結晶構造を考慮し、構成粒子の初期配置をランダム配置とすると、クラスター粒子の中心部は粉々に粉砕され、周辺部に大小の不規則な形状の破砕片が生じていることがわかる。この結果はホウケイ酸ガラスの破砕片形状と類似する。ここで、ランダム配置はランダムに生成した粒子を自由落下させて充填構造を作成するDEM計算を事前に行い、その

Table 2 Conditions of simulation

Parameters	Value	
Time step	[s]	1×10^{-6}
Frictional coefficient	[—]	0.5
Primary particle diameter	[mm]	10
Joint-spring coefficient	[N/mm]	0.1
Number of primary particles	[—]	14987
Maximum strain	[—]	(a)0.005, (b)0.008, (c)0.005
Agglomerate structures		(a), (b)tetragonal (c)random

Fig. 10 Shapes of fragments at the simulation

一部を切り出して作成した。

今回計算に用いた構成粒子の初期配置，バネ定数，最大ひずみは，破碎片形状を実験結果にフィッティングさせる形で探索したものであり，実際の試料の物性値を反映させたものではないが，適切にこれらの値を選択すれば破碎片の形状を定性的に再現可能であることがわかった。今回の検討では，バネ定数，最大ひずみの値は実際の試料に比べて小さく設定してある。すなわち，比較的にやわらかく，壊れやすい条件であるといえる。その理由として，実物質と同程度のヤング率とするためには，バネ定数をかなり大きな値にしなければならず，タイムステップを非常に細かくしなければならないためである。計算負荷を低減し，解析を加速させる目的であえてこのようなパラメータを用いた。今後，試料の物性値をシミュレーションに反映させる方法を検討していく必要がある。また，粒子配置を正方配列とした検討では，配列方向に対する荷重印加方向によって破壊形状が異なることが確認されており，粒子配置と破壊形状の関係を明らかにしていく必要がある。今回計算に用いた構成粒子径は，10 mm であり，構成粒子一つがシミュレーション上での破碎片の最小単位である。そのため，構成粒子以下の大きさの破壊をいかに表現するかが課題である。実際の天然物質の破壊では，粒界といった結晶構造が破壊に大きく影響を及ぼすことが知られているため，より現実に即したモデリングが必要であると考えられる。

3. 4 集合粉碎への適用

これまでの検討は単粒子破碎を対象とした解析であったため，本節では ADEM を集合粉碎へと適用し，その有用性を確認する。化学工業や鉱業などで広く用いられている転動ボールミルを対象として解析を行った。転動ボールミルは，ドラム容器の内部にボールと砕料を充填し，容器を転動させることで砕料を粉碎する装置である。ここでは，ボールを大粒子径の単一の粒子とし，砕料をクラスター粒子とすることとした。

Table 3 Condition of simulation

Parameters		Value
Primary particle diameter	[mm]	10
Cluster particle diameter	[mm]	100
Number of primary particles	[—]	559
Number of cluster particles	[—]	50
Ball diameter	[mm]	300
Number of ball	[—]	5
Mill diameter	[mm]	1000
Mill length	[mm]	300
Rotational speed	[rpm]	33.6

シミュレーション条件を Table 3 に示す。ここで，シミュレーションで用いたパラメータは特定の物質を対象として設定したわけではなく，破壊形状を観察しやすいよう，計算中に破壊が起きる程度の値として設定した。Fig. 11 にシミュレーション結果を示す。粒子の色分けは，構成粒子の数で色分けを行っている。ボールがクラスター粒子に対して大きな相対速度で衝突した際，クラスター粒子は体積粉碎されて大小の破碎片を生じさせている。一方で，相対速度が比較的小さな場合や，クラスター粒子に正面から衝突する場合は体積破碎が起こりにくいことがわかる。ボールがクラスター粒子の端をかすめるように衝突した場合は，表面部が欠け落ち，摩砕される表面粉碎が起きていることも観察された。実際の粉碎機の内部でも，このような破碎の現象が複雑にかつ同時多発的に起きていることが想像されるため，これまで直接的な観察が困難であった集合粉碎を本シミュレーション法により明らかにできる可能性があることがわかった。また，Fig. 12 には同様のシミュレーションにおいて，連結バネが破壊された数によって色分けを行った様子を示す。すなわち，赤色に近く表示されているものほど連結が多く破壊されている。一度の衝突で破碎に至らなくとも，衝突部近傍では連結バネが破壊される場合があり，二度目，三度目の衝突で破碎される場合があるこ

Fig. 11 Snapshots of ball milling at each grinding time

Fig. 12 Snapshots of ball milling at each grinding time

とが観察された。これは、粉砕エネルギーが蓄積され、徐々にクラックが生じ、あるところで破砕に至るプロセスを表していると考えられる。このことから、本モデルが実際の粉砕プロセスを定性的に捉えているといえる。

4. 結 言

本研究では、詳細な粉砕の観察を可能にするため、破砕を直接解析可能なシミュレーション手法の新規構築を行い、構築したモデルの妥当性の検証、単粒子破砕や集合粉砕の解析を行った。構築したモデルは ADEM とした。ADEM は任意形状粒子の運動挙動を追跡可能であり、また連続体の破砕を表現することができる。本モデルを用いて解析を行った結果、以下のことが明らかになった。

- (1) ADEM を用いて円孔を有した平板に働く応力分布を解析したところ、円孔の上端と下端部において最も応力が集中し、円孔を中心として X 形に応力の高くなる箇所が分布していることがわかった。この結果を市販の FEM 解析ソフトでの解析

結果と比較すると、両者は良好に一致し、ADEM が連続体の解析において有効であることが示された。

- (2) 単粒子の圧縮試験をシミュレーションにより解析した。実験で得られている破砕片形状、すなわちケイ石や長石は破断面が直線的で、いくつかの大きな破砕片が生じることや、ホウケイ酸ガラスでは全体に粉々になるように破砕される様子を、ADEM で再現することができた。
- (3) 転動ボールミルでの集合粉砕を本モデルにより解析したところ、ボールがクラスター粒子に衝突する位置や相対速度により、体積粉砕や表面粉砕が同時多発的に起こる様子を再現することができた。また、一度の衝突で破砕に至らない場合でも、クラックが徐々に発生し、最終的に破砕される現象も見られ、本モデルが粉砕の解析手法として有用なツールとなる可能性を示すことができた。

[謝辞] 本研究の一部は、東北発素材技術先導プロジェクト、希少元素高効率抽出技術領域の助成を受けて行われた。Ansys 利用の際、東北大学多元物質科学

References

- 1) Kanda Y.: "Estimation of Fine Grinding Energy", *Bulletin of Yamagata University (Engineering)*, **29**, 7-15 (2006)
- 2) Bond F.C.: "The Third Theory of Comminution", *AIME Transactions*, **193**, 484-494 (1952)
- 3) Bond F. C.: "Crushing and Grinding Calculations Part II", *British Chemical Engineering*, **6**, 543-548 (1961)
- 4) Gilvarry, J. J.: "Fracture of Brittle Solids.1.Distribution Function for Fragment Size in Single Fracture (Theoretical)" *J. Applied Physics*, **32**, 391-399 (1961)
- 5) Cundall, P. A. and O. D. L. Strack: "A discrete numerical model for granular assemblies", *Geotechnique*, **29**, 47-65 (1979)
- 6) The Society of Powder Technology, "Huntai simulation nyuumon", Sangyo-tosho, pp.29-82 (1998)
- 7) Yokoyama, T., K. Tamura and G. Jimbo: "A Numerical Analysis of Movement of Balls in a Vibration Mill", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **17**, 1026-1033 (1991)
- 8) Yang, R. Y., C. T. Jayasundara, A. B. Yu and D. Curry: "DEM simulation of the flow of grinding media in IsaMill", *Minerals Engineering*, **19**, 984-994 (2006)
- 9) Yin, K. K.: "Numerical modeling of agglomerate degradation", PhD thesis, Aston University (1992)
- 10) Thornton, C., K. K. Yin and M. J. Adams: "Numerical simulation of the impact fracture and fragmentation of agglomerates", *J. Physics D Applied Physics*, **29**, 424-435 (1996)
- 11) Antonyuk, S., M. Khanal, J. Tomas, S. Heinrich and L. Mörl: "Impact breakage of spherical granules: Experimental study and DEM simulation", *Chemical Engineering and Processing*, **45**, 838-856 (2006)
- 12) Potyondy, D. O. and P. A. Cundall: "A bonded-particle model for rock", *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, **41**, 1329-1364 (2004)
- 13) Djordjevic, N., F. N. Shi and R. D. Morrison: "Applying discrete element modelling to vertical and horizontal shaft impact crushers", *Minerals Engineering*, **16**, 983-991 (2003)
- 14) Metzger, M. J. and B. J. Glasser: "Numerical investigation of the breakage of bonded agglomerates during impact", *Powder Technol.*, **217**, 304-314 (2012)
- 15) Golchert, D., R. Moreno, M. Ghadiri and J. Litster: "Effect of granule morphology on breakage behavior during compression", *Powder Technol.*, **143-144**, 84-96 (2004)
- 16) Thornton, C., M. T. Cimocos and M. J. Adams: "Numerical simulations of diametrical compression tests on agglomerates", *Powder Technol.*, **140**, 258-267 (2004)
- 17) Liu, L., K. D. Kafui and C. Thornton: "Impact breakage of spherical, cuboidal and cylindrical agglomerates", *Powder Technology*, **199**, 189-196 (2010)
- 18) Kempton, L., D. Pinson, S. Chew, P. Zulli and A. Yu: "Simulation of macroscopic deformation using a sub-particle DEM approach", *Powder Technol.*, **223**, 19-26 (2012)
- 19) Hakuno, M.: "Hakaino simulation" Morikita Publishing Co., Ltd. (1997)
- 20) Koshizuka, S.: "Ryuushihou Simulation", Baifukan, pp 93-107, (2008)
- 21) Yashima, S., Y. Kanda, T. Izumi and T. Shinozaki: "Size Effect of Single Particle Crushing", *Kagaku Kogaku*, **36**, 1017-1023 (1972)
- 22) Yashima, S., S. Morohashi, O. Awano and Y. Kanda: "Single Particle Crushing Under Slow Rate of Loading", *Kagaku Kogaku*, **34**, 210-219 (1970)